ビームラインの真空破壊時における衝撃波の一次元解析*

滝谷 俊夫^{*1}, 東野 文男^{*2}, 宮島 臣一^{*3}
寺田 幸博^{*1}, 小村 明夫^{*4}, 安藤 正海^{*5}One-Dimensional Numerical Simulation of Shock Wave Propagation
Induced by Vacuum Accidents in a BeamlineToshio TAKIYA, Fumio HIGASHINO, Shinichi MIYAJIMA,
Yukihiro TERADA, Akio KOMURA and Masami ANDO

A simulation for shock wave propagation in a vacuum tube has been conducted from the viewpoint of protection from vacuum accidents in beamlines of a synchrotron radiation facility. Inserted devices in beamlines such as absorbers, slits, masks and beryllium windows were replaced with orifices installed in a shock tube as a simulation model. One-dimensional Euler's equations with friction terms were used for estimating the effects on shock wave decay as well as the effects of friction along a tube on shock attenuation. The results indicated that the entrance diameter of the shock tube was an important parameter for determining the strength of shock waves generated by the expansion of gases at the tube entrance and that the friction effects were too large to delay the arrival time of shock waves at the end of a long tube. Moreover, shock wave propagation in a long beamline model based on the MR beamline in the National Laboratory for High Energy Physics was simulated for designing adequate protection from vacuum accidents. The present simulation provides necessary information for the design of a protection system for vacuum accidents in other facilities.

Key Words: Shock Wave, Compressible Flow, Shock Tube, Numerical Analysis

1. 緒 言

シンクロトロン放射光施設のビームラインにおいて不測の真空事故が起きた場合、ビームライン内を衝撃波が伝播することによって放射光リングの真空破壊を引き起こす危険がある。真空破壊が放射光リングに及んだ場合、他の実験グループにも多大な損害を与えるなどその影響が大きく、真空保護装置に対する十分な検討が必要である。前報⁽¹⁾では、ビームラインの内装機器をオリフィスに置き換えた衝撃波管のモデル実験によって、低圧管内の伝達衝撃波に対する管入口オリフィス及び管内オリフィスの開口比の影響を明らかにし、ビームラインの真空保護装置の設計に役立てた。一方、ビームライン内を伝播する衝撃波の解析的研究は、主に真空保護装置の要素部品である衝撃波遅延管⁽²⁾の性能を予測する目的で実施されており、衝撃波遅延管内の流れを広い圧力範囲に対して解析した報告⁽³⁾がある。ところが、ビームラインの全域にわたる衝撃波の伝播に関しては報告例が少な

く、長尺化するビームラインに対して非常用高速遮断弁の選定基準が確立されていないなどの課題が残されている。

本研究の目的は、モデル実験によって得ることが困難であった長尺ビームラインの真空保護設計に関するデータを、数値計算によってさらに充実させることである。そこで、準一次元非定常の圧縮性流体の流れの方程式を、ビームラインモデルとしての吸込み式入口絞り付衝撃波管における衝撃波の伝播に適用し、入口オリフィス及び管内オリフィスの開口径が衝撃波伝播速度に及ぼす効果について数値計算による定量的な検討を実施した。さらに、長尺ビームラインにおける管摩擦が衝撃波の減衰に及ぼす影響について検討を加え、高エネルギー物理学研究所で建設されたトリスタン主リングのMRビームライン⁽⁴⁾を対象にして数値計算の適用例を示した。

2. 基礎方程式

ビームラインにおいては放射光が残留気体により散乱されるのを防ぐために、その管内は 10^{-7} Pa (10^{-9} Torr) オーダー以下の高真空に保たれている。このような高真空にある管内に大気が入り込んだ場合、衝撃波の形成や反射などの現象は連続流体力学によって得られる結果とは異なる。しかし、ビームライン内の機器に損傷を与えた

* 原稿受付 1996年7月12日。

^{*1} 正員、日立造船(株) (〒551 大阪市大正区船町2-2-11)。^{*2} 正員、東京農工大学工学部 (〒184 小金井市中町2-24-16)。^{*3} 東京農工大学大学院。^{*4} 日立造船(株)。^{*5} 高エネルギー物理学研究所 (〒305 つくば市大穂1-1)。

り、放射光リング内の真空状態に決定的な影響を及ぼす主要な原因となるのは衝撃波に続く流入空気であり、その挙動は連続流体方程式によって評価できる。そこで、圧縮性流体方程式を用いて流入空気に対する安全側の評価基準を作成することとした。前報のモデル実験⁽¹⁾で明らかのように、管内の初期圧力が低くなると、衝撃波の形成時間が長くなるとともに、衝撃波背後の圧力も低くなり、初期圧力が1 kPa程度以下では圧力測定による現象の把握が困難である。本研究では、連続流体力学の限界に近い圧力値1 Paを管内初期圧力の代表値とすることによって、実際のビームラインにより近い条件で数値計算を実施し、現象の理解を試みた。

対象としているビームラインは管径に対して十分長く、一次元流れとしての扱いが適しているため、基礎方程式は式(1)に示す摩擦の影響を考慮した準一次元のEuler方程式とした。

$$\frac{\partial(QA)}{\partial t} + \frac{\partial(FA)}{\partial x} = W \quad (1)$$

$$Q = [\rho \quad \rho u \quad e]^T$$

$$F = [\rho u \quad \rho u^2 + p \quad u(e + p)]^T$$

$$W = \left[0 \quad p \frac{dA}{dx} - \rho A \frac{4f}{D} \frac{u^2}{2} \quad -\rho u A \frac{4f}{D} \frac{u^2}{2} \right]^T$$

ここで、 ρ は密度、 u は速度、 e は単位体積当たりの全エネルギー、 p は圧力、 x は距離、 t は時間、 A は管の断面積、 D は管内径、 f は摩擦係数である。

3. 計算モデルと計算方法

ビームライン中を伝播する衝撃波の計算モデルを図1に示す。これは、ビームラインのビーム取り出し口であるBe窓(beryllium window)を入口オリフィスに、内装機器を管内オリフィスに見立てたモデルである。計算方法の妥当性を検証するために、前報⁽¹⁾での実験に使用した衝撃波管に対応する計算モデルを作成した。ただし、実験装置は吸込み式衝撃波管であり、通常の衝撃波管に比

Fig. 1 Calculation model.

べると駆動部が無限に大きい場合に相当するので、ここでは10倍の断面積を有する貯気槽を仮定して計算した。入口オリフィスは隔膜と同じ位置にあり、隔膜から距離 $x = 0.3$ または 0.6 の地点に管内オリフィスを設置した。計算セル数は全部で1104個であり、貯気槽に100個、衝撃波管に1000個、上流及び下流境界にそれぞれ2個ずつ取った。管内オリフィス後方には拡大管を設置し、この拡大部のセル数 Nk は計算パラメータとして変化できるようにした。隔膜からの距離 x は衝撃波管の全長 L で無次元化し、他の状態量は貯気槽状態を基準にして無次元化を行なった。計算の実行にあたって、Courant数は $\Delta t / \Delta x = 0.1$ とした。ここで Δt 及び Δx はそれぞれ時間及び空間の刻み幅である。

基礎方程式の離散化にはRoeのFlux Difference Splittingスキーム⁽⁵⁾を用い、MUSCL法による二次精度の補間⁽⁶⁾⁽⁷⁾を行なった。流束制限関数はVan Albada limiter⁽⁸⁾である。時間積分には式(2)に示す3段階のRunge-Kutta法⁽⁹⁾を採用した。

$$Q_j^{(k+1)} A_j = Q_j^{(k)} A_j - \alpha_k \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{j+1/2}^{(k)} A_{j+1/2} - F_{j-1/2}^{(k)} A_{j-1/2} - W_j^{(k)} \Delta x] \quad (k=1,2,3) \quad (2)$$

$$Q_j^{(1)} = Q_j^n, \quad Q_j^{(4)} = Q_j^{n+1}$$

ただし、添字 k は k 回目のステップにおける状態量、 α_k はRunge-Kutta法の係数を表す。また、管の断面積は計算セル境界で与え、セル中心の断面積は $A_j = V_j / \Delta x$ によって定義した。ここで、 V_j はセルの検査体積を表す。

図1の計算モデルにおいて上流及び下流境界条件は無反射条件⁽¹⁰⁾とし、基準状態を温度20℃、1気圧の空気として取扱った。また、計算のパラメータとして、入口オリフィス開口比 $r_e = D/d_e$ 、管内オリフィス開口比 $r = D/d$ 、初期圧力比 p_4/p_1 及び摩擦係数 f を選んだ。ここで、 D 、 d_e 、 d 、 p_4 及び p_1 はそれぞれ管内径、入口オリフィス開口径、管内オリフィス開口径、大気圧及び管内初期圧力である。

4. 計算結果

4・1 圧力及び密度分布 計算によって得られた圧力及び密度分布の模式図を図2に示す。図中の4本の曲線は各分布が時間とともに変化していく様子を表している。曲線aは衝撃波がオリフィスに入射する直前の分布である。曲線bではオリフィス下流に透過衝撃波(transmitted shock)とともに二次衝撃波(secondary shock)が観測される。オリフィス上流には反射衝撃波(reflected shock)が現れている。曲線cでは反射衝撃波が接触面(contact surface)と干渉してオリフィス上流の圧力はさらに高まっている。一方、オリ

Fig. 2 Transition of pressure and density distribution along a tube.

フィス下流には新たな後続衝撃波(second transmitted shock wave)が形成され、透過衝撃波に続いている。後続衝撃波は透過衝撃波よりも伝播速度が大きく、二つの衝撃波の間隔が小さくなっていることが曲線dよりわかる。以下、圧力分布の時間推移から算出した衝撃波のマッハ数に基づいて考察を行なう。

4・2 管入口オリフィスの効果 初期圧力比に対する衝撃波マッハ数を図3に示す。計算では入口開口比及び初期圧力比の効果を調べることが目的であるため、摩擦係数は $f=0$ とした。図3において実線及び太い破線はそれぞれ入口開口比 $r_e=1.0$ 及び2.752に対する数値計算の結果を示す。また、細い破線は断面積比が10の断面収縮形衝撃波管に対する理論計算結果⁽¹⁾であり、 $r_e=1.0$ の条件に対応する。理論計算では断面収縮部の流れを定常膨張過程と仮定し、初期圧力比 p_4/p_1 と衝撃波圧力比 p_2/p_1 を式(3)のように関係づけている。

$$g \frac{p_4}{p_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \left[1 - \frac{\gamma-1}{2} \frac{u_2}{a_1} \frac{a_1}{a_4} g \right]^{-\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \quad (3)$$

ここで、 a_1 、 a_4 及び u_2 はそれぞれ管内の初期状態の音速、大気状態の音速及び衝撃波に誘起される気流の速度、 g は断面収縮部の膨張過程に応じて決定される変数である。図3からわかるように、 $r_e=1.0$ の場合初期圧力比の増加に対して衝撃波マッハ数は対数的に増加する。数値計算値は理論計算値に比較してマッハ数で0.2ほど小さくなっているが、直線の勾配は等しい。 $r_e=2.752$ の場合、 p_4/p_1 が約30以上に対しては数値計算による衝撃波マッハ数は直線的に増加し、その増加割合は $r_e=1.0$ の場合とほぼ等しい。

図3には吸込み式衝撃波管による実験結果を併記している。これは数値計算の妥当性を検証するために、前報⁽¹⁾

Fig. 3 Variation in shock Mach number to the initial pressure ratio inside a tube.

Fig. 4 Shock Mach number vs. diameter ratio of a tube entrance.

で示した衝撃波管を用いて種々の初期圧力比に対する衝撃波マッハ数を測定した結果である。白丸及び黒丸はそれぞれ $r_e=1.0$ 及び2.752に対する実験結果である。 $r_e=1.0$ に対する実験値の傾向は、数値計算結果及び式(3)による理論計算結果と同様である。一方、 $r_e=2.752$ の場合の実験結果は数値計算結果とよく一致し、本計算によって衝撃波マッハ数を予測できることを示している。

次に、数値計算によって得られた入口開口比 r_e と衝撃波マッハ数 Ms との関係を種々の初期圧力比をパラメータとして図4に示す。衝撃波マッハ数 Ms は r_e の増加に対してほぼ直線的に減少することから、 Ms が r_e の対数関数によって近似できることがわかる。また、 r_e の増加に対する Ms の減少割合は初期圧力比によらず一定である。しかし、衝撃波マッハ数 Ms が1.0に近づくにつれてその減少割合はやや小さくなる。図4は実用上の入口開口比に対して発生する衝撃波のマッハ数を整理したものであり、ビームラインの真空保護設計に際して入口開口比の効果をこの図から予測することができる。

4・3 管内オリフィスによる衝撃波の減衰 オリフィスへの入射衝撃波のマッハ数 Ms とマッハ数の透過率 ξ との関係を図5に示す。透過率は入射衝撃波マッハ数 Ms に対するオリフィス通過後の衝撃波マッハ数 Ms' の比 Ms'/Ms によって定義した。ここではオリフィス前後の衝撃波の強さの関係を調べることが目的であるので、数値計算における摩擦係数は $f=0$ とした。また、オリフィス開口比 r は実験と比較するため $r=4.587$ とした。図において、実線はオリフィス下流の拡大部のセル数 Nk が1及び50の場合の数値計算結果を示す。一方、破線は衝撃波運動理論⁽¹²⁾によってオリフィスを通過する一次元衝撃波の減衰を計算した結果である。衝撃波運動理論では、断面積変化を伴う管内を伝播する衝撃波のマッハ数 M の変化について式(4)を導いている。

$$\frac{2MdM}{(M^2-1)K(M)} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (4)$$

式(4)において $K(M)$ は次式のとおりである。

$$K(M) = \left[2(2\mu + 1 + M^{-2})^{-1} \left(1 + \frac{2}{\gamma + 1} \frac{1 - \mu^2}{\mu} \right)^{-1} \right] \\ \mu = \left[\frac{(\gamma - 1)M^2 + 2}{2\gamma M^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

ここで、 A は平面衝撃波の面積、 γ は比熱比である。上式は、衝撃波の面積の変化とそれに伴うマッハ数の変化との関係を表わしたものである。衝撃波運動理論では衝撃波波面後方の流れの変化を考慮に入れていないので、理論計算は数値計算と同じ傾向を示すが、数値計算よりも衝撃波の減衰を小さく評価している。

図5には、前報⁽¹⁾で示した衝撃波管を用い、同様の実験方法に従って測定した衝撃波マッハ数の透過率を白丸でプロットした。実験結果の傾向は数値計算結果及び式(4)

Fig. 5 Comparison between experiments and the present calculation results related to the Mach number fraction.

による理論計算結果と良い対応を示している。さらに定量的に見ると、実験値は $Nk=1$ の場合の数値計算値と理論計算値の中間に位置し、 $Nk=50$ の場合の数値計算値と良く一致する。このことより、実際の流れではオリフィス板後方において流体粘性の影響による死水領域が作られるため流体は急激に膨張せず、実際の流れの膨張過程は本計算の $Nk=50$ の場合に対応していることがわかる。これは、オリフィス後方の流れが適切な膨張をするように拡大部を設定すれば、本計算によってオリフィスによる衝撃波の減衰を予測できることを示唆している。

次に、衝撃波の減衰に対するオリフィス径の影響について考える。図6はオリフィス開口比 r とマッハ数透過率 ξ との関係を示す。計算のパラメータは入射マッハ数 $Ms=1.18, 1.44, 1.66, 1.90, 2.23$ 及び 2.49 であり、これらは初期圧力比 $p_4/p_1=2, 5, 10, 20, 50$ 及び 100 の6種類の計算条件に対応する。入口開口比 r_e 、拡大部セル数 Nk 及び摩擦係数 f は、いずれの場合も $r_e=1.0$ 、 $Nk=50$ 及び $f=0$ である。図6から明らかなように、マッハ数透過率 ξ はオリフィス開口比 r の増加に伴いほぼ対数的に減少していくが、 r が大きくなるとこの減少割合は小さくなり、入射マッハ数ごとに一定値に近づく傾向を示す。また、入射マッハ数 Ms の増加に伴って ξ は減少するが、 Ms が大きくなるとこの減少量は小さくなる。図6は、実用上のオリフィス開口比に対するマッハ数透過率を真空保護設計に役立つ形に整理したものである。

衝撃波波面の伝達距離と時間の関係を図7に示す。横軸は隔膜からの無次元距離 x であり、縦軸は破膜の瞬間からの経過時間 t を表わす。ただし、時間は L/a_4 で無次元化してある。計算のパラメータは初期圧力比 p_4/p_1 であり、オリフィス下流の比較的長い領域にわたって衝撃波の減衰を調べるため $r=6.5$ のオリフィスを $x=0.3$ に挿入した。 $p_4/p_1=10$ の場合は $x=0.3$ で衝撃波は減衰

Fig. 6 Mach number fraction of transmitted shock to the incident shock.

Fig. 7 Change in shock propagation speed due to the orifice.

Fig. 8 Effect of diameter ratio on the second transmitted shock speed.

し、波面速度に減少が見られる。ところが、 $p_4/p_1=10^2$ の場合は一度減速した波面が $x = 0.55$ 付近で再び加速される。これは、反射衝撃波によってオリフィス上流部分の圧力が上昇すると、オリフィスから流出する気体が新たな後続衝撃波を形成し、最初の透過衝撃波を追越すためである。初期圧力比が高いほどこの再加速の位置がオリフィスに近づき、オリフィス下流の圧力上昇に対して後続衝撃波の影響が支配的となる。オリフィス開口比 r に対する後続衝撃波のマッハ数 Ms を図 8 に示す。計算のパラメータは初期圧力比である。図によると Ms は $r = 2.0$ 付近でピーク値をとり、その後 r の増加とともに減少していく。この減少割合は初期圧力比が高いほど小さい。 r が小さい範囲ではオリフィスのない場合よりも衝撃波マッハ数は大きくなり、オリフィスによる衝撃波の減衰効果は小さいと言える。

5. 数値計算の適用例

5・1 設計への適用法 前節で考察したように、ビー

ムラインの真空保護装置の設計にとって必要なパラメータは入口開口比と各内装機器のオリフィス開口比である。一般に、Be窓や内装機器の開口径は与えられるので、ここではビームラインの管径と非常用高速遮断弁の仕様を決めることが問題となる。設計に際しては、まず入口開口比から発生する衝撃波のマッハ数を図 4 によって見積もる。次に、見積もったマッハ数を入射マッハ数として、内装機器の開口比に対応する透過マッハ数を図 6 に示したマッハ数透過率に基づいて計算する。入射マッハ数が 2.5 を超える場合は、図 8 から透過後のマッハ数を読み取る。このようにして、すべての内装機器に対して透過マッハ数を評価することによって衝撃波波面が高速遮断弁に到達するまでの時間がわかる。波面の伝播時間から高速遮断弁に必要な作動時間を簡易的に決定することができる。

5・2 長尺管における管摩擦の影響 第 4 節では全長 5 m の衝撃波管の実験結果と比較することによって、数値計算の適用性を検討してきた。数十 m 以上の長尺ビームラインではスケーリングの問題が生じ、これまでの摩擦を考慮しない無次元量による議論は成り立たないものと考えられる。そこで、これまでに明らかにした数値計算法の基礎方程式に管摩擦項を組み込み、摩擦を考慮した場合の設計データを実尺モデルに基づいて評価することにした。

長尺管における衝撃波波面の伝達距離と時間の関係を図 9 に示す。計算のパラメータとしては 6 種類の管内径を用いた。計算条件は、管長 100 m、入口開口比 1.0、初期圧力比 10^5 及び初期圧力 1 Pa である。摩擦係数 f については、管路内の定在衝撃波に関する松尾の解析⁽¹³⁾によると $f = 0.006$ の場合が実験値と最も良く一致するので、本計算においてもこの値を採用した。

図には各管内径 D に対する数値計算結果とともに比較のため $f = 0$ の場合の数値計算結果も示した。摩擦を考慮した場合は、波面が伝達するにつれて波面速度に減少が

Fig. 9 Effect of tube diameter on the speed of shock front.

見られ、その計算値は $f=0$ に対する計算値から大きく離れていく。波面速度の減少の程度は管内径が小さいほど大きい。時間が経過するにしたがって波面速度は一定値に落ち着く傾向を示すが、100m 地点における波面の到達時刻は $f=0$ の計算結果に比較してかなり遅くなる。以上のことより、長尺ビームラインに対しては摩擦によって衝撃波を大きく遅らせる一定の効果が認められ、衝撃波遅延管等真空保護装置の簡易化あるいは省略を積極的に推進できることが明らかとなった。

5・3. MRビームラインを対象とした計算例 MRビームラインはトリスタン主リングより分岐し、放射光の不要部分を除去するマスクや、放射光の光軸の位置を検出するビームポジションモニタなどの内装機器を経て実験室につながっている。ビームラインの全長は70m、管の内径は36.6mmである。

数値計算によって得られたビームライン内圧力分布の時間変化の一例を図10に示す。図の横軸は、Be窓を原点としたビームラインに沿った軸方向座標である。入口オリフィスに相当するBe窓の開口面積は200mm²、中間オリフィスに相当する37m地点のマスクの開口面積は100mm²である。Be窓及びマスクの直後は直径200mmのチャンバーが、さらに、68m地点には直径300mmのチャンバーが設置されている。計算におけるビームライン内の気体の圧力は1Paであり、温度は20℃と仮定している。図10は、MRビームラインを対象として、真空事故の際にBe窓が瞬間的に破壊する状況を想定した計算の結果を表している。計算条件は、初期圧力、初期圧力比及び摩擦係数がそれぞれ1Pa、 10^5 及び0.006である。上流及び下流の境界条件はいずれも無反射条件である。図には圧力分布の時間推移を20ms毎に400msまで描いている。破膜後、衝撃波が伝播していく様子がわかるが、

Fig.10 Calculated pressure distribution for the MR beamline.

管摩擦によって減衰し、さらに37m地点のマスクによって消滅する。その後マスク下流に圧縮波が伝播するが、68m 地点に設置された機器による急拡大部で減衰している。波面到達を検出する圧力値レベルを管内初期圧力の1.01倍とした場合、波面が70m 地点で検知される時間は破膜から約300ms後であった。波面の圧力値レベルを初期圧力の2倍とした場合は、管端においてすら、400ms後でも検知されない。

6. 結 言

シンクロトロン放射光施設におけるビームラインの真空保護装置の設計指針を確立することを目的として、準一次元摩擦項付Euler方程式による衝撃波伝播計算を実施した。その結果を要約すると、以下のとおりである。

- (1) 初期圧力比に対する衝撃波マッハ数の関係及び入射衝撃波マッハ数に対するマッハ数透過率との関係は実験結果と良い対応を示し、本計算の妥当性を確認した。
- (2) 管入口開口比に対する衝撃波マッハ数及び管内オリフィス開口比に対するマッハ数透過率に関し、真空保護設計に役立つ形で本計算結果を整理した。
- (3) オリフィス上流の圧力上昇によって生ずる後続衝撃波の伝播マッハ数 Ms'' は、初期圧力比が高い場合透過衝撃波マッハ数 Ms' よりも大きい。長尺ビームラインでは後続衝撃波の影響を考慮する必要がある。
- (4) 長尺管に対する管摩擦の効果は大きく、衝撃波遅延管等の真空保護装置を特に装備する必要性は認められなかった。なお、MRビームラインを対象にして、本数値計算の適用結果を示した。

真空保護設計に際しては、真空事故による被害の大きさ、事故の起こる確率及び非常用装備にかかるコストなどが最終的に考慮されるが、その検討において本研究で示した数値計算は重要な尺度を提供することができる。

文 献

- (1) 滝谷・東野・阿部・寺田・小村・安藤, 機論, **62-596**, B(1996), 1337.
- (2) Jean, R. and Rauss, J., Le Vide, **3** (1964), 123.
- (3) Okano, T. and Tominaga, G., Jpn.J. Appl. Phys., **20**, 9 (1981), 1729.
- (4) 杉山・東, MR放射光用モノクロメータ技術報告会報告書, KEK Proceedings 96-7 (1996)
- (5) Roe, P.L., J. Comput. Phys., **43**, (1981), 357.
- (6) van Leer, B., J. Comput. Phys., **23**, (1977), 276.
- (7) van Leer, B., J. Comput. Phys., **32**, (1979), 101.

- (8) Anderson, W.K., Thomas, J.L. and van Leer, B., AIAA J., **24**, (1986), 1453.
- (9) 藤井, 流体力学の数値計算法, (1994), 143, 東京大学出版会.
- (10) Ogawa, T. and Fujii, K., Comput. Fluid Dyn. J., **3**, 1 (1994), 63.
- (11) 生井・松尾, 衝撃波の力学, (1983), 201, コロナ社
- (12) Witham, G. B., Linear and Nonlinear Waves, (1974), 263, John Wiley.
- (13) 松尾, P-SC90 産業用バルブに関する調査研究分科会成果報告集, (1987), 41.
-