ニュートン流体の固体境界における滑りについて*

渡 辺 敬 三^{*1}, YANUAR^{*2}, 水 沼 博^{*1}

Slip of Newtonian Fluids at Solid Boundary

Keizo WATANABE, YANUAR and Hiroshi MIZUNUMA

A real fluid does not slip at the surface of a solid body. Most experimental results of a Newtonian fluid satisfy this condition. If a real fluid can slip freely over the surface of a solid body, how can we deduce the slip velocity? Although slip is a basic, interesting problem in fluid mechanics, fundamental data are lacking. The purpose of this study is to clarify fluid slip experimentally. Velocity profiles of tap water and 20 wt% glycerin solution flowing in a square duct with a highly water-repellent wall were measured by means of a hot-film anemometer. Consequently, slip of Newtonian fluids at the solid wall was revealed and explained by Navier's theory.

Key Words: Fluid Mechanics, Newtonian Fluids, Square Duct Flow, Boundary Condition, Velocity Profile, Fluid Slip, Coefficient of Sliding Friction

1. 緒 論

“粘性流体はその接する固体壁面で滑らない”。この境界条件はニュートン流体の実験結果とよく一致する。現在、流体の滑りが問題とされるのは希薄気体の流れや非ニュートン流体の高分子溶液や融液の特殊な場合の流れである。

仮に、粘性流体において滑りが存在するならば、滑り速度はどのように与えられるか？ この問題は Navier⁽¹⁾ によって考察された。Navier は滑り速度をせん断応力の関係として与え、滑り速度はせん断応力に比例するという仮説を立てた。この仮説を固体境界における境界条件として用いれば、滑りがある円管や矩形管内の層流域の速度分布が厳密解としてナビエ・ストークスの式から得られる。

一方、著者ら⁽²⁾ は管内壁全面が液体分子と結合しにくい超はっ水性壁からなる矩形管の水道水およびグリセリン水溶液の圧力損失を測定し、従来明らかにされていなかった、新しいタイプの層流域の抵抗減少効果を

を報告した。そして、Navier の仮説を管壁における境界条件に適用して、矩形管の管摩擦係数の解析を行い、この抵抗減少効果は管壁における液体の滑りで説明できることを指摘した。しかしながら、流体特に液体の滑りについての問題は流体力学の最も基本的でかつ興味ある現象にもかかわらず、ニュートン流体の滑り速度を実験的に明らかにした研究は現時点でなされていない。そして、Navier の仮説の検証も十分になされているとはいいがたい。

よって、本研究は固体壁における流体の滑りに関する現象を実験的に明らかにすることを目的として、管底部内壁のみが超はっ水壁の正方形管内の軸方向速度分布を熱線流速計で測定したものである。その結果、ニュートン流体である水道水およびグリセリン水溶液の滑り速度の存在が定量的に明らかにされ、滑り速度と管壁のせん断応力の関係から Navier の仮説が実験的に検証された。

おもな記号

2a: 供試管の高さ, 幅 m

l: 管路長 m

m: 水力平均深さ (=ab/(a+b)) m

p: 圧力 Pa

* 原稿受付 1996年8月13日。

*1 正員、東京都立大学大学院工学研究科 (〒192-03 八王子市南大沢1-1)。

*2 東京都立大学大学院。

Fig. 1 Experimental pipeline system

Fig. 2 Hot film anemometer

Re : レイノルズ数 ($=4mu_m/\nu$)

u : z 方向速度 m/s

U : 最大速度 m/s

u_s : 滑り速度 m/s

β : 滑り係数 Pa·s/m

ϵ : アスペクト比

λ : 管摩擦係数

μ : 粘度 Pa·s

ν : 動粘度 m^2/s

ρ : 密度 kg/m^3

τ_w : 壁面せん断応力

x, y, z : 直角座標

2. 実験装置と方法

図1に配管系の実験装置を示す。実験は水平に設置した断面が約15 mm×15 mmで、長さが1 000 mmの正方形管内の上流から700 mmの位置における速度分布を熱線流速計で測定して行った。測定部において十分発達した流れが得られるように、これらの供試管は助走区間、遠心ポンプおよびタンクからなる管路系に組み込まれている。供試正方形管はその底面のみに

Fig. 3 Coordinate system for square duct

が接触角 $\theta \approx 140^\circ$ の超はっ水性管を用いた。さらに、比較のため、超はっ水性管と同一寸法で内面がすべて接触角 $\theta \approx 80^\circ$ の透明アクリル樹脂製の正方形管を用いた。

図2に速度分布測定のための熱線プローブの取付状態を示す。熱線プローブは円すい形ホットフィルムで、その円柱部分の直径は1.5 mmである。検定は実験装置の配管系に直径10 mmの円管を組み込み、その十分発達した定常の円管内層流の速度分布を基準にして、検定曲線を作成して行った。その誤差は重量法によって求めた流量を基準にして、 $Re=1550$ において最大4.6%であった。

供試流体は水道水およびグリセリン20 wt%水溶液である。

3. 実験結果と考察

図3に示されるような矩形管内に直角座標をとると定常で十分発達したニュートン流体の流れに対して、 u を z 方向速度とすると、ナビエ・ストークスの式は次式となる、

$$\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = \left(\frac{dp}{dz} \right) \dots \dots \dots (1)$$

管壁での滑り速度を u_s とすると、境界条件は次式のようなになる。

$$u(-a, y) = u_s, \quad u(a, y) = u_s$$

$$u(x, 0) = u_s, \quad u(x, 2a) = u_s$$

滑りなしの境界条件を満足する式(1)の u の厳密解⁽³⁾ はすでに得られている。著者ら⁽²⁾ はその厳密解を考慮して、管壁での滑りがある場合の速度分布を次式のように求めた。

$$u = \frac{1}{\mu} \left(-\frac{dp}{dz} \right) \left[\frac{y}{2} (2a - y) - \frac{16a^2}{\pi^3} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n^3} \sin \left(\frac{n\pi y}{2a} \right) \frac{\cosh \left(\frac{n\pi x}{2a} \right)}{\cosh \left(\frac{n\pi}{2} \right)} \right] + u_s \dots \dots \dots (2)$$

いま、Navier の仮説を壁面での境界条件として次式のように与える。

$$\tau_w = \beta u_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 β は滑り係数であり、滑りなしの条件は $\beta \rightarrow \infty$ で与えられる。式(3)を用いると、式(2)の u_s は次式のように求まる。

$$u_s = \frac{a}{\beta} \left(-\frac{dp}{dz} \right) \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} \frac{\cosh\left(\frac{n\pi x}{2a}\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi}{2}\right)} \right] \dots\dots\dots (4)$$

これより、管摩擦係数 λ は次式のように得られる。

$$\lambda = \frac{64}{Re} \frac{3/2}{(1+\epsilon)^2 \left[\left(1 + \frac{3\mu}{\beta a} \right) - \frac{192}{\pi^5} \epsilon \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n^5} \left(1 + \frac{n^2 \pi^2 \mu}{4\beta a} \right) \tanh\left(\frac{n\pi}{2\epsilon}\right) \right\} \right]} \dots\dots\dots (5)$$

図4にアクリル樹脂および超はっ水壁の正方形管の速度分布の測定結果の一例を示す。供試流体は水道水で、いずれの場合も圧力こう配 ($-dp/dz$) が 10.8 Pa/m の結果である。図4から明らかなように、アクリル樹脂壁では滑りは生じていないが、超はっ水壁においては、明らかに滑り速度の存在が認められる。

さらに、それらの面積から平均流速 u_m を求めると、アクリル樹脂および超はっ水壁でそれぞれ、 $u_m = 0.094$ m/s および 0.116 m/s である。その流量増加から求まる抵抗減少率は約 23.4% となり、この値はすでに得られた管内壁全面が超はっ水性である実験結果⁽²⁾ とほぼ一致する。

図5(a)、(b)は超はっ水性正方形管内の速度分布をそれぞれ水道水およびグリセリン 20 wt% 水溶液に分けて示したものである。図5中の実線は実験値を滑らかに結んだものである。すでに述べたように、液体とそれが接する固体境界との間でその結合力が弱い超はっ水性の管壁では速度は零とならず、いずれの場合も滑り速度 u_s の存在が確認できる。そして、この滑り速度は Re 数の増加に伴い増加することがわかる。

これらの実験値を用いて、式(3)から滑り係数 β を求めることができる。すなわち、得られた滑り速度

u_s と、すでに報告された正方形管の圧力損失の実験結果⁽²⁾ から求めた管壁におけるせん断応力 τ_w の関係を整理したのが図6である。

図6から、水道水およびグリセリン 20 wt% 水溶液のいずれの場合も τ_w と u_s は本実験の範囲内で線形関係を満足することがわかる。図6より、滑り係数 β は水道水およびグリセリン 20 wt% 水溶液において、それぞれ $\beta = 1.56$ Pa·s/m および $\beta = 2.56$ Pa·s/m が得られる。

Fig.4 Comparison of acrylic resin and highly water-repellent walls for the u component velocity across the half channel

Fig.5 Variation of the u component velocity across the half channel with highly water-repellent wall

Fig. 6 Relationship between wall shear stress and slip velocity

Fig. 7 Comparison of experimental data with Eq. (4) for slip velocity

図7は得られた滑り係数 β を、式(4)に代入した滑り速度と実験結果の比較を示した。また、図8には式(4)を式(2)に代入した無次元速度分布の結果を示した。図7, 8からも明らかなように、計算結果と実験結果はほぼ一致することがわかる。

一方、これらの滑り係数 β の値を代入して式(5)から計算された管摩擦係数 λ と、すでに報告された著者ら⁽²⁾の結果とを比較したのが図9である。水道水およびグリセリン20 wt%水溶液でそれぞれ管摩擦係数は $\lambda = 44.3/Re$ および $\lambda = 44.2/Re$ となり、実験値とほぼ一致することがわかる。

Fig. 8 Comparison of experimental data of the u component non-dimensional velocity across the half channel with Eq. (2)

Fig. 9 Comparison of experimental data with Eq. (5) for friction factor

4. 結 論

管底部内壁のみが超はっ水性である正方形管内のニュートン流体の軸方向速度分布を熱線流速計で測定した。その結果、水道水およびグリセリン20 wt%水溶液の固体境界における滑り速度が初めて実験的に明らかにされ、流体の滑りに対する Navier の仮説が検証された。そして、せん断応力と滑り速度は線形関係を満足することが明らかにされ、得られた滑り係数の値を用いることによって、滑りを伴う矩形管の圧力損失の実験結果を定量的に評価できることを示した。

終わりに臨み、供試流路の製作に協力していただいた関西ペイント(株)の中谷栄作、春田直哉および土井依男の各氏に、そして実験に協力された都立大学工学

部学部生 宇田川浩史氏に謝意を表す。

文 献

(1) Navier, C. L. M. H. (Goldstein. S., *Modern Develop-*

ments in Fluid Dynamics, (1965), 677-680, Dover

Publication, Inc., New York.).

(2) 渡辺敬三・ほか3名, 機論, **62**-601, B(1996), 3330-3334.

(3) Cornish, R. J., *Proc. R. Soc., London., Ser. A*, **120**

(1928), 691-701.