表面があらいい本の繊維によるふく射の散乱*

牧 野 俊 郎*¹, 堀 場 潤 —*²

Scattering of Radiation by a Fiber with a Rough Surface

Toshiro MAKINO and Jun-ichi HORIBA

We present a new theory on the scattering of radiation by real fibers in engineering systems. The theory covers the scattering by fibers consistently over an entire range of fiber sizes, from smaller than to larger than the wavelength of radiation. A geometrical technique is presented for modelling a fiber with a rough surface of 3D-selfsimilar microstructure. Scattering characteristics of the fiber are described based on an electromagnetic wave theory of diffraction, in order to investigate the relationship among three main factors of scattering: wavelength of radiation, fiber diameter and microstructure of the fiber. It is clarified that with an increase in fiber diameter and a corresponding increase in rough fiber surface microstructure, the scattering changes from a particle scattering-type to a surface scattering-type. The transition occurs in the size parameter range of $P=100\sim300$.

Key Words: Heat Transfer, Thermal Radiation, Thermophysical Property, Spectroscopic Measurement, Scattering, Fiber, Real Surface, Surface Roughness, Fractal

1. 緒 言

粒子や繊維からなる非均質媒質における伝熱現象は、ふく射の散乱特性によって強く特徴づけられる。また、ふく射散乱の測定は粒子や繊維の大きさや数密度などを調べるためのよい計測の手段である。そのため、粒子や繊維によるふく射の散乱は、熱工学のふく射伝熱問題における主要な研究課題の一つになっている。

この課題に対して、熱工学は、理想的な1個の球による散乱に関するMieの理論や理想的な1本の円柱による散乱に関するMaxwell方程式の解⁽¹⁾を基礎として、実在の粒子群や繊維層の性質を計算してきた。この場合、粒子や繊維の数密度が小さいとき、その性質は、粒子や繊維の直径とふく射の波長の関係を表すサイズパラメータだけで特徴づけられた。

この方法は、しかし、粒子や繊維の大きさがふく射の波長程度以下のものである場合にのみ正当である。熱工学が対象とする工学系では、多くの場合、粒子や

繊維は電磁波理論が想定するサイズに比べて大きく、その表面には粒子や繊維の大きさに応じて大きい表面あらさがあるからである。例えば、球形粒子が、すす粒子・砂じん・サッカーボール・月、…のように大きくなり、円柱が、繊維・毛髪・伝熱管・樹木、…のように太くなるとき、その散乱特性が単純な形状の粒子や繊維についてたてた電磁方程式の理論解に近くないことは、容易に推察できる。粒子が大きいとき、ふく射の散乱は粒子散乱のみならず粒子表面の散乱の様式によって強く特徴づけられるであろう。

これまでには、大きい粒子による散乱を扱うのに、幾何光学的な方法⁽²⁾が採られることもあった。この場合、粒子の表面におけるふく射散乱は完全拡散反射あるいは鏡面反射的のいずれかであると仮定された。この方法は、しかし、実用的にも便利ではない、というのは、実在表面の反射は一般にいくぶん鏡面反射的かつ拡散反射的であり、また、その仮定の選択の影響は大きいからである。

熱工学の目的のためには、粒子や繊維が小さい場合から大きい場合にまでわたって、ふく射散乱を統一的に扱える理論が提案され、粒子散乱と表面散乱が同一の基礎上で扱われることが望ましい。著者らの一人は、表面があらいい薄板状粒子のモデル化手法を提案し、

* 1996年5月16日 第33回日本伝熱シンポジウムにおいて講演、原稿受付 1996年12月5日。

*¹ 正員、京都大学大学院工学研究科 (〒606-01 京都市左京区吉田本町)。

*² 学生員、京都大学大学院。

その散乱特性を調べた⁽³⁾。その結果、このような粒子の散乱は、ふく射の波長、粒子の直径、表面の微視構造の三者の関係で特徴づけられ、粒子の大きさの増加とともに、粒子散乱的なものから表面散乱的なものに移行することが示された。

本研究では、この研究の考え方を表面があらいい繊維のふく射散乱特性の研究に拡張する。表面に自己相似的なあらさのある繊維をモデル化する手法を提案し、繊維が太くなるとその散乱特性は理想的な円柱のそれから外れることを明らかにする。

記 号

- $2a$: 繊維の直径 m
 $2a\Delta\theta$: 繊維の表面構造の円周方向の最小値の代表サイズ m
 $\hat{E}$: 電磁波の複素電場ベクトル $V \cdot m^{-1}$
 E_l : 電磁波の複素電場の $l(=X, Y, Z)$ 成分 $V \cdot m^{-1}$
 $\hat{g}$: 式(9)で定義される複素関数 $V \cdot m^{-3}$
 h^* : 繊維の表面要素の傾きの代表値
 I : ふく射の相対強度
 i : 虚数単位
 j : 自己相似化過程の第 j 段階
 $j_{\max}$: 自己相似化過程の最終段階
 k : 電磁波の波数 m^{-1}
 l : 繊維の長さ m
 M : 繊維ユニット作成過程で並べる成分面の数
 m_i : 繊維表面の第 i 番目の要素の法線方向単位ベクトル
 (m_j, n_j) : 第 j 投影面上の斜交座標
 N : 繊維モデル作成過程で並べる繊維ユニットの数
 N : 繊維表面の半径方向の単位ベクトル
 $\bar{n}$: 繊維を構成する物質の光学定数
 P : 繊維のサイズパラメータ
 p : 繊維表面の微視構造のサイズパラメータ
 R : 観測点の位置ベクトル m
 r : 位置ベクトル m
 r' : 繊維の表面要素上の点の位置ベクトル m
 S' : 繊維の表面要素の表面の面積 m^2
 $2x_0$: 第 1 投影面上の表面要素の一辺の長さ、繊維の表面構造の円周方向の最大値の代表サイズ m
 x, y, z : あらいい表面の構造のための座標 m
 X, Y, Z : 繊維によるふく射散乱系のための座標 m
 z_0 : 基準高さ、繊維の表面構造の高さ方向の最大

値の代表サイズ m

α : 自己相似化のパラメータ, $0 < \alpha < 1$

$\alpha^{j_{\max}-1}z_0$: 繊維の表面構造の高さ方向の最小値の代表サイズ m

θ, ϕ : 図 4 に定義する散乱の方位角と天頂角

λ : 真空中での電磁波(ふく射)の波長 m

Σ : rms あらさ m

τ : 自己相関長さ m

$\hat{\phi}$: 式(10)で定義される複素関数 m^{-1}

(太文字): ベクトル量

$\sim$: 複素量

$\| \parallel$: 複素ベクトル量のノルム

添 字

i : 繊維表面の第 i 番目の表面要素

in: 入射波

j : 自己相似化過程の第 j 段階

scat: 散乱波

specular: 表面が滑らかな繊維

rough: 表面があらいい繊維

2. 表面があらいい繊維のモデル

本研究で提案する、表面があらいい繊維のモデルは、表面に自己相似的な三次元凹凸構造をもつものである。そのモデル作成のアルゴリズムは、著者の一人がさきに提案した三次元重ね合わせ法⁽⁴⁾の考え方を基礎とする。そのモデルでは、繊維が太く、それに応じて表面の凹凸構造も大きい表面には、そこに入射するふく射と同じ程度の構造があることになる。

図 1 に示すように、 x - y 平面上に一辺の長さが $2x_0$ である二つの正三角形からなる菱形の領域を設ける。この菱形の領域を $j_{\max}$ 個だけ準備する。この菱形の各辺を 3^j 等分($j=1, 2, \dots, j_{\max}$)し、 $2 \cdot 3^{2j}$ 個の小三角形を得る。この小三角形からなる平面図形(第 j 投影面)上の小三角形の●, ○印の頂点(m_j, n_j)から z 方向に長さが $\alpha^{j-1}z_0$ 、向きがそれぞれ負、零、正のベクトルを生成する。 z_0 は基準高さ、 α は自己相似化のパラメータであり、 $0 < \alpha < 1$ である。各ベクトルの終点を最近接のベクトルの終点と結び、網目構造、

Fig. 1 1st projection plane ($j=1$)

Fig. 2 Appearance of surface microstructure ($j_{\max}=3$) Fig. 3 Appearance of fiber unit ($j_{\max}=3, M=2$)

$$z_j = z_j(x, y) \dots\dots\dots (1)$$

を構成する。この構造を第 j 成分面と呼ぶ。 $j=1, 2, \dots, j_{\max}$ の $j_{\max}$ 個の成分面を得て、これらを z 方向に重ね合わせ、一つの構造、

$$z(x, y) = \sum_{j=1}^{j_{\max}} z_j \dots\dots\dots (2)$$

を作成する(図2)。この構造を x 方向に M 個並べ、円柱状に丸めて繊維ユニットを作る(図3)。ここで、このユニット表面の網目構造を構成する多数の小三角形(表面要素)は平面三角形であり、そのユニットは中実のものであると考える。そのユニットを円柱の軸方向に N 個だけ積み上げ、直径が $2a(=2x_0M)$ 、長さが $l(=3^{1/2}\pi aN/M)$ の繊維モデルを作る。かくして、 $j_{\max}$ が大きい場合、自己相似的な表面の凹凸構造をもつ繊維の三次元モデルが完成する。

このようにして作成された繊維モデル表面の幾何構造は、その大きさによらず、たがいに完全に相似である。また、このモデルは、その作成過程に確率操作を含まないので一意的に指定される。以下では、この繊維のモデルを繊維と呼ぶ。

3. 電磁波の散乱

真空中での波長が λ である平面電磁波(ふく射) $\vec{E}^{\text{in}}$ が、真空中にある繊維に、その軸に垂直な X 方向から入射するときの散乱特性を調べる。図4は、この状況を表す。繊維上の各表面要素(最小の三角形要素)の表面上に形成される複素電場を計算し、その電場が繊維から遠方の観測点 $\mathbf{R}$ に形成する回折波の合成電場

Fig. 4 Coordinate system for radiation scattering description

を Kirchhoff 理論に基づいて計算する。ここで、次の(1)~(3)を仮定する。

(1) 表面要素の表面の各点の電場は、その点における入射電場と Fresnel の反射則により表される反射電場からなる。

(2) 回折波の電場については、Fraunhofer 近似が成立する。

(3) 複数の表面要素での回折波の間での多重回折は生じない。

位置 $\mathbf{r}$ における全電場 $\vec{E}(\mathbf{r})$ は、一般に、位置 $\mathbf{r}$ に入射する一次的な電場 $\vec{E}^{\text{in}}(\mathbf{r})$ と散乱・反射などの変換を経た二次的な電場 $\vec{E}^{\text{scat}}(\mathbf{r})$ の合成電場として、次式で表される。

$$\vec{E}(\mathbf{r}) = \vec{E}^{\text{in}}(\mathbf{r}) + \vec{E}^{\text{scat}}(\mathbf{r}) \dots\dots\dots (3)$$

同様に、表面要素の表面の位置 $\mathbf{r}'$ における全電場 $\vec{E}(\mathbf{r}')$ は、

$$\vec{E}(\mathbf{r}') = \vec{E}^{\text{in}}(\mathbf{r}') + \vec{E}^{\text{scat}}(\mathbf{r}') \dots\dots\dots (4)$$

であり、観測点 $\mathbf{R}$ における全電場 $\vec{E}(\mathbf{R})$ は、

$$\vec{E}(\mathbf{R}) = \vec{E}^{\text{in}}(\mathbf{R}) + \vec{E}^{\text{scat}}(\mathbf{R}) \dots\dots\dots (5)$$

である。この散乱電場 $\vec{E}^{\text{scat}}(\mathbf{R})$ は、その $l(X, Y, Z)$ 成分について次式で表される⁽⁵⁾。

$$\vec{E}_i^{\text{scat}}(\mathbf{R}) = \vec{E}_i(\mathbf{R}) - \vec{E}_i^{\text{in}}(\mathbf{R}) \dots\dots\dots (6)$$

$$= \sum_i \left[\int \int_{\text{element}} \{ \hat{g}_i \{ \vec{E}_i(\mathbf{r}') \} \} dS' \right] \dots\dots\dots (7)$$

$$= \sum_i \left[\int \int_{\text{element}} \{ \hat{g}_i \{ \vec{E}_i^{\text{in}}(\mathbf{r}') \} \} dS' \right] + \sum_i \left[\int \int_{\text{element}} \{ \hat{g}_i \{ \vec{E}_i^{\text{scat}}(\mathbf{r}') \} \} dS' \right] \dots\dots\dots (8)$$

ここで、

$$\hat{g}_i \{ \vec{E}_i(\mathbf{r}') \} = [\vec{E}_i(\mathbf{r}') \{ \mathbf{m}_i \cdot \nabla \hat{\varphi}(\mathbf{R}) \} - \hat{\varphi}(\mathbf{R}) \{ \mathbf{m}_i \cdot \nabla \vec{E}_i(\mathbf{r}') \}] / (4\pi \mathbf{N} \cdot \mathbf{m}_i) \dots\dots (9)$$

$$\hat{\varphi}(\mathbf{R}) = (1/|\mathbf{R}|) \exp(ik|\mathbf{R}|) \dots\dots\dots (10)$$

である。ただし、 $\mathbf{N}$ は繊維の半径方向の単位ベクトル

であり、 k は真空中での電磁波の波数($=2\pi/\lambda$)である。積分 $\int_{\text{element}} [\dots] dS'$ は繊維の各表面要素の表面にわたって、加算 $\sum_i$ は繊維のすべての表面要素にわたって行う。式(8)の第1項は繊維への入射電場[式(4)第1項]の散乱電場への寄与を表し、第2項は粒子の表面要素での反射を経た電場[式(4)第2項]の散乱電場への寄与を表す。すべての表面要素での回折波の観測点 $\mathbf{R}$ における散乱電場 $\mathbf{E}^{\text{scat}}(\mathbf{R})$ は、この2種の電場の寄与の合成複素電場として表される。

繊維には自然光が入射するものとし、たがいに垂直に偏光する2種の直線偏光入射波の強度に対する散乱波の相対強度、

$$\|\mathbf{E}^{\text{scat}}(\mathbf{R})\|^2 / \|\mathbf{E}^{\text{in}}(\mathbf{0})\|^2$$

を求め、その結果を両偏光について単純平均する。ここで、演算記号 $\|\cdot\|$ は複素ベクトル量のノルムを表す。さらに、その平均値を図4に定義する散乱の方位角 θ または天頂角 ϕ について移動平均し、相対散乱強度 $I^{\text{scat}}(\phi, \theta)$ の分布を求める。この移動平均は、表面の微視構造によるふく射干渉の結果として現れる散乱強度分布の空間構造(スペックル)をまるめるためのものである。

4. 数 値 計 算

以上の理論において繊維によるふく射散乱特性は、ふく射の波長 λ と繊維の直径 $2a$ ならびに繊維表面の微視構造に依存する。いま、繊維とその表面の微視構造のサイズパラメータを、それぞれ、

$$P=2\pi a/\lambda, \quad p=2\pi a\Delta\theta/\lambda \quad \dots\dots\dots(11)$$

と定義する。 $2a\Delta\theta$ は繊維の表面要素の一辺の長さである。繊維の散乱特性を特徴づける入力パラメータは、 $P, l, \alpha, j_{\text{max}}, M$ と繊維の表面要素の傾きの代表値、 $h^*=z_0/(3^{j_{\text{max}}-1} \cdot 2a\Delta\theta) \quad \dots\dots\dots(12)$

繊維を構成する物質の光学定数 $\hat{n}$ である。以下では、

$$P=3, 30, 90, 300, 3000 \quad \dots\dots\dots(13)$$

の5種の繊維の散乱特性を調べる。ここで、5種の繊維

にわたって共通に、

$$l=3.0 \text{ mm}, \quad \alpha=1/3, \quad j_{\text{max}}=5, \quad M=10, \\ h^*=1/30, \quad \hat{n}=3+4i, \quad \lambda=1 \mu\text{m} \quad \dots\dots\dots(14)$$

であるとする。この光学定数 $\hat{n}$ の値は、ふく射を透過しない金属的な特性をもつ繊維を想定するものである。繊維はふく射の波長 λ に比べて十分に長い。観測点 $\mathbf{R}$ は $|\mathbf{R}|=10 \text{ m}$ の球面上にあるとする。

表1にこれらの5種の繊維の諸元を示す。これらの繊維は、 $1180980 (=2 \cdot 3^{2j_{\text{max}}} M)$ 個の表面要素からなる繊維ユニットを、繊維軸の方向に、 $P=3 \sim 3000$ の繊維についてそれぞれ $N=11548, 1156, 386, 116, 12$ 個連結したものである。この5種の繊維の表面の幾何構造はたがいに完全に相似的である。その断面プロフィールのフラクタル次元は1.1である。

表1で、 $2a$ と l は、それぞれ繊維の直径と長さであり、繊維の概形を表す。 τ と Σ は、それぞれ繊維の表面の断面プロフィールの自己相関長さ平方根平均二乗(rms)あらさである。 $2x_0$ と z_0 は、それぞれ繊維の表面構造の円周方向と半径方向(高さ方向)の最大値の代表サイズである。 $2a\Delta\theta$ と $\alpha^{j_{\text{max}}-1} z_0$ は、それぞれ繊維の表面構造の円周方向と半径方向の最小値の代表サイズである。仮定(3)に関連して、表面の三角形要素の平均傾きは 5.02° 、最大傾きは 18.4° である。

ここで、本研究の繊維の散乱の理論は、基本的に、式(11)に与える P と p を変数として記述されるので、 λ と繊維の直径・表面の微視形状の大きさの関係が同一である系でのふく射散乱は、 $\hat{n}$ の波長依存性が強いとき、完全に同様に起こる。

5. 計算結果および考察

5・1 計算結果 図5～9に計算結果を示す。これらの図では、円周方向に、散乱の方位角 θ あるいは天頂角 ϕ を、半径方向の対数軸上に散乱強度 $I^{\text{scat}}(\phi, \theta)$ をとって、散乱のオーダ的な特性に注目する。ふく射は繊維の軸に垂直な $(\theta, \phi)=(0^\circ, 0^\circ)$ の方向に入射する。ふく射の波長を固定して考えると、繊維の直径は図(a), (b), ..., (e)の順に大きくなる。

Table 1 Specification of modelled fibers with rough surfaces of $h^*=1/30$
(for radiation of $\lambda=1.0 \mu\text{m}$)

P	$2a$ μm	l mm	τ μm	Σ μm	$2x_0$ μm	z_0 μm	$2a\Delta\theta$ μm	$\alpha^{j_{\text{max}}-1} z_0$ μm
3	0.955	3	0.035 9	0.001 44	0.300	0.003 33	0.001 23	0.000 013 7
30	9.55	3	0.359	0.014 4	3.00	0.033 3	0.012 3	0.000 137
90	28.7	3	1.08	0.043 3	9.00	0.100	0.037 0	0.000 412
300	95.5	3	3.59	0.144	30.0	0.333	0.123	0.001 37
3 000	955	3	35.9	1.44	300	3.33	1.23	0.013 7

5.2 解析解と数値解 図5, 6は, 表面が滑らかな繊維の軸に垂直な $\phi=0^\circ$ の面方向への散乱強度 $I^{\text{scat}}(0^\circ, \theta)$ の特性を表す。図5は, 表面が滑らかで無限に長い理想的な円柱の特性を Maxwell 方程式の解析解に基づいて計算したものである。その計算の過程における Bessel 関数と Neumann 関数の計算には, 両関数の Hankel 漸近展開式と両関数が満足する漸化式を用いた。図6は, 本研究のモデルで表面がもっとも滑らかな $h^*=0$ の繊維について数値解を示す。これらの繊維の表面は表面要素からなるので, これらの繊維は厳密な意味で円柱ではないが, ふく射の波長を $\lambda=1\mu\text{m}$ とするとき, その凹凸は $\Sigma<1\text{nm}$ の程度である。図5, 6の特性は定量的にもたがいに近い, すなわち, 仮定(1), (2)に基づく本計算の結果はこれらの仮定に影響されない。そこで, 5.3節以下では, 表面があらいい繊維の特性(数値解)を図6の特性(数値解)と比較し, 表面があらいい繊維の特性を論じる。

P が大きい繊維の場合, 散乱は $(\theta, \phi)=(0^\circ, 0^\circ)$ の前方で極めて強いが, これは散乱を扱う研究が, 式

(5)の全電場 $\vec{E}(\mathbf{R})$ ではなく, 散乱電場 $\vec{E}^{\text{scat}}(\mathbf{R})$ に注目することによる。繊維が極限的に大きいとき, その繊維の陰の方向にある点 $\mathbf{R}$ の電場は, $\vec{E}(\mathbf{R})=0$ であり, 式(5)によれば,

$$\vec{E}^{\text{scat}}(\mathbf{R}) = -\vec{E}^{\text{in}}(\mathbf{R}) \quad \dots\dots\dots (15)$$

である。すなわち, 散乱電場は, 入射電場と強度が同一で, 位相が 180° シフトしたものである⁽⁶⁾。

5.3 表面があらいい繊維の散乱 図5, 6の表面が滑らかな繊維の場合, 散乱は, 繊維の軸に垂直な $\phi=0^\circ$ の面(以下では散乱面と呼ぶ)の方向でいちじるしく強い。それ以外の方向への散乱は数オーダー弱い。図7は, 表面があらいい $h^*=1/30$ の繊維の $I^{\text{scat}}(0^\circ, \theta)$ 特性を示す。図6と図7を比較すると, $P<30$ の細い繊維では, 特性の差異は小さい。一方, 直径が大きくそれに伴って表面の凹凸が大きい $P>300$ の繊維では, 表面の微視構造の影響が顕著に現れる。すなわち, 散乱面内方向について大ざっぱに言えば, 表面があらいい繊維の場合(図7)には, $\theta=0^\circ$ の方向以外への散乱ふく射の強度が, 表面が滑らかな繊維の場合(図6)に比べ

Fig. 5 $I^{\text{scat}}(0^\circ, \theta)$ characteristics of specular fibers (analytical solution)

Fig. 6 $I^{\text{scat}}(0^\circ, \theta)$ characteristics of specular fibers of $h^*=0$

Fig. 7 $I^{\text{scat}}(0^\circ, \theta)$ characteristics of rough fibers of $h^*=1/30$

て $1/10 \sim 1/100$ の程度に弱い。なお、本研究の表面があらいい繊維の表面の微視形状は、厳密にいうと、入射電場について対称ではないが、図 6, 7 の左右対称性からのずれは実質的に無視できる。

図 8, 9 は、表面の微視構造の影響がもっとも顕著である $P=3000$ の繊維について、表面があらいい $h^*=1/30$ の繊維の散乱の ϕ 方向特性を表面が滑らかな $h^*=0$ の繊維の特性と比較するものである。これらの図は、 $I(\theta, \phi)$ 曲面の θ または $(\theta \pm 180^\circ)$ が一定の一つづきの断面の左右の部分を表す。表面があらいい繊維の散乱強度は、繊維への入射波の寄与が支配的な $(\theta, \phi) = (0^\circ, 0^\circ)$ の前方では表面が滑らかな繊維の場合と実質的に相等しいが、それ以外のすべての方向では、表面が滑らかな繊維の場合に比べてはるかに強い。

5.4 表面散乱支配の P 領域 表面があらいい太い繊維の上記の特性は、繊維表面の微視構造による回折波の干渉現象に起因する。図 10 はこの点を検討するものである。横軸は P であり、縦軸には、表面があらいい繊維による $(\theta, \phi) = (180^\circ, 0^\circ)$ の後方への散乱強度の、表面が滑らかな繊維によるその方向への散乱強度に対する比 $I_{\text{rough}}/I_{\text{specular}}$ を採る。ここで、●印 (isotropic) は、表面があらいい $h^*=1/30$ の繊維についてのものである。表面の微視構造の影響は $P=100$ を越えると強く現れ始める。ここで、繊維(あるいは粒子)の代表直径だけが散乱の挙動を特徴づける場合にその散乱を‘粒子散乱’と呼び、繊維(あるいは粒子)の表面の微視形状がおもに散乱の挙動を特徴づける場合にその散乱を‘表面散乱’と呼ぶことにすると、図 10

Fig. 8 $I^{\text{scat}}(\phi, 0^\circ)$ characteristics of specular fibers of $h^*=0$

Fig. 9 $I^{\text{scat}}(\phi, -45^\circ)$ characteristics of rough fibers of $h^*=1/30$

からは、 $P=300$ では、 $I_{\text{rough}}/I_{\text{specular}}$ はすでに表面散乱的になって一定値をとりつつあるといえる。この散乱特性の粒子散乱的から表面散乱的への遷移は、波長 $\lambda=1 \mu\text{m}$ のふく射についていえば、繊維の直径が $30 \sim 100 \mu\text{m}$ の領域で起こる。この点は、ふく射伝熱の評価において、またふく射散乱に注目する計測において重要である。

5.5 繊維表面の構造の非等方性と散乱特性 実在の繊維の表面の微視構造は、必ずしも、本研究の繊維におけるように等方的ではない。ここでは、表面のいかなる構造が上述の特性に強い影響を与えるのかを検討する。図 10 の○印と□印は、その繊維を構成する表面要素のうち、それぞれ、繊維の円周方向に並ぶ 1 行分と軸方向に並ぶ 1 列分による散乱ふく射について計算した $I_{\text{rough}}/I_{\text{specular}}$ の値である。

表面が滑らかな繊維の場合には、繊維表面の繊維軸方向に並ぶ列の部分での回折波の位相が揃い、回折波は繊維軸に垂直な散乱面内でたがいに強め合う。その面以外の方向ではこの回折波の強め合う干渉は生じにくい。ところが、表面があらいい繊維で、繊維表面の繊維軸方向に並ぶ列の高さが不揃いの部分での回折波が、散乱面内で強め合う干渉を生む確率が低く散乱強度は弱い。同時に、散乱面外の方でも、強め合う干渉を生むいくぶんの確率が生じ、 $\phi \neq 0^\circ$ の方向での散乱強度は、表面が滑らかな繊維の場合に比べて強くなる。一方、繊維表面の円周方向に並ぶ行の部分での回折波の位相は、理想的な円柱の場合でも、 (θ, ϕ) のいかなる方向においても揃うことがないので、その部分からの散乱のふるまいは、表面が滑らかな繊維でも表面があらいい繊維でも、実質的に同様である。以上のことから象徴的にいえば、リーマ状の繊維の散乱特性は滑らかな繊維のものに近く、ボルト状の繊維の散乱特性はその凹凸の強い影響を受けることになる。

Fig. 10 Size parameter ranges of particle scattering and surface scattering

5・6 繊維の表面構造の自己相似性 図 6, 7 において, $P \leq 90$ の細い繊維では, 散乱特性は繊維表面の微視構造の影響を受けない。すなわち, $P \leq 90$ の繊維の表面の高さ方向の最大値の代表サイズが $z_0 \leq 0.1 \mu\text{m}$ である構造(表 1)は, $\lambda = 1 \mu\text{m}$ のふく射に対する散乱特性に影響を及ぼさない。一方, もっとも太い $P = 3000$ のふく射でも, その表面には高さ方向の最小値の代表サイズが $\alpha^{j_{\max}-1} z_0 \sim 0.01 \mu\text{m}$ の詳細構造がある。したがって, 本研究のもっとも太い繊維でも, その表面には実質的に自己相似的な微視構造があることになる。

散乱強度は, 式(8)に示すように, 繊維への入射電場の寄与〔式(8)右辺第 1 項〕と繊維の表面での反射を経た電場の寄与(第 2 項)を重ね合わせた合成複素電場の強度で表される。この点に関係して, 山田・黒崎⁽⁷⁾は, 理想的な円柱について, その直径が大きい場合には, 散乱強度が第 1 項の電場の強度と第 2 項の電場の強度の単純和として表せることを示したが, この加算性は, 本研究の表面があら—繊維についても $P = 10 \sim 3000$ の範囲で成立することがわかった。ただし, この点は, 計算以前に推定されたことである。すなわち, 第 2 項の電場についていえば, 理想的な円柱の表面の部分部分での反射を経た電場の合成波は, 表面があら—繊維の表面の多数の表面要素での反射を経た電場の合成波に比べて, より明りょうな干渉を経たものである。後者がさらに第 1 項の電場と干渉して強め合いあるいは弱め合う可能性は前者の場合に比べて低い。したがって, 理想的な円柱について成立した上記の強度についての加算性が, 表面があら—繊維についても成立するのは自然である。

6. 結 言

本研究では, 表面に自己相似的な微視構造がある繊維の三次元幾何モデル化の方法を提案し, その繊維のふく射散乱特性を調べた。得られた結果を以下にまとめる:

(1) 繊維のサイズパラメータが $P \leq 100$ の程度で

ある場合, 繊維表面の構造は繊維の散乱特性に影響を与えない。繊維が $P \geq 300$ 程度に太くなり, それに伴って繊維表面のあらさが増すと, 散乱は‘粒子散乱的’から‘表面散乱的’に移す。

(2) 繊維の直径がふく射の波長に比べて大きい場合, 表面が滑らかな繊維は, 繊維の軸に垂直な散乱面の方向のみにふく射を強く散乱する。一方, 表面があら—繊維はその方向に比較的弱く散乱し, 加えて, 散乱面以外の方向には表面が滑らかな繊維の場合に比べて強くふく射を散乱する。

(3) 以上の特性は次の原因による。表面が滑らかな繊維では, 繊維の軸方向に並ぶ表面要素列からの位相の揃った回折波が散乱面の方向でたがいに強め合う干渉を生むが, 表面があら—繊維では, 散乱面以外の方向でも強め合う干渉を生むことが可能になる。

(4) 工学系の実在の繊維によるふく射の散乱を細い繊維から太い繊維までにわたって統一的に取扱う理論を示した。

本研究経費の一部は, 文部省科学研究費補助金〔基盤研究(A)(1)0855505〕によった。また, 京都大学の若林英信, 服部純也両氏からは貴重なご示唆・ご援助を得た。ここに記して感謝する。

文 献

- (1) van de Hulst, H. C., *Light Scattering by Small Particles*, (1981), 297-328, Dover, New York.
- (2) Siegel, R. and Howell, J. R., *Radiation Heat Transfer*, 2nd ed., (1981), 577-592, Hemisphere.
- (3) 牧野俊郎・蔵田秀敏, 表面があら—薄板状粒子によるふく射の散乱, 機論, **60**-570, B(1994), 530-536.
- (4) 牧野俊郎・加賀邦彦, 三次元重ね合わせ法によりモデル化したあら—表面におけるふく射の散乱, 機論, **58**-553, B(1992), 2827-2833.
- (5) Ogilvy, J. A., *Theory of Wave Scattering from Random Rough Surface*, (1991), 73-85, Adam Hilger, Bristol.
- (6) Ishimaru, A., *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, (1978), 9-40, Academic, New York.
- (7) 山田純・黒崎晏夫, サイズパラメータが大きい条件下での繊維集合体のふく射伝ば, 機論, **59**-566, B(1993), 3187-3194.