正方形断面を有する S 字形管路内乱流の平均速度場解析*

杉山 均^{*1}, 秋山 光庸^{*1}, 村上 泰隆^{*2}

Numerical Analysis of Developing Turbulent Flow in S-Shaped Duct

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA and Yasutaka MURAKAMI

A numerical analysis has been carried out of developing turbulent flow in S-shaped duct with a square cross section at a Reynolds number of 4×10^4 . The S-duct was formed from two 22.5 degree bends with 40 mm hydraulic diameter and 280 mm mean radius of curvature. Straight ducts with hydraulic diameters of 7.5 and 50 are attached to the inlet and outlet planes of the S-duct, respectively. In calculation, an algebraic Reynolds stress model was adopted in order to predict anisotropic turbulence precisely, and boundary-fitted coordinate system was introduced as the method of coordinate transformation. Calculated results were compared with the experimental data obtained using a laser Doppler velocimeter. As a result of the calculation, it was predicted without conflict with the experimental data that the flow at the inlet shows a "core" flow located nearer the inner wall of the first bend and a region of low-velocity fluid accumulated at the exit of the S-duct is observed. Moreover, the transition from the secondary flow of the first kind to that of the second kind is examined in the outlet straight duct. It was found that after reaching a maximum value near the S-duct outlet, the secondary flow decays and gradually transforms to the secondary flow of the second kind at a hydraulic diameter of about 18 from the bend outlet.

Key Words: Numerical Analysis, Secondary Flow, Turbulent Flow, S-Shaped Duct, Reynolds Stress Model, Boundary-Fitted Coordinate System

1. 緒 言

工業上使用される管路は断面形状、管路形状から多岐にわたり分類され数多くの管路が存在する。S 字形断面を有する管路もこうした管路の一つであり、空気調和設備、熱交換器などにおいて圧力損失の低減を図りながら流れ方向を変換する継手管路として利用されている。一方、この種の管路は航空機エンジンへの空気導入部として利用され、その流動状態はエンジン性能に大きく影響を及ぼす。また、河川は S 字形断面を呈した代表的流れ場であり、河川流路の蛇行は二次流れによる土砂の堆積と強い相関を有することより、自由水面を有する曲がり開水路の研究は土木工学の分野よりいくつかの研究が報告されている⁽¹⁾⁽²⁾。

同時に、この種の S 字形断面管路が活用される流れ場は多くの場合、乱流であり流動場をさらに複雑なものとしている。Bansod-Bradshaw⁽³⁾ は円形断面を有する 3 種類の S 字形断面管路を対象に代表長さ、代表速度に直径、および流入速度を取ったレイノルズ数で $Re = 5 \times 10^5$ の乱流計測を報告している。彼らは航空機

用エンジンの空気流入部としての効率向上を図る目的から、特に二次流れ、静圧分布、壁面摩擦係数分布を測定している。ほかに、円形断面 S 字管路を対象とした実験としては Taylor-Whitelaw-Yianneskis⁽⁴⁾ の実験がある。彼らは $Re = 790, 48\,000$ の層流、乱流場をレーザドップラー流速計にて測定している。一方、矩形断面を有する S 字形断面管路に対しては、Shimizu-Futaki-Martin⁽⁵⁾ により実験解析が報告されている。彼らは正方形断面、長方形断面を有する S 字形断面管路をいくつか組合せた波状管路の時間平均速度、二次流れ挙動をレーザドップラー流速計、タフト法より明らかにし管路の圧力損失は断面形状に大きく影響されることを報告している。以上の測定結果が平均速度場の報告に限られるのに対し、Taylor-Whitelaw-Yianneskis⁽⁶⁾ は正方形断面を対象としてレイノルズ応力分布を含む詳細な乱流計測結果を平均速度場とともに示している。Rojas-Whitelaw-Yianneskis⁽⁷⁾ は S 字形断面管路でも流れ方向に断面積が拡大するディフューザ管路を対象にレーザドップラー流速計を用いて詳細な乱流計測結果を報告している。

以上の実験解析に対し、数値解析に関する報告例として Finlay-Guo-Olsen⁽⁸⁾ は、S 字形断面管路がねじれた場合の数値解析を報告しているが層流場である。多

* 原稿受付 1996 年 4 月 24 日。

^{*1} 正員、宇都宮大学工学部(〒321 宇都宮市石井町 2753)。^{*2} 宇都宮大学大学院。

くの数値解析は 180° 曲がり, 90° 曲がり管路に代表されるように曲率中心が 1 個の場合を対象とした解析が多数報告⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾され, この種の S 字形管路を対象とし, レイノルズ応力分布までも数値予測した報告例はない。

S 字形管路は流れを挟んで曲率中心位置が左右にその位置を変化させるため, 二次流れの生成要因となる遠心力の作用する方向が変曲点を境にして反転する。その結果, 第 1 の曲がり管路で生成された二次流れ, あるいは乱流特性量は第 2 の曲がり管路に流入すると複雑な挙動を示すであろうことは容易に推察されるが, 実験解析, 数値解析の両解析から, こうした流動挙動を定量的に示した結果は報告されていない。さらに, 乱れの非等方性から生成される第 2 種二次流れをも考慮すると, 円形断面よりむしろ正方形断面のほうが, 第 1 種二次流れと第 2 種二次流れとが混在し流れも複雑であり研究の面からも興味ある現象を内包している。

そこで, 本研究においては Taylor-Whitelaw-Yianneskis⁽⁶⁾が行った正方形断面を有する S 字形管路を対象に, その流れ場を解析することを目的とする。彼らの実験結果はレイノルズ応力分布も提示しているが, 本研究においては, 時間平均速度場における実験との比較を中心に検討することに加え, 二次流れ挙動についても評価を行い新たな知見を得るを試みる。解析に際しては乱れの非等方性を正確に考慮する意味から代数応力モデル, 複雑形状への境界条件設定が容易な境界適合座標系を導入し三次元乱流場として解析する。

2. おもな記号

$c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2', \zeta$: 経験定数

C_p : 圧力係数 $= 2(P - P_{\text{ref}}) / \rho U_b^2$

D_h : 水力直径

De : デーン数 $= Re \sqrt{D_h / 2R_c}$

L : 特性距離

P : 時間平均圧力

R_c : 曲がり流路中心位置までの半径

r : 流路内の任意な位置までの半径

r_i : 内壁面までの半径

r_o : 外壁面までの半径

Re : レイノルズ数 $= U_b D_h / \nu$

U_b : 断面内の主流方向平均速度

U_r : 円筒座標上の半径方向時間平均速度

U_z : 円筒座標上の深さ方向時間平均速度

U_θ : 円筒座標上の円周方向時間平均速度

X_i : 直交座標系での i 方向座標軸

θ : 曲がり角度

ε : 乱流散逸

ν : 粘性係数

π_{ij} : 圧力・ひずみ相関項

ρ : 密度

3. 解析手法

3.1 計算対象実験 解析対象とした Taylor-Whitelaw-Yianneskis⁽⁶⁾の実験装置概略図, ならびに座標系を図 1 に示す。実験管路は曲がり角 22.5° で内壁曲率半径 $r_i = 260$ mm, 外壁曲率半径 $r_o = 300$ mm の曲がり管路を, 流れを挟んだ両側に曲率中心が位置するように接続した S 字形管路と, 水力直径 D_h の 7.5 倍に相当する入口直管路, 50 倍に相当する出口直管路より構成されている。管路断面は一辺が 40 mm の正方形断面を構成している。S 字形曲がり管路部は比較的滑らかな曲がり形状を有している。実験に際しては作動流体に水を用い, レーザドップラー流速計にて時間平均速度, ならびに乱流特性量の測定を曲がり部にて行っている。測定断面は図 1 中に示した①～⑤断面であり①断面は S 字曲がり入口, ②断面は S 字曲がり入口から 13.5° の位置, ③断面は 20.5° の位置, ④断面は S 字曲がり出口から上流部に向かって 13.5° の位置, ⑤断面は S 字曲がり出口に相当している。レイノルズ数は主流方向平均速度, 水力直径を用いた値で 790, 40 000 で層流, 乱流場の測定結果を提示しているが, 本研究では乱流場を対象とした。このときのデーン数は $De = 10\,690$ である。

座標系は主流方向を X_1 軸, 断面方向をそれぞれ X_2, X_3 軸とし原点は正方形断面中心とした。曲がり部においては便宜的に円筒座標系に従うものとした。したがって U_θ, U_r, U_z は主流方向, 半径方向, 深さ方向 (X_3 軸方向) の各速度成分を示している。

3.2 レイノルズ応力輸送方程式 レイノルズ応

Fig. 1 S-shaped duct and definition of coordinate system

Table 1 Modelling of the pressure-strain correlation terms

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij})$
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$-\frac{C_2 + 8}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) + \zeta k (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i})$ $-\frac{8C_2 - 2}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij})$
$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$	$C_1 = C_1^* + C_1' f(\frac{L}{X_w}) \quad C_2 = C_2^* + C_2' f(\frac{L}{X_w})$ $\zeta = \zeta^* + \zeta' f(\frac{L}{X_w})$
$P_{ij} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$ $P_k = -\overline{u_k u_l} \frac{\partial U_l}{\partial x_l}$	$D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$ $f(\frac{L}{X_w}) = \frac{C_\mu^{\frac{1}{4}} k^{\frac{1}{4}}}{\kappa \varepsilon X_w}$

Table 2 Constants in the pressure-strain correlation terms

C_1^*	C_2^*	ζ^*	C_1'	C_2'	ζ'
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

力輸送方程式の厳密式は次式のように示される。

$$\begin{aligned} \frac{D \overline{u_i u_j}}{Dt} = & - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \\ & + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} \right. \\ & \left. - \nu \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right\} \\ & - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

数値計算の際に、特に障害となるのが左辺の対流項、ならびに右辺第3項の拡散項である。従来のモデルでは、これらの項を省略してモデル化を行っているが、対流項、拡散項の影響を多少とも考慮する意味より、Rodi⁽¹¹⁾ 近似を適用しモデル化を行った。さらにモデル化のうえで特に問題となる圧力・ひずみ相関項、ならびにその定数については表1,2に示した。その導出、決定に関する詳細については別報⁽¹²⁾にて詳述した。

3.3 境界適合座標 境界適合座標系による計算手法は、物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法である。境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴をもつ。支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \dots\dots\dots (2)$$

上式中 ξ, η, ζ は、変換された計算平面での座標軸を示している。上式を用いた各方程式の変換法、変換に

Fig. 2 Computational mesh

より導出される輸送方程式、反変速度、計量テンソルなどは別報にて詳述した⁽¹³⁾。

3.4 数値解析 計算に際しては、系の対称性を考慮し図1の斜線で示す1/2断面にて解析を行った。曲がり入口、出口部にはTaylorらの実験と同じ距離を有する助走区間を設け計算を行った。図2に計算格子を示す。X₃軸方向に21、X₂軸方向に41、流れ方向に130の計算格子を配列した。流れが急激に変化する壁面近傍、S字形状曲がり部にて格子間隔が密になるよう計算格子を配置した。図2中の ξ, η, ζ は計算平面上での座標系を示している。計算時のレイノルズ数は実験と同じ40000である。本解析では高レイノルズ数形の乱流モデルを用いているため乱流エネルギー、および乱流散逸方程式の境界条件には壁関数を用いた。入口助走管路への流入条件は実験においても不明であるが、乱流エネルギー、乱流散逸の値は $k = U_b^2 \times 10^{-5}$ 、 $\varepsilon = k^{3/2}/D_h$ と小さな値を設定し解析を行った。出口境界条件は、ノイマン条件として計算を行った。式の離散化は有限差分近似により行い各計算諸量の格子点配置は、Regular Grid法によった。支配方程式中の対流項差分近似は、QUICK(三次精度の風上差分)を使用した。また、数値解析に際しては支配方程式を三次元だ円形方程式として扱い解析を行った。

4. 結果と考察

4.1 平均速度場における比較 図3にS字形状曲がり部における実験、計算の両解析結果を比較した主流方向速度等値線分布を示す。各等値線は、実験にない断面内の主流方向平均速度 U_b にて無次元化した。S字形状管路入口部の $\theta = 0^\circ$ の実験等値線、特に1.1のラインに注目すると、その等値線は必ずしも上壁面と平行でなく内壁コーナ部に向かう左上がりの等値線を示している。また等値線は内壁側にその全体が寄った分布を示している。この傾向は計算結果においても同様に認められ、曲がり外壁に生成される高い圧力に起因するものと解釈される。さらに、計算は両コーナー部に向かう湾曲した等値線のひずみを予測してい

Fig. 3 Comparison of streamwise mean-velocity

Fig. 4 Comparison of local streamwise mean-velocity along X_3 axis

る。これは正方形断面を有する直線管路にて報告⁽¹⁴⁾されているように第2種二次流れにより生成されたものと解釈される。曲がり角 $\theta=13.5^\circ$ では等直線の内壁側への偏りがより顕著となることが両結果より認められる。このことは、前述のように流れが外壁側で減速される結果生成される外壁側での高い圧力に起因しており、この角度においても外壁側の高い圧力による等値線への影響が現れることを示唆している。こうし

た傾向は曲がりのきつい流れ場にて特に顕著である。曲がり角 $\theta=20.5^\circ$ に至ると等値線は、遠心力より外壁に向かって移動する様子が理解できる。計算結果はその等値線の値を含め比較的良好に実験値を予測している。

第2の曲がり管路に相当する $\theta=22.5^\circ+9^\circ$ 断面では内外壁面が $\theta=22.5^\circ$ 断面を境に逆転するため、第1の曲がり管路の内壁近傍の流れは第2の曲がり管路

Fig. 5 Comparison of radial mean-velocity

Fig. 6 Comparison of local radial mean-velocity along X_3 axis

の外壁に生成される高い圧力の影響を受け、等値線は全体として第2の曲がり管路の内壁側に寄った分布を示している。したがって、外壁側に低速流体が大きな領域を占める結果となる。この傾向は両結果にて一致している。第2の曲がり管路出口部に相当する $\theta = 22.5^\circ + 22.5^\circ$ 断面では遠心力の作用により等値線は外壁側に寄った分布を示すことが実験より明らかであるが計算結果もこの傾向を比較的良好に予測してい

る。

以上の等値線分布比較のほかに、 X_3 軸に沿った主流方向速度を局所な位置で比較した。その結果を図4に示す。第1の曲がりで $(r-r_i)/(r_o-r_i) = 0.0, 1.0$ は、それぞれ内、外壁に第2の曲がりで $(r-r_o)/(r_i-r_o) = 0.0, 1.0$ は外、内壁に相当する。図4より明らかなように計算は、定量的にも比較的良好に実験値を予測している。

Fig. 7 Comparison of spanwise mean-velocity

Fig. 8 Comparison of spanwise mean-velocity along X_3 axis

Fig. 9 Calculated results of secondary flow

図5は半径方向速度等値線を実験、計算とで比較した結果である。その方向の符号に関しては X_2 軸の方向に準じている。すなわち第2の曲がり管路では外壁から内壁に向かう方向が正となる。 $\theta=0^\circ$ においては外壁側での高い圧力より外壁より内壁に向かう流れが存在することが両結果より理解できる。しかし $\theta=13.5^\circ$ に至ると実験では外壁から内壁に向かう比較的高速の流体が上壁面近傍に存在する。これは断面内の圧力こう配より生成された流れと解釈される。計算結果もこの傾向を捕捉している。 $\theta=20.5^\circ$ においては曲がり管路に典型的な二次流れが生成されていることが

両結果より認められ、計算結果は比較的良好にその分布を予測している。第2の曲がり管路に相当する $\theta=22.5^\circ+9^\circ$ では、圧力こう配が逆転することよりその値は一時減衰し、その後 $\theta=22.5^\circ+22.5^\circ$ 断面の曲がり出口では第1の曲がり管路の二次流れとはその循環方向がまったく逆の二次流れが生成されていることが両結果より理解できる。図6は X_3 軸に沿った半径方向速度を局所な位置で比較した結果である。 $\theta=22.5^\circ+9^\circ$ 断面、 $(r-r_o)/(r_i-r_o)=0.1$ の底壁面近傍で計算値は正、負の値を示し循環流の存在を示唆し実験とは異なるが、この点を除けば実験値を比較的良好

に予測している。

図 7, 8 は X_3 軸方向速度の等値線分布, 局所位置での値を比較した結果である。実験ではレーザ光が入射不能なため測定されていない領域が存在するが, 両比較図より計算は, 零ラインを挟んだ異符号領域を比較的良好に予測しているものと思われる。

実験との直接比較はできないが S 字形管路内での二次流れ生成を理解する意味より, 実験の計測断面での計算二次流れベクトル分布を図 9 に示す。ベクトル図より明らかなように曲がり入口断面では外壁から内壁に向かう二次流れが断面全体に認められる。その後遠心力の作用により $\theta=13.5^\circ, 20.5^\circ$ 断面では時計方向回りの循環流が形成される。第 2 の曲がり管路に流入すると二次流れは複雑に変化する。図 6 にて実験と異なる点として外壁側コーナ部における循環流の存在を指摘したが, $\theta=22.5^\circ+9^\circ$ 断面のベクトル図より明らかなように底壁面近傍のコーナ部に小さな渦が生成されている。第 2 の曲がり出口断面では, 上下対称軸に沿って内壁から外壁に向かう二次流れが存在するが, 第 1 の曲がり管路におけるそれと比較すると大きくその分布が異なることが理解できる。

特に第 2 の曲がり管路における二次流れの発達と, その後に続く直管部での第 1 種二次流れから第 2 種二次流れへの遷移は興味ある現象であり次にこの二次流れ挙動について検討する。

4.2 二次流れ発達挙動 第 2 の曲がり部に流入すると曲率中心位置が異なるため圧力分布は大きく変化する。図 10 に静圧分布を比較した結果を示す。 P_{ref} は実験同様 $X_1/D_h = -1.0$ 断面の外壁中央点とした。図 10 より明らかなように $\theta=22.5^\circ$ を境に圧力分布は逆転しその分布が大きく変化することが理解できる。図 11 は第 2 の曲がり管入口と直管部出口管路

Fig. 10 Comparison of distributions of wall static pressure

Fig. 11 Transition from pressure-driven secondary flow to Reynolds-stress-driven secondary flow

間の代表的な断面における二次流れ、圧力分布の計算結果を示したものである。直管部における X_1/D_h の値は便宜的に第 2 の曲がり管路出口からの距離として示した。 $\theta=22.5, 23.5^\circ$ 断面での二次流れを比較すると顕著な変化は見られないものの圧力分布に関しては大きく変化する様子が認められ対照的である。第 2 の曲がり管路に流入すると圧力こう配は二次流れを減衰させる方向に作用することになるが、 $\theta=27.5^\circ$ 断面の二次流れ分布から明らかのように、その強度は全体的に減少傾向を示している。特にその減少は内壁面側にて顕著に表れる。これは図 3 に示す主流方向速度分布より明らかのように、内壁側に速度の速い領域が存在することより大きな遠心力が作用するためと解釈される。また上下対称軸の外壁側で、低速領域が形成され、二次流れはその方向を外壁から上下対称軸に斜めにその方向を変えることもその特徴として指摘できる。

さらに下流の $\theta=31.5^\circ$ においては、前述の現象に加え外壁、底壁面近傍コーナ部にて小さな渦が形成される。この渦はさらに下流に流れるに従い発達し、 $\theta=35.5^\circ$ 断面の二次流れ分布から明らかのように底壁面に沿って外壁から内壁に向かう流れを形成することになる。上下対称軸近傍では、まだ第 1 の曲がり管より生成された二次流れが存在する。したがって、第 1 の曲がり管路に形成された二次流れとその循環方向が逆となる二次流れが流路断面を大きく占めるには至っていない。しかし、さらに下流の $\theta=39.5^\circ$ 断面では二次流れ方向が逆転し第 2 の曲がり管路より生成された二次流れが形成される。その分布は $\theta=22.5^\circ$ のそれとは大きく異なる。曲がり出口近傍の $\theta=43.5^\circ$ 断面では $\theta=39.5^\circ$ の二次流れ分布と類似の分布を示し大きな変化は認められない。

出口直管部に相当する $X_1/D_h=1.00$ 断面でも同様な二次流れ分布を示すが、その強度は減衰傾向を示す。180° 曲がり管路に接続された直管部において、二次流れはその途中で加速傾向を示す⁽¹⁵⁾が、S 字管路ではこうした加速傾向は認められなかった。その後 $X_1/D_h=6.00$ 断面に認められるように、その強度を弱めながら第 2 種二次流れへと遷移していく。 $X_1/D_h=18.27$ 断面では、正方形断面管路に特有なコーナ部に向かう第 2 種二次流れが形成されており、圧力分布も左右対称分布形状に漸近しつつある。以上のように、二次流れは第 2 の曲がり管路に流入すると、内壁面側で減衰し始めるとともに底壁面に沿った流れが、断面内の圧力こう配より誘起され、曲がり角 17° 近傍にてその循環方向を逆転する。その後直管部に流入すると

その強度を減衰しながら、第 2 種二次流れへと遷移していく。

5. 結 論

正方形断面を有する S 字形管路を対象に、代数レイノルズ応力モデル、境界適合座標系を用いて三次元乱流場の数値解析を行い、実験との差異分析を行うと同時に曲がり部、曲がり部出口直管部における二次流れ挙動についても検討し以下の結論を得た。

(1) 主流方向速度は、第 1 の曲がり管路に流入すると内壁側に移動した後、外壁側に寄った分布となるが計算はこの傾向を定量的にも比較的良好に予測している。

(2) 主流方向速度は第 2 の曲がり管路に流入すると外壁側で低速流体が大きな領域を占めることを特徴的現象として指摘できるが、計算もこの現象を良好に予測している。

(3) 本解析手法は断面方向速度分布を比較的良好に予測することができた。

(4) 第 1 の曲がり管路にて生成された二次流れが第 2 の曲がり管路に流入し、その循環方向を逆転するのは、第 2 の曲がり管 17° 近傍である。

(5) 第 2 の曲がり管路にて生成された二次流れは、出口直管部に流入すると、その強度を減衰しながら第 2 種二次流れへと遷移する。180° 曲がり管路の出口直管部で認められたような加速傾向は S 字管路の場合認められない。

(6) 出口直管部にて対称形の第 2 種二次流れが観察される位置は、第 2 の曲がり管路出口から水力直径の 18 倍程度下流である。

(7) 本解析手法は、異なる生成機構を有する二次流れの遷移を予測することが可能である。

文 献

- (1) Shiono, K. and Knight, D. W., *J. Fluid Mech.*, **222** (1991), 617-646.
- (2) 今本博健・石垣泰輔・藤沢寛, 京都大学防災研究所年報, **25** (1982), 529-543.
- (3) Bansod, P. and Bradshaw, P., *Aeronaut. Q.*, **23** (1972), 131-140.
- (4) Taylor, A. M. K. P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., *NASA Contract. Rep.*, 3759 (1984).
- (5) Shimizu, Y., Futaki, Y. and Maetin, C. S., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **114** (1992), 593-600.
- (6) Taylor, A. M. K. P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., *NASA Contract. Rep.*, 3550 (1982).
- (7) Rojas, J., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., *Three Dimensional Flow Phenomena in Fluid Machinery*, (1985), FED-32, ASME.
- (8) Finlay, W. H., Guo, Y. and Olsen, D., *Phys. Fluids A*,

- 5-11 (1993), 2689-2701.
- (9) Choi, D., Iacovides, H. and Launder, B. E., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **111** (1989), 59-68.
- (10) Sotiropoulos, F. and Patel, V. C., *Near-Wall Turbulent Flows*, (1993), 987-997, Elsevier Science Publishers.
- (11) Rodi, W., *Z. Angew. Math. Mech.*, **56** (1976), 219-221.
- (12) 杉山均・秋山光庸・芹沢寿行, 機論, **56**-531, B (1990), 3328-3335.
- (13) 杉山均・秋山光庸・平田賢・上野智志, 機論, **57**-539, B (1991), 2269-2276.
- (14) Melling, A. and Whitelaw, J. H., *J. Fluid Mech.*, **78** (1976), 289-315.
- (15) 杉山均・秋山光庸・山中和典・佐藤晉之, 機論, **61**-581, B (1995), 48-55.
-