任意表面温度分布を有する加熱円柱の強制対流熱伝達特性*

桃瀬 一成^{*1}, 木本 日出夫^{*1}Forced Convection Heat Transfer from a Heated Circular Cylinder
with Arbitrary Surface Temperature Distributions

Kazunari MOMOSE and Hideo KIMOTO

A Fredholm-type boundary integral expression for evaluation of the forced convection heat transfer from an object with arbitrary surface temperature distributions is proposed. The Fredholm kernel function for a heated circular cylinder was calculated by numerical simulation of the forced convection fields, and then generalized heat transfer coefficients for arbitrary surface temperature distributions were defined. By use of the generalized heat transfer coefficients, it is shown that the difference in local heat transfer characteristics between the case of an isothermal cylinder and that of a uniform heat flux one can be explained only as the difference of the surface temperature distributions. Moreover, the mechanism of the effect of the surface temperature distribution on the characteristics of forced convection heat transfer from a cylinder is clarified in detail through the generalized heat transfer coefficients.

Key Words: Forced Convection, Non-Isothermal Cylinder, Generalized Heat Transfer Coefficient, Boundary Integral Expression, Kernel Function, Numerical Simulation

1. 緒 言

円柱は代表的な基本伝熱要素の一つであり、その平均ならびに局所熱伝達率は古くから実験的に求められてきたが⁽¹⁾、その大半は表面温度一定もしくは表面熱流束一定のいずれかの条件下で得られたものである。これは、ニュートンの冷却則で定義される熱伝達率が物体表面温度分布の相似性のもとで意味をもつ量であることと、工学的にも近似的に表面温度一定もしくは表面熱流束一定のいずれかに分類できる場合が多く存在するためである。言い換えると、物体表面温度分布の相似性が近似的にも成り立たない場合には、この熱伝達率表現は一般性を失い、たとえば表面温度一定の場合と表面熱流束一定の場合でも異なる境界条件として扱わなければならない⁽²⁾。よって、この熱伝達率表現により一般の任意表面温度分布に対する局所熱伝達特性を統一的に評価することは困難であり、例えば物体内部温度場と外部対流場が連成するような必然的に非等温となる場合には、従来の実験データは利用できない。

これに対し、平板やある種の翼のように境界層近似が成り立つ場合に対しては、周知のように Duhamel の

原理に基づいた任意表面温度分布に対する局所熱流束表現が知られている^{(3),(4)}。Dorfman⁽⁵⁾はこれを伝導・対流連成問題の固体側境界条件として用いた熱伝導解析を行い、壁面温度の履歴が局所熱伝達特性に大きな影響を与え、連成を考慮することが非常に重要であることを指摘している。しかしながら、この任意表面温度分布に対する局所熱流束表現は境界層近似に基づくため、その関係式は Volterra 型積分表示となり、円柱のようにはく離を伴う場合には適用できない。

そこで本研究では、はく離を伴う場合の物体表面局所熱流束を物体表面温度の関数として第1種 Fredholm 型境界積分表示することを提案し、その離散型積分表示に基づいて物体表面温度分布に依存しない一般化局所熱伝達係数および一般化平均熱伝達係数を定義する。そして、レイノルズ数 200 の円柱の強制対流熱伝達問題に対して、対流場の数値シミュレーションを利用して Fredholm 積分核を実際に求め、その一般化局所熱伝達係数および一般化平均熱伝達係数を示す。その結果、従来の表面温度一定や表面熱流束一定に対する熱伝達特性が、この一般化熱伝達係数により統一的に評価することができ、さらに従来の熱伝達率表現では得ることのできない対流熱伝達メカニズムの詳細が明確にできることを示す。

* 原稿受付 1996 年 12 月 19 日。

^{*1} 正員、大阪大学基礎工学部(〒560 豊中市待兼山町1-3)。

記 号

- h : ニュートンの冷却則で定義される局所熱伝達率
 h_{ij} : 式 (8) で定義する一般化局所熱伝達係数
 $\bar{h}$: ニュートンの冷却則で定義される平均熱伝達率
 $\bar{h}_j$: 式 (16) で定義する一般化平均熱伝達係数
 H : h_{ij} を要素とする $N \times N$ マトリクス
 $K(X, Y)$: 式 (4) における Fredholm 積分核
 L : 代表長さ (円柱の場合は円柱直径)
 M : 基底表面温度分布数
 N : 物体表面の境界要素数
 Nu : 局所ヌセルト数 (Lh/κ_f)
 N_{ij} : 式 (10) で定義する一般化局所ヌセルト数
 Nu_m : 前方よどみ点ヌセルト数
 $\bar{Nu}$: 平均ヌセルト数
 $\bar{N}_j$: 式 (17) で定義する一般化平均ヌセルト数
 p : 圧力
 Pr : プラントル数
 $q, \mathbf{q}$: 物体表面の局所熱流束およびその離散要素からなるベクトル
 $\bar{q}$: 物体表面平均熱流束
 $\mathbf{Q}$: Θ に対応する熱流束マトリクス
 Re : レイノルズ数 (Lu_∞/ν)
 S : 物体周長
 Sh : ストロウハル数
 t, t^* : 時間および無次元化時間 ($t^* = \nu t/L^2$)
 T : 温度
 $\mathbf{u}$: 流速ベクトル
 $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$: 物体表面上の位置ベクトル
 α : 温度伝導率
 Γ : 流体と物体の境界
 Δs : 離散境界要素の長さ
 $\theta, \boldsymbol{\theta}$: 物体表面温度と主流との温度差 ($= T(\mathbf{X}) - T_\infty$) およびその離散要素からなるベクトル
 Θ : 基底表面温度分布ベクトルからなるマトリクス
 κ_f : 流体の熱伝導率
 ν : 流体の動粘性係数
 ρ : 流体の密度
 ϕ, φ : 円柱前方よどみ点からの角度
 添 字
 0 : 物体表面で一定であることを表す
 i, j : i 番目および j 番目の境界要素における値
 k : 基底温度分布の番号 ($k = 1, 2, \dots, M$)
 ∞ : 主流の値
 $\wedge$: 近似ベクトルまたは近似マトリクス

2. 任意表面温度分布に対する 一般化熱伝達係数

本章では、任意表面温度分布を有する加熱円柱の強制対流熱伝達特性を統一的に評価するため、物体表面温度分布に依存しない一般化された局所熱伝達係数および平均熱伝達係数を導入する。

2.1 局所熱流束の境界積分表示 図 1 に示ような強制流中に置かれた物体の強制対流熱伝達問題を考える。これに対する基礎方程式は、流れが非圧縮性で物性値が一定であるとする、 $\mathbf{u}$ を流速ベクトル、 T を温度として以下のように表される。

$$\text{div} \mathbf{u} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \text{grad}) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \text{grad} p + \nu \Delta \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \text{grad}) T = \alpha \Delta T \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 ρ, ν および α はそれぞれ流体の密度、動粘性係数および温度伝導率である。式 (1) より、流れの基礎方程式は明らかに非線形であるが、温度場は流速を変数とする線形の偏微分方程式に支配される。また、対流場の温度を主流温度との差として

$$\theta \equiv T - T_\infty \quad \dots\dots\dots (3)$$

のように定義すれば、式 (2) に対する非同次境界条件は物体表面温度のみとなる。よって、対流場内の任意の位置における温度 θ は温度場の線形性により物体表面温度の重ね合わせとして表すことができ、前報⁶⁾で示したように物体表面局所熱流束は以下のような第 1 種 Fredholm 型境界積分表示が可能である。

$$q(\mathbf{X}) = \int_\Gamma K(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) \theta(\mathbf{Y}) d\Gamma \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $K(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ は境界上の点 $\mathbf{Y}$ の温度が点 $\mathbf{X}$ の熱流束に及ぼす影響を表す Fredholm 積分核である。

2.2 一般化局所熱伝達係数 式 (4) より、積分核 $K(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ が何らかの方法により得られれば、任意表面温度分布に対する局所熱流束が境界積分演算だけで求められる。しかしながら、上記積分核 $K(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ は流れの

Fig. 1 Schematic diagram of forced convection heat transfer from a non-isothermal object

場や熱的物性値に依存するため解析的に構成することはできない。そこで本研究では後述するように対流場の数値シミュレーションを利用して積分核 $K(X, Y)$ を求める。そのために、本節では式 (4) に対する離散型表示を導入し、これをもとに物体表面温度分布に依存しない局所熱伝達係数を定義する。

まず、物体表面を N 個の境界要素に分割し、

$$\theta_i \equiv \theta(X_i), \quad q_i \equiv q(X_i) \quad \dots\dots\dots (5)$$

とすると、式 (4) は以下のように表される。

$$q_i = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} K(X_i, Y_j) \theta_j d\Gamma \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、微小要素 Γ_j で一定温度を仮定すると、局所熱流束の離散型境界積分表示として次式を得る。

$$q_i = \sum_{j=1}^N h_{ij} \theta_j, \quad i=1, 2, \dots, N \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし、

$$h_{ij} = \int_{\Gamma_j} K(X_i, Y_j) d\Gamma \quad \dots\dots\dots (8)$$

であり、 $N \times N$ の 2 次元マトリクスである。

ここで、ニュートンの冷却則で定義される従来の局所熱伝達率表現

$$q_i = h_i \theta_i, \quad i=1, 2, \dots, N \quad \dots\dots\dots (9)$$

と式 (7) を比較すると、式 (9) で定義される局所熱伝達率 h_i は相似な表面温度分布（例えば、表面温度一定）に対して有効な表現であり、表面温度分布に従属した熱伝達特性である。つまり、ある温度分布に対して得られた h_i から式 (9) を用いて任意の表面温度分布に対する q_i を求めることはできない。これに対し式 (7) で定義する h_{ij} は物体表面温度分布に依存しない局所熱伝達特性であり、任意の表面温度分布に対してその局所熱流束を求めることができる。そこで本研究では、以後式 (7) で定義する h_{ij} を任意表面温度分布に対する一般化局所熱伝達係数と呼ぶことにする。

同様に、従来の局所ヌセルト数に対応して一般化局所ヌセルト数を次式で定義する。

$$N_{ij} \equiv \frac{L h_{ij}}{\kappa_f} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 L は代表寸法、 κ_f は流体の熱伝導率である。

以上のように、従来の局所熱伝達率が離散系で 1 次元ベクトルとして表されるのに対し、温度分布に依存しない一般化局所熱伝達係数は 2 次元マトリクスとして表現できる。また、一旦この一般化局所熱伝達係数が得られれば、対流場と伝導場の連成を考慮した境界条件（第 4 種境界条件⁽⁵⁾）として、物体内部熱伝導場解析に用いることも可能である⁽⁶⁾。

2.3 一般化平均熱伝達係数 物体表面の平均熱流束は、 S を物体周長として

$$\bar{q} = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N q_i \Delta s_i, \quad S = \sum_{i=1}^N \Delta s_i \quad \dots\dots\dots (11)$$

で与えられ、これに従来の熱伝達率表現を適用すると

$$\bar{q} = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N h_i \theta_i \Delta s_i \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。しかしながら、式 (9) 同様 h_i は相似な表面温度分布に対して有効であり、任意の表面温度分布に対してこの h_i から $\bar{q}$ を求めることはできない。よって、従来の多くの研究では物体表面温度一定または物体表面熱流束一定といった相似な熱的境界条件に限定することにより熱伝達特性が評価されてきた。例えば、表面温度一定 (θ_0) の条件下では、式 (12) は

$$\bar{q} = \bar{h} \theta_0, \quad \bar{h} \equiv \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N h_i \Delta s_i \quad \dots\dots\dots (13)$$

となり、 $\bar{h}$ を平均熱伝達率と呼んでいる。

本節では前節で示した一般化局所熱伝達係数を用いて、平均熱伝達率を任意表面温度分布へ拡張することを考える。そこで、式 (11) の局所熱流束 q_i に式 (7) の離散型境界積分表示を適用すると、

$$\bar{q} = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^N h_{ij} \theta_j \right] \Delta s_i = \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{S} \sum_{i=1}^N h_{ij} \Delta s_i \right] \theta_j \quad \dots\dots\dots (14)$$

より、次式を得る。

$$\bar{q} = \sum_{j=1}^N \bar{h}_j \theta_j \quad \dots\dots\dots (15)$$

上式において

$$\bar{h}_j \equiv \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N h_{ij} \Delta s_i, \quad j=1, 2, \dots, N \quad \dots\dots\dots (16)$$

であり、 $\bar{h}_j$ は式 (13) との関係から任意表面温度分布に対して一般化された平均熱伝達係数に相当する。よって、従来の平均熱伝達率がスカラー量であるのに対して、任意表面温度分布に対する一般化平均熱伝達係数は 1 次元ベクトルとなる。

また、式 (10) と同様、一般化平均ヌセルト数を次式で定義する。

$$\bar{N}_j \equiv \frac{L \bar{h}_j}{\kappa_f} \quad \dots\dots\dots (17)$$

3. 対流場の数値計算法および検証

前述したように本研究では、任意表面温度分布に対する一般化熱伝達係数を強制対流場の数値シミュレーションを利用して求める。そこで本章では、本研究で用いた加熱円柱まわりの強制対流場の数値シミュレーション法の概略を示し、等温円柱について過去の研究結果と比較することによりその信頼性を検討する。

3.1 計算方法 本研究では、物性値一定の2次元非定常強制対流場を対象とし、流れ場の基礎方程式としては渦度に関する移流拡散方程式と流れ関数に関するポアソン方程式を、温度場に対しては式(2)で表されるエネルギー方程式を用いた。また、数値解法としては、円柱近傍で格子間隔が密となり、円柱後流領域を広くとるため、一般座標系(境界適合格子系)を採用し、差分化に際しては非定常項に対しては1次のオイラー法を、移流項に対しては3次精度風上法であるQUICKスキームを、そして拡散項に対しては2次精度中心差分を用いた。また、計算領域としては、円柱上流側に円柱直径の5倍、円柱後流側に円柱直径の20倍となる円形領域を用い、その仮想遠方境界では温度一定の一様流れとした。この計算領域内を、半径方向には円柱近傍で格子間隔が密となるように等比級数的に120分割し、周方向には等間隔でやはり120分割した。また、初期条件としては、時刻ゼロにおいて流体は温度一定で静止しており、その後過渡的に表面温度および強制流が加えられるものとした。なお、図2に示すように、円柱表面の位置を表す座標としては、前方よどみ点からの角度 ϕ_i, ϕ_j を用いることとし、よって前章式(8)の X_i, Y_j を ϕ_i, ϕ_j で表すことにする。

3.2 従来の結果との比較 本数値シミュレーションの検証のため、まず等温加熱円柱に対してレイノルズ数(Re)が50から2000までの一連の数値シミュレーションを実行した。ただし、流体としては空気を想定し、プラントル数(Pr)はすべて0.71とした。その結果の一例として、 $Re=200$ の場合の円柱表面平均ヌセルト数 $\bar{Nu}$ の無次元化時間変化を図3に、また $t^*=0.3$ における瞬間的な流れ場および温度場を図4に示す。図3より、平均ヌセルト数はある期間の過渡状態を経て、カルマン渦の発生(図4)に伴う周期的状態へ移行する。そこで、時間平均ヌセルト数として、この過渡状態終了後の10周期分の平均をとり、その円柱表面平均ヌセルト数 $\bar{Nu}$ 、前方よどみ点ヌセルト数 Nu_{st} 、および10周期分の時間から計算したストローハル数 Sh

Fig. 2 Configuration of forced convection heat transfer around a non-isothermal cylinder

Fig. 3 Time change of mean Nusselt number for an isothermal cylinder ($Re = 200, Pr = 0.71$)

(a) Stream lines

(b) Isotherms

Fig. 4 Forced convection field around an isothermal cylinder ($t^* = 0.3, Re = 200, Pr = 0.71$)

を、レイノルズ数との関係として図5に示す。図5には、平均ヌセルト数、前方よどみ点ヌセルト数およびストローハル数に関して、それぞれ Churchill ら⁽⁷⁾, Drake ら⁽⁸⁾, Roshko ら⁽⁹⁾の実験結果を付記したが、レイノルズ数が1000以上で若干の差はあるものの、いずれに対してもほぼ満足できる結果が得られた。また、局所特性を検証するため、一例として Eckert らが $Re=218$ に対して行った局所ヌセルト数分布の実験結果⁽¹⁰⁾と本計算結果を比較したが(図6)、これについても十分良好な結果が得られている。なお、同図には参考のため Krall ら⁽¹¹⁾の行った2次元定常数値シミュレーション結果も示したが、喜ら⁽¹²⁾も指摘しているようにこの程度のレイノルズ数に対しても非定常シミュレーションが不可欠であるといえる。

Fig. 5 Comparisons of numerical and experimental results for an isothermal cylinder ($Pr = 0.71$)

4. 円柱の温度不変熱伝達特性

本章では、前章で示した数値シミュレーションの手法を用いて2章で提案した一般化熱伝達係数を求める方法を示し、その結果に基づいて任意表面温度分布を有する円柱の強制対流熱伝達特性について検討する。

4.1 一般化熱伝達係数の計算法 まず、式(7)で定義した一般化局所熱伝達係数の表現をベクトル形式で再記すると以下ようになる。

$$\mathbf{q} = \mathbf{H}\boldsymbol{\theta} \quad \dots\dots\dots(18)$$

ここで $\mathbf{q}$ および $\boldsymbol{\theta}$ は物体表面の分割数に等しい N 次元ベクトルであり、 $\mathbf{H}$ は h_{ij} を要素とする $N \times N$ マトリクスである。

つぎに、 M 個 ($M \leq N$) の基底となる表面温度分布に対して前章の数値シミュレーションを実行し、それぞれに対して局所熱流束分布を得たとする。そしてこれらの基底温度分布ベクトルからなる $N \times M$ マトリクス $\boldsymbol{\Theta}$ およびこれに対応する基底熱流束分布ベクトルからなるマトリクス $\mathbf{Q}$ を以下のように定義する。

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \theta_1^1 & \theta_1^2 & \dots & \theta_1^M \\ \theta_2^1 & \theta_2^2 & \dots & \theta_2^M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_N^1 & \theta_N^2 & \dots & \theta_N^M \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1^1 & q_1^2 & \dots & q_1^M \\ q_2^1 & q_2^2 & \dots & q_2^M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_N^1 & q_N^2 & \dots & q_N^M \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(19)$$

ただし、各要素の上添字は基底ベクトル番号を表す。

これらの基底温度分布ベクトルおよび対応する熱流束分布ベクトルの線形結合で表すことのできる物体表面温度分布ベクトル $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ および熱流束分布ベクトル $\hat{\mathbf{q}}$ は、その結合係数ベクトルを $\mathbf{c}$ として

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\Theta}\mathbf{c}, \quad \hat{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}\mathbf{c} \quad \dots\dots\dots(20)$$

と表される。ここで、ある任意の温度分布ベクトル $\boldsymbol{\theta}$ を基底温度分布を用いて近似することを考えると、そ

Fig. 6 Distributions of local Nusselt number around an isothermal cylinder ($Re = 218$, $Pr = 0.71$)

の最適結合係数ベクトルは最小二乗規範に基づき以下のように決定される⁽¹³⁾。

$$\mathbf{c} = (\boldsymbol{\Theta}^T \boldsymbol{\Theta})^{-1} \boldsymbol{\Theta}^T \boldsymbol{\theta} \quad \dots\dots\dots(21)$$

よって、この温度分布に対する近似熱流束分布は

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}\mathbf{c} = \hat{\mathbf{H}}\boldsymbol{\theta} \quad \dots\dots\dots(22)$$

と与えられる。ここで

$$\hat{\mathbf{H}} \equiv \mathbf{Q}(\boldsymbol{\Theta}^T \boldsymbol{\Theta})^{-1} \boldsymbol{\Theta}^T \quad \dots\dots\dots(23)$$

であり、式(18)に対応して $\hat{\mathbf{H}}$ が最小二乗規範に基づく近似一般化局所熱伝達係数マトリクスとなり、 $M = N$ のとき $\mathbf{H}$ そのものとなる。

また、逆に表面熱流束分布が与えられる場合には、式(18)より

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{q} \quad \dots\dots\dots(24)$$

として表面温度分布を得ることもできる。

以上の方法を用いて本研究では $Re = 200$ の場合に対して一般化局所熱伝達係数マトリクス $\mathbf{H}$ を求めた。その際、式(19)で示した基底温度分布としては以下のものを用いた。

$$\theta_j^k = \begin{cases} 1 + \frac{1}{4} \sin \left[\frac{(k-1)(j-1)\pi}{N} \right] & (k: \text{odd}) \\ 1 + \frac{1}{4} \cos \left[\frac{k(j-1)\pi}{N} \right] & (k: \text{even}) \end{cases} \quad \begin{cases} k = 1, 2, \dots, M \\ j = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad \dots\dots\dots(25)$$

このような基底温度分布に対して前章の方法で数値シミュレーションを実行した。計算に際しては、計算領域ならびに格子数は前章と同じとし、よって $N = 120$ である。また、図3の $t^* = 0.3$ における流れ場および温度場を初期条件とし、そこから $t^* = 0.45$ までを緩和時間としてその後の10周期分の平均熱流束分布を式(19)の基底熱流束分布として用いた。

4.2 一般化熱伝達係数による考察 前節の方法により $M=N (=120)$ として求めた一般化局所ヌセルト数分布を鳥瞰図および2次元濃淡図として図7(a)および図7(b)に示す。ただし、描画の都合上図7(a),(b)ともに $-0.05 < N_g < 0.05$ の範囲のみを示しており、また濃淡図では白が正を、黒に近づくほど負の値が大きくなるように図示している。また、これに対応する時間平均流れ場を流線として図8に示す。

(a) Three-dimensional map

(b) Contour map

Fig. 7 Distribution of generalized local Nusselt number ($Re=200$, $Pr=0.71$)

Fig. 8 Time-averaged stream lines ($Re=200$)

図7は、ある角度 ϕ_i の熱流束に角度 ϕ_j の温度がどのような影響を与えるかを示しており、例えば図7(b)の $\phi_i=45$ に対して水平方向の濃淡を見ると、 $\phi_j < 45$ で大きな負の影響が現れ、ほとんど $\phi_j > 45$ の表面温度の影響を受けないことを示している。これは図8の流れ場より、 $\phi_i=45$ 付近ではほぼ境界層型の流れ場が形成されており、よって主に上流側表面温度の影響を受けることに対応する。つまり、上流側に高温部分が存在すると、その負の影響を受けるため後方の熱伝達能力は低下する。これに対し、 ϕ_i が大きくなると、はく離に伴う後流渦の影響を受け後流側の影響も受けるようになる。また $\phi_i=180$ 付近では、その前後の表面温度の影響を受けるだけでなく、わずかではあるが $\phi_j=90$ 付近の表面温度の影響も受ける。これは、はく離点前後で流体中に放出された熱流がはく離線に沿って移流拡散し、再び後流渦によって後方よみ点付近に与えられるためであると考えられる。このように、本研究で提案する一般化局所熱伝達係数分布は、従来の局所熱伝達率分布では得られない熱伝達メカニズムを理解する上でも有効であると考えられる。

図7で示した一般化局所熱伝達係数を式(18)および式(24)に適用することにより任意表面温度分布に対する熱流束分布および任意熱流束分布に対する表面温度分布が得られ、その結果任意熱的境界条件に対する熱伝達率分布を求めることができる。図9に本一般化局所熱伝達係数を用いた表面温度一定および表面熱流束一定に対する局所ヌセルト数分布の計算結果をプロットで示す。また、これらの境界条件に対して直接対流場を数値シミュレートした結果から局所ヌセルト数分布および表面熱流束一定の場合の表面温度分布を図9中に実線で、またその時間平均温度場を図10に示す。図9より表面温度一定および表面熱流束一定に対する

Fig. 9 Local Nusselt number distributions calculated from generalized local Nusselt number ($Re=200$, $Pr=0.71$)

Fig. 10 Time-averaged isotherms ($Re=200$, $Pr=0.71$)

局所熱伝達率が、いずれも本一般化局所熱伝達係数から算出できることが確認できる。また、表面熱流束一定の場合の局所熱伝達率は等温円柱の場合に比べてはく離点付近で大きな値をとることが知られているが⁽²⁾、これは等熱流束の場合はく離点前方の表面温度上昇が抑えられ、図7の結果からこの領域の表面温度の負の効果が小さくなるためであると考えられる。この結果は、図10よりはく離点前方の表面温度の影響が小さな分、はく離点近傍における温度境界層の発達が抑えられていることから確認できる。このように表面温度一定と表面熱流束一定における局所熱伝達特性の差異も本一般化局所熱伝達係数から表面温度分布の差として捉えることができ、従来基準境界条件として扱われてきた両境界条件も、異なる二つの表面温度分布に対する特解にすぎないといえる。

つぎに、式(17)で定義した一般化平均ヌセルト数分布を図11に示す。従来の熱伝達率表現では、等温円柱の場合前方よどみ点で大きな局所熱伝達率となり、はく離点に向かって単調に低下する(図中破線)。よって、式(12)で定義される通常の平均熱流束の表現を用いると前方よどみ点の局所熱伝達率が最も大きな割合を占めることになり、あたかも前方よどみ点付近の表

面温度の寄与が最大であるかように見える。しかしながら、前述したように従来の熱伝達率の定義はある特定の温度分布(この場合は表面温度一定)に対してのみ有効であり、局所的な表面温度の影響を表しているわけではない。これに対し、本研究で定義した一般化平均熱伝達係数は、ある角度 φ_j の温度が平均熱流束(または総伝熱量)に及ぼす影響の度合いを示す。つまり、図11の実線で表される一般化平均熱伝達係数分布と破線で表される等温円柱に対する従来の局所熱伝達率分布において、曲線下の面積は等しくなるが、表面温度の影響の度合いは全く異なる。よって実際には、円柱側方の表面温度が平均熱流束に大きな影響を与え、前方よどみ点付近および後方よどみ点付近の表面温度の影響は小さい。

以上のように、本研究で提案する一般化熱伝達係数を用いることにより、任意表面温度分布に対する局所的な熱伝達量および平均熱伝達量が定量的に評価できるばかりでなく、従来の熱伝達率表現では得られない対流伝熱メカニズムを考察することができる。しかしながら、従来の特定温度分布に対する局所および平均熱伝達率が1回の強制対流場の数値シミュレーションにより得られるのに対して、本一般化熱伝達率は非常

Fig. 11 Distribution of generalized mean Nusselt number ($Re=200$, $Pr=0.71$) Fig. 12 Approximated generalized mean Nusselt number ($Re=200$, $Pr=0.71$)

に多くの数値シミュレーションを必要とし（今回の例では 120 回）、必ずしも実用的であるとは言えない。そこで、本一般化熱伝達係数を求める際必要となる基底温度分布ベクトルの数 (M) を減らした近似一般化局所熱伝達係数（式 (23)）を用いて、一般化平均ヌセルト数分布を求めた結果を図 12 に示す。図 12 より、 $M = 15$ 程度、つまり 15 回程度の強制対流場の数値シミュレーション結果を用いて、実用上十分な精度の一般化平均ヌセルト数分布が得られ、計算量を大幅に減らすことも可能である。

4. 結 言

本研究では、強制流中に置かれた物体表面の局所熱流束を物体表面温度分布の関数として Fredholm 型積分表示することを提案し、この離散型表示に基づき任意表面温度分布に対する一般化局所熱伝達係数および一般化平均熱伝達係数を定義した。そして対流場の数値シミュレーションを利用して、レイノルズ数 200 の円柱の強制対流熱伝達問題に対して一般化熱伝達係数を求めた。その結果得られた結論を以下にまとめる。

（1）一般化局所熱伝達係数を用いることにより、等温円柱および等熱流束円柱の局所熱伝達特性を統一的に評価することができ、さらに任意表面温度分布に対する局所熱流束を定量的に求めることができる。

（2）円柱の局所熱伝達特性は、はく離前では主に上流側表面温度の影響を負の効果として受け、はく離後では後流側の影響も受ける。また後方よどみ点では、その前後の表面温度の影響を受けるだけでなく、はく離点前後の表面温度の影響も後流渦を介して受ける。

（3）平均熱流束または総伝熱量に及ぼす円柱表面温度分布の影響は、円柱側方で最大となり、円柱の前方および後方よどみ点付近ではその影響は小さい。

なお、本研究で提案した任意表面温度分布に対する一般化熱伝達係数を求めるには前述したようになりかなりの計算量を必要とし、またその利用に際しても従来の熱伝達率表現に比べて簡便であるとは言いがたい。しかしながら、上記（1）～（3）の結論は、いずれも従来の熱伝達率表現では得られない結果であり、物体まわりの強制対流熱伝達メカニズムの詳細を理解するうえでの一助になるものと思われる。

文 献

- (1) 例えば, Zukauskas, A., *Advances in Heat Transfer*, **8** (1972), 93.
- (2) Baughn, J. W., Hechanova, A. E., and Yan, X., *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **113** (1991), 1023.
- (3) 例えば, Burmeister, L. C., *Convective Heat Transfer*, (1983), John Wiley & Sons, 378.
- (4) Dorfman, A. S., and Lipovetskaya, O. D., *High Temperature*, **14** (1976), 86.
- (5) Dorfman, A. S., *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **118** (1996), 18.
- (6) 桃瀬一成・佐生清・木本日出夫, 機論, 62-599, B (1996), 2751.
- (7) Churchill, S. W., and Bernstein, M., *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **99** (1977), 300.
- (8) Drake, K. M., and Eckert, E. R. G., *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **95** (1973), 273.
- (9) Roshko, A., *J. Fluid Mech.*, **10** (1961), 345.
- (10) Eckert, E. R. G., and Soehngen, E., *Trans. ASME*, **74** (1952), 343.
- (11) Krall, J. M., and Eckert, E. R. G., *Heat Transfer* (1970), FC 7.5.
- (12) 喜冠南・鳥越邦和・川端克宏・鈴木健二郎, 機論, 61-585, B(1995), 1796.
- (13) 例えば, 後藤晶司編, 多変量データの解析法, (1973), 科学情報社.