気泡群周りの流れの数値シミュレーション*

森 永 栄 二^{*1}, 鮎 川 恭 三^{*2}
越 智 順 治^{*2}, 河 原 源 太^{*2}

Numerical Simulation of the Flow around Clusters of Bubbles

Eiji MORINAGA, Kyozo AYUKAWA,
Junji OCHI and Genta KAWAHARA

The flow around clusters of bubbles with various initial arrangements is investigated by numerical simulation, when clusters of bubbles is released in a quiescent liquid from the center of the bottom of a two-dimensional tank with a free surface. The motion of bubbles in an unsteady flow is expressed using the exact solution of B. B. O's equation for a uniform accelerated flow during a small time interval. The Navier-Stokes equations in two dimensions based on one-fluid model are solved numerically and the pressures are determined by the SIMPLE method. Numerical analysis by connecting these equations is applied to determine the structure of low quality gas-liquid two-phase flow induced by clusters of bubbles with various arrangements. The numerical results show that the flow around clusters of bubbles depends on the initial arrangement of the cluster. The flow for a symmetrical arrangement is symmetrical, but that for an asymmetrical arrangement is not symmetrical.

Key Words: Multi phase Flow, Numerical Analysis, One-Fluid Model, Bubble, Free Surface, B. B. O's Equation, SIMPLE Method

1. 緒 言

混相流の解析の難しさは、粒子のような小さなスケールでの現象が流れ場を平均的にとらえる際の流動特性に深くかわり、さらに、この特性の変化が大きなスケールでの流れ場に影響を与えるという多重構造にある。

粒子スケールでの局所、瞬時的な現象を理解するため気体や液体中を運動する固体粒子や、粒子の運動により影響を受ける流れ場などについては流体力学上、非常に重要な問題⁽¹⁾として古くから研究されてきた。その中に Basset, Boussinesq, Oseen らにより導かれた B. B. O 方程式⁽²⁾がある。この方程式は粒子を一つの質点とし、粒子の慣性力とそれに働く流体の抗力との釣合いを問題としている。粒子の回転やそれに伴う揚力の効果を考慮していないが、液体中の粒子の並進運動を論ずるには有効な手段である。ただ、この方程式の抗力項のうち流体の加速度に伴う抗力項に Basset 項と呼ばれる履歴積分項が存在し、この項を処理する方法には確立したものがなく、その扱いに関して

明確な条件なども解明されておらず解析に困難を与えている。

B. B. O 方程式については鮎川ら⁽³⁾が固体粒子のラング応答に対して、計算が容易な厳密解を求め、実験との比較で、その有効性を示している。さらに、鮎川ら⁽⁴⁾および河本ら⁽⁵⁾は非定常流中の粒子運動の数値解析に、この厳密解を応用する手法を提案し、計算の容量が少なく、精度のよい解が得られることを示している。

気泡流は工学的研究や工業上の製品開発において重要な研究テーマであるが、前述のように多重構造をもち、気泡の挙動は複雑である。そのため個々の気泡の挙動を追跡し、気泡流のマクロ的な動きに結びつけるよりも、平均ボイド率等を用いたより簡単な扱いがなされる場合が多く、気泡流の詳細な解明は困難な状況であった。しかし、個々の気泡の挙動を解明するために、B. B. O 方程式を用いる研究⁽⁶⁾⁽⁷⁾がなされており、鮎川らが求めた固体粒子の運動についての B. B. O 方程式の解析方法の適用の可能性を探ることは非常に有効である。

また、近年のコンピュータの発達に伴い、気泡流の運動を解析するために有力な研究手段としてシミュレーション解析法が注目されいろいろな方法が研究され

* 原稿受付 1996年5月13日。

^{*1} 正員、愛媛大学大学院 (〒790 松山市文京町 3)。^{*2} 正員、愛媛大学工学部。

ている。その解析で扱われるのは平均的な流れ場であり、空間的、時間的に平均化して取扱うモデルが必要である。気液二相流の平均化モデル⁽⁸⁾のうち、気泡流については気泡により密度、粘度が時間、空間的に変化する一流体モデルが最も簡単で、数学的取扱いが比較的容易で、数値計算も行いやすく、気泡流を大まかに把握するにはきわめて便利なモデルである。

松本⁽⁹⁾は気泡の運動に並進運動と半径方向運動を重視して構成した気泡流モデルを用い、平均化の方法に二流体モデルを用い、気泡流の渦構造に関する数値解析を行っている。このモデルには Basset 項が含まれておらず、流体の急加速により受ける影響が考慮されていない。しかし、気泡の運動は気体の密度が小さいため流れの影響を受け変化しやすい。また、鮎川⁽³⁾の流体の速度が変化する場合の固体粒子の追従性の実験からも流体の急加速による影響を考慮する必要があると考えられる。

本研究では、より計算が簡単で、ほかの数値解析に比べて計算誤差が少なく計算時間の短縮に役立つ鮎川⁽⁴⁾が求めた B. B. O 方程式の厳密解を用い、非定常流中のより正確な気泡の挙動を説明する方法について述べる。さらに、この方法の適用例とし自由表面を有する二次元容器内の底部中央から気泡の集まりである気泡群を放出したときの気泡群の運動とそれに伴う気泡群周りの流れについて、放出時の気泡群の配置による影響を数値シミュレーションした結果を報告する。

2. 解析方法

2.1 気泡の運動方程式 気泡の運動を記述する方程式は、固体粒子の運動を表す B. B. O 方程式を用い、次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} d^3 \rho_g \frac{dv_i}{dt} &= 2\pi \mu_f d(u_i - v_i) + \frac{\pi}{6} d^3 \rho_f \frac{du_i}{dt} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\pi}{6} d^3 \rho_f \left(\frac{du_i}{dt} - \frac{dv_i}{dt} \right) \\ &+ \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi \rho_f \mu_f} \int_0^t \frac{du_i}{dt'} - \frac{dv_i}{dt'} dt' \\ &+ \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_g - \rho_f) g_i \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

この式の右辺は粘性抗力項、圧力こう配項、仮想質量項、履歴積分項(Basset 項)、外力の浮力項である。

ここで u は流体速度、 v は気泡速度、 d は気泡直径、 ρ は密度、 μ は粘度、 t は時間、 g は重力の加速度を、また、添字 i は i 方向成分、 g は気泡、 f は流体を表す。

時間を微小時間 Δt で分割し、時刻 $t = n\Delta t$ のとき

の流体、気泡の速度 u_i, v_i を次のように表す。

$$u_i = u_i^n, v_i = v_i^n \dots \dots \dots (2)$$

$n\Delta t < t < (n+1)\Delta t$ の時間の流体の速度変化を直線で近似し、加速度を

$$\frac{du_i^n}{dt} = A_i^n = \frac{u_i^n - u_i^{n-1}}{\Delta t} \dots \dots \dots (3)$$

で表すことにすると、この間での気泡運動は式(1)より、相対速度 $w_i = u_i - v_i$ 、密度比 $\sigma = \rho_g / \rho_f$ 、動粘度 $\nu_f = \mu_f / \rho_f$ を用いて次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{dw_i}{dt} &+ \frac{12}{(\sigma+0.5)} \frac{\nu_f}{d^2} w_i \\ &+ \frac{9}{\sqrt{\pi}(\sigma+0.5)} \sqrt{\frac{\nu_f}{d^2}} \int_0^t \frac{dw_i}{\sqrt{t-t'}} dt' \\ &= \frac{(\sigma-1)}{(\sigma+0.5)} (A_i^n - g_i) \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

ここで左辺の Basset 項の積分部については、 Δt の微小区間に分けて

$$\begin{aligned} \int_0^t \frac{dw_i}{\sqrt{t-t'}} dt' &= \int_0^{n\Delta t} \frac{dw_i}{\sqrt{t-t'}} dt' + \int_{n\Delta t}^t \frac{dw_i}{\sqrt{t-t'}} dt' \\ &= \int_0^{\Delta t} + \int_{\Delta t}^{2\Delta t} + \dots + \int_{(j-1)\Delta t}^{j\Delta t} + \dots \\ &+ \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} + \int_{n\Delta t}^t \frac{dw_i}{\sqrt{t-t'}} dt' = I_i^n + \int_{n\Delta t}^t \frac{dw_i}{\sqrt{t-t'}} dt' \\ &\dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

で表す。

I_i^n の計算については、まずはじめに

$$\int_{(j-1)\Delta t}^{j\Delta t} \frac{dw_i}{\sqrt{t-t'}} dt'$$

について考える。 Δt は小さく、 w_i^j, w_i^{j-1} は既値なので次のように近似できる。

$$\begin{aligned} \int_{(j-1)\Delta t}^{j\Delta t} \frac{dw_i}{\sqrt{t-t'}} dt' &\cong \frac{w_i^j - w_i^{j-1}}{\Delta t} \int_{(j-1)\Delta t}^{j\Delta t} \frac{dt'}{\sqrt{t-t'}} \\ &= 2 \frac{(w_i^j - w_i^{j-1})}{\Delta t} \{ \sqrt{t - (j-1)\Delta t} - \sqrt{t - j\Delta t} \} \\ &\dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

時間 t は $n\Delta t < t < (n+1)\Delta t$ を考えているので、この間の時間の寄与は平均化して扱うものとし、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} \int_{n\Delta t}^{(n+1)\Delta t} \{ \sqrt{t - (j-1)\Delta t} - \sqrt{t - j\Delta t} \} dt \\ = \frac{2}{3} \sqrt{\Delta t} \{ (n-j+2)^{3/2} - 2(n-j+1)^{3/2} \\ + (n-j)^{3/2} \} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

を得るので、

$$\begin{aligned} I_i^n &\cong \frac{4}{3} \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} \sum_{j=1}^n (w_i^j - w_i^{j-1}) \{ (n-j+2)^{3/2} \\ &- 2(n-j+1)^{3/2} + (n-j)^{3/2} \} \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

と与えられ、考えている区間において定数と扱える。

さらに $t = n\Delta t + t^*$ ($0 < t^* < \Delta t$) と置いて、式(4)を整理すると

$$\begin{aligned} & \frac{dw_i}{dt^*} + \frac{12}{(\sigma+0.5)} \frac{\nu_f}{d^2} w_i \\ & + \frac{9}{\sqrt{\pi}(\sigma+0.5)} \sqrt{\frac{\nu_f}{d^2}} \int_0^{t^*} \frac{dw_i}{\sqrt{t^* - t'^*}} dt'^* \\ & = \frac{(\sigma-1)}{(\sigma+0.5)} (A_i^n - g_i) - \frac{9}{\sqrt{\pi}(\sigma+0.5)} \sqrt{\frac{\nu_f}{d^2}} I_i^n \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となり、ここで、

$$\begin{aligned} a &= \frac{12}{(\sigma+0.5)}, \quad b = \frac{9}{\sqrt{\pi}(\sigma+0.5)}, \\ B_i^n &= \frac{(\sigma-1)}{(\sigma+0.5)} \frac{d^2}{\nu_f} \frac{(A_i^n - g_i)}{w_i^n} \\ & - \frac{9}{\sqrt{\pi}(\sigma+0.5)} \frac{d}{\sqrt{\nu_f}} \frac{I_i^n}{w_i^n}, \\ W_i &= \frac{w_i/w_i^n - B_i^n/a}{1 - B_i^n/a}, \quad \tau = \frac{\nu_f t^*}{d^2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (10)$$

と置き、式(9)を整理すると

$$\frac{dW_i}{d\tau} + aW_i + b \int_0^\tau \frac{dW_i}{\sqrt{\tau - \tau'}} d\tau' = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

が得られる。

この式は初期条件 $\tau=0$ で $W_i=1$ より、この解は $W_i=W(\tau)$ として求められ、ランプ応答に対して鮎川ら⁽³⁾により厳密解が求められている。

ここで、

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2} (-\sqrt{\pi}b \pm \sqrt{\pi b^2 - 4a}) \quad \dots\dots\dots (12)$$

と置き、さらに次式で表される Mittag-Leffler 関数 $E_a(Z)$

$$E_a(Z) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{Z^j}{\Gamma_{(aj+1)}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

を用いると、式(11)の厳密解は

$$\begin{aligned} W(\tau) &= -\frac{\lambda_-}{\lambda_+ - \lambda_-} E_{1/2}(\lambda_+ \sqrt{\tau}) \\ & + \frac{\lambda_+}{\lambda_+ - \lambda_-} E_{1/2}(\lambda_- \sqrt{\tau}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (14)$$

となり、

以上より $(n+1)$ 時刻の気泡の速度は

$$\begin{aligned} v_i^{n+1} &= v_i^n + A_i^n \frac{d^2}{\nu_f} \Delta\tau \\ & + \left\{ w_i^n - \frac{(\sigma-1)}{12} \frac{d^2}{\nu_f} (A_i^n - g_i) + \frac{3I_i^n}{4\sqrt{\pi}} \frac{d}{\sqrt{\nu_f}} \right\} \\ & \times \{1 - W(\Delta\tau)\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。

気泡に空気、流体に水を用いた場合の τ と $W(\tau)$ の関係を図1に示す。なお、Basset 項を考慮しない場

合は次式となる。

$$\begin{aligned} v_i^{n+1} &= v_i^n + A_i^n \frac{d^2}{\nu_f} \Delta\tau \\ & + \left\{ w_i^n - \frac{(\sigma-1)}{12} \frac{d^2}{\nu_f} (A_i^n - g_i) \right\} \\ & \times \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{12}{(\sigma+0.5)} \Delta\tau\right) \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16)$$

2.2 気泡流の仮定 気泡流の基礎方程式を定式化するに当たり、以下のような仮定を用いた。

- (1) 気泡流は気泡により密度、粘度が変化する一つの流体として扱う。
- (2) 気泡内の気体は理想気体とし、圧縮性流体として扱う。
- (3) 気泡の膨張、収縮による温度変化は十分小さく、等温変化をする。
- (4) 気泡の形状はつねに球形を保つものとする。
- (5) 気液間の相変化と物質の相互拡散による質量変化は考えない。
- (6) 気泡の合体および分裂は起こらない。
- (7) 液面に達した気泡はすみやかに大気中に離脱し、液体に影響を与えない。

2.3 気泡流の平均密度、粘度 式(15)で求めた気泡の速度により、 $(n+1)$ 時刻の気泡位置 S_i^{n+1} は、

$$S_i^{n+1} = S_i^n + \frac{(v_i^n + v_i^{n+1})}{2} \Delta t \quad \dots\dots\dots (17)$$

と求められる。この位置での圧力を P^{n+1} とすると、等温変化を仮定しており気泡の密度 ρ_g^{n+1} は次式から求まる。

$$\rho_g^{n+1} = \frac{P^{n+1}}{RT} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで R はガス定数、 T は温度である。

さらに気泡直径 d^{n+1} 、体積 V^{n+1} は

Fig. 1 Relation between τ and $W(\tau)$

$$d^{n+1} = \left(\frac{\rho_g^n}{\rho_g^{n+1}} \right)^{1/3} d^n$$

$$V^{n+1} = \frac{\pi}{6} (d^{n+1})^3 \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。そしてメッシュの気泡数より気泡数密度 N^{n+1} を求め、局所ボイド率 α を

$$\alpha = \sum_{k=1}^K N_k^{n+1} V_k^{n+1} \quad \dots\dots\dots (20)$$

で表す。ここで k はメッシュ番号である。

なお、平均密度、粘度⁽¹⁰⁾ は次式で求める。

$$\rho = (1-\alpha)\rho_f + \alpha\rho_g$$

$$\mu = (1+\alpha)\mu_f \quad \dots\dots\dots (21)$$

2.4 気泡流の基礎方程式 気泡流の運動の基礎方程式は平均密度、粘度を用い、体積粘性および体積膨張速度の効果は無視して、二次元の Navier-Stokes の方程式を用い次式で表す。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y}$$

$$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial UV}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y}$$

$$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) - g \quad \dots\dots (22)$$

連続の式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U}{\partial x} + \frac{\partial \rho V}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

である。ここで U , V は x , y 方向の平均速度で、 P は圧力である。

2.5 運動方程式の差分化 変数 U , V および P はスタガードメッシュを用いて定義され、空間微分は可能な限り中心差分近似を使って求め式(22)を差分化し、既知の値で決まる係数 $a_{i,j}$, $b_{i,j}$ を用いて整理すると、

$$a_{i-1,j} U_{i-1,j}^{n+1} + a_{i,j} U_{i,j}^{n+1} + a_{i+1,j} U_{i+1,j}^{n+1}$$

$$+ a_{i,j-1} U_{i,j-1}^{n+1} + a_{i,j+1} U_{i,j+1}^{n+1}$$

$$= \frac{U_{i,j}^n}{\Delta t} - \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1}}{\rho_{i,j}^{n+1} \Delta x}$$

$$b_{i-1,j} V_{i-1,j}^{n+1} + b_{i,j} V_{i,j}^{n+1} + b_{i+1,j} V_{i+1,j}^{n+1} + b_{i,j-1} V_{i,j-1}^{n+1}$$

$$+ b_{i,j+1} V_{i,j+1}^{n+1} = \frac{V_{i,j}^n}{\Delta t} - \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j-1}^{n+1}}{\rho_{i,j}^{n+1} \Delta y} - g$$

$$\dots\dots\dots (24)$$

となる。

この式を三重対角行列の形に再配列し、三重対角行列アルゴリズム(TDMA)を用いて $U_{i,j}^{n+1}$, $V_{i,j}^{n+1}$ の値を求め、さらに SIMPLE 法⁽¹¹⁾ を用いて正確な圧力と速度を求める。

気泡流を一流体と仮定しているので、流体速度は次式で求まる。

$$u \approx U, v \approx V \quad \dots\dots\dots (25)$$

2.6 アルゴリズム アルゴリズムを以下に示す。

- (1) 平均流速、圧力の予測値を仮定する。
- (2) 気泡の速度を式(15)より求め、気泡の位置を計算し、各セルの気泡数密度を求め、その位置の圧力を用い、式(18), (19)より気泡の密度、直径を求める。
- (3) 気泡数密度と気泡直径を用い、各セルの局所ボイド率を式(20)より求め、式(21)より新しい平均密度、粘度を求める。
- (4) 新しい平均密度、粘度と式(24)より、新しい速度、圧力を求め、誤差が許容値以下になるまで繰返し計算を行い収束解を得る。
- (5) 次の時間ステップの計算のため行程(1)に戻り、行程(4)で求めた速度と圧力を予測値に置き換え、行程(1)から計算を繰返す。

2.7 境界条件 自由表面を有する二次元容器内の流れでは、2種類の境界条件を考える必要がある。

固体壁面には non-slip 境界条件⁽¹²⁾ を、自由表面には free-slip の境界条件⁽¹³⁾ と、接線応力の条件⁽¹⁴⁾

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

を用いる。

この条件では自由表面の速度 $V_{i,j}$ は零になるため、自由表面に近いところの速度 $V_{i,j-1}$, $V_{i,j-2}$, $V_{i,j-3}$ を用い補正を行い、自由表面の位置を求めた。

2.8 初期条件 液体は静止状態とし、圧力は静圧分布をもつものとする。気泡の初速度は零とし、底面中央部から指定された気泡数だけ放出する。また、

(a) Symmetrical arrangement

(b) Asymmetrical arrangement 1

(c) Asymmetrical arrangement 2

(d) Asymmetrical arrangement 3

Fig. 2 Arrangements of bubbles

気泡群の配置は図2に示すような配置をとる。

3. 解析結果および考察

3.1 正方空洞内流れ 正方空洞内流れは流れ問題に対して数値解析法の適応性を調べる基本的な問題である。

図3にレイノルズ数 $Re = U_0 L / \nu = 400$ における正方空洞中央部の速度分布を示す。ここで U_0 は空洞上部の流速, L は正方空洞の一辺である。

時間ステップ $\Delta t = 0.03$ における正方空洞中央部の速度分布の結果を Burggraf⁽¹⁵⁾ が緩和法で求めた結果と比較すると、メッシュ数が多くなるほど Burggraf の値に近づき 24×24 と 30×30 メッシュでは非常によい一致を示している。このことより本研究の気泡流の解析方法が比較的大きな時間ステップでも安定的かつ精度よく解けることがわかる。

3.2 単一気泡 気泡の運動の解析方法の妥当性を検証するために、単一気泡の運動の解析を行い、従来の研究との比較検討する。

Martin ら⁽¹⁶⁾ の実験条件に合せて、図4に直径 0.45 mm の空気を初速 8.2 cm/s で容器内の静止水中に噴出させた場合の計算結果を示す。また、Martin ら⁽¹⁶⁾ の測定値も示してある。

Basset 項がある場合の計算値は気泡速度の減速がゆっくりであり、測定値と非常によく一致しているが、Basset 項のない場合の計算値は減速が急で測定値との一致もよくない。これらのことより噴出するような急激な変化を伴う気泡の計算には Basset 項のある解析が有効であると考えられる。

3.3 気泡群 気泡に空気、液体に水を用いて、気泡の集まりである気泡群の運動について、図5に気泡直径 0.5, 0.9, 1.3 mm の3種類、気泡数各 676 ($26 \times$

26)個を対称配置、対称数で配置した気泡群を放出したときの結果を示す。

気泡の浮力により気泡群が上昇し気泡群の形状が崩れ、メッシュごとの平均密度に違いが生じ対流が誘起され、気泡の周りに渦が発生し、ブルームが中央部に現れ、それにより気泡群の形状がさらに変化し、対流により周囲の気泡群は外側に広がる傾向にある。

気泡直径による上昇速度の違いにより大きく三つの気泡群に分かれ、直径の大きな気泡群は上昇速度が速く小さな気泡群より先に浮上する。

さらに、大きな気泡群は液面から完全に離脱するのに対し、小さな気泡群は対流の影響を強く受け生成された渦に強く巻き込まれている。

中央部に生じるブルームの流れにゆらぎは生じておらず、流れも左右対称の流れで、巻き込まれている小さな気泡群の形状も対称性を保っている。

液面は自由表面であり、中央付近でブルームの流れによる液面の盛上がりが見られている。

図6に非対称配置1における流れの変化を調べた結果を示す。気泡群を非対称な配置にすると、ブルームにゆらぎが生じ流れの対称性が崩れ、小さな気泡群の一部はその流れに沿って上昇し、気泡群の対称性も崩される。

図7に $t = 2.0$ s における直径 0.9 mm の1種類を、示された個数だけ3列に配置した気泡群を放出したときの結果を示す。図7(a)の対称に配置した気泡群は、気泡流の対称性が保たれている。しかし、図7(b)の非対称配置2、(c)の非対称配置3の気泡1列分を抜き、わずかに非対称に配置した気泡群では、気泡流に少し変化を生じ、気泡群の対称性を崩している。

以上気泡群の非対称性の配置による流れの不安定性の原因について考察すると、各メッシュの気泡により

Fig. 3 Velocity profiles on vertical centreline of square eddy

Fig. 4 Comparison of the calculated and measured bubble rise velocity

Fig. 5 Flow around clusters of bubbles (Symmetrical arrangement, $d=0.5, 0.9, 1.3$ mm) Fig. 6 Flow around clusters of bubbles (Asymmetrical arrangement 1, $d=0.5, 0.9, 1.3$ mm)

Fig. 7 Flow around clusters of bubbles ($d=0.9$ mm)

求めたボイド率で平均密度、粘度を求めており、気泡の位置によりこれらの値は変わってくる。すなわち、気泡の位置に非対称性を生じることは密度、粘度にも非対称性を生じ、求める流れ場の速度も変化し流れの不安定性が生じるものと考えられる。

4. 結 言

自由表面に有する二次元容器底部から気泡群を放出し、非定常における固体粒子の運動についての B. B. O 方程式の解法を気泡に適用し、一流体モデルを用い流体の運動方程式と連立させ、気泡群の運動とそれに伴う流体の運動をシミュレーション解析した結果、次のようなことがわかった。

(1) 鮎川らが求めた固体粒子の運動についての B. B. O 方程式の解析方法は気泡の運動にも適応でき、非常に有効な解析方法である。

(2) 噴出される単一気泡の運動において、Basset 項のある解析法は気泡速度の減速がゆっくりで、測定値との一致もよく、その有効性が確認された。

(3) 気泡群の運動において、気泡群による平均密度、粘度の変化で、気泡流に対流が誘起され、渦が発生し、ブルームが生じ、気泡群の運動に対流により影響を受ける。

(4) 気泡直径の大きな気泡群は液面から完全に離脱するのに対し、小さな気泡群は対流の影響を非常に強く受ける。

(5) 簡単な自由表面の表現方法により、液面の盛上がり確認できた。

(6) わずかな気泡群の対称性の崩れでも気泡流に

影響し、ブルームにゆらぎを生じ、上昇する気泡群の対称性を崩す。

文 献

- (1) Landau, L. D. and Lifshitz, E. M., *Fluid Mechanics*, 2nd ed., (1987), 58-61, Pergamon Press.
- (2) Maxey, M. R. and Riley, J. J., *Phys. Fluids*, **26**(1983), 833-889.
- (3) 鮎川恭三・亀高惟倫・ほか 2 名, 第 11 回混相流シンポジウム講演論文集, (1992), 241-244.
- (4) Ayukawa, K., Kawamoto, M., Ochi, J. and Kawahara, G., *Proc. 2nd Int. Conf. Multiphase Flow '95*, Kyoto, (1995), PD2-29-34.
- (5) Kawamoto, M., Ayukawa, K., Ochi, J. and Kawahara, G., *Proc. Int. Symp. Aerosp. Fluid Sci. Sendai Jpn.*, **14-16**(1993), 388-395.
- (6) Morrison, F. A. and Stewart, M. B., *J. Appl. Mech.*, **43** (1976), 399-402.
- (7) Bischof, F., Jahn, M. and Sommerfeld, M., *Proc. 2nd Int. Conf. Multiphase Flow '95*, Kyoto, (1995), PD2-17-22.
- (8) 片岡, 混相流, **5-1**(1991), 3-21.
- (9) 松本洋一郎・村井祐一, 第 11 回混相流シンポジウム講演論文集, (1992), 221-224.
- (10) Wallis, G. B., *One-Dimensional Two-Phase Flow*, (1969), 17-27, Mcgraw-Hill.
- (11) Patankar, S. V. (水谷幸夫・ほか訳), コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, (1985), 124-134, 森北出版.
- (12) Harlow, F. H. and Welch, J. E., *Phys. Fluids*, **8-12** (1965), 2182-2189.
- (13) Chan, R. K. C. and Street, R. L., *J. Comput. Phys.*, **6** (1970), 68-94.
- (14) Nichols, B. D. and Hirt, C. W., *J. Comput. Phys.*, **8** (1971), 434-448.
- (15) Burggraf, O. D., *J. Fluid Mech.*, **24**(1966), 113-151.
- (16) Martin, W. W. and Chandler, G. M., *Appl. Sci. Res.*, **38** (1982), 239-246.