主流に垂直な二次噴流を伴う超音速乱流場の数値計算*

戸田 和之^{*1}, 山本 誠^{*2}

Computation of Supersonic Turbulent Flowfield with Secondary Jet normal to Freestream

Kazuyuki TODA and Makoto YAMAMOTO

Steady flowfields resulting from slot injection at the surface of a flat plate in a freestream with a Mach number of 3.75 and unit Reynolds number of $1.65 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ are simulated, using the compressible mass-averaged Navier-Stokes equations and five typical turbulence models. The flowfields with various total pressure ratios of injection to freestream are computed, and comparisons are made with experimental data in terms of the surface total pressure distribution, the length of the upstream separation region, and the height of the Mach surface (i. e. penetration height). Two characteristics of model performances are clarified. Though the upstream separation length and the penetration height are differently predicted by each turbulence model, the correlations between them are nearly same. A Reynolds stress model can reproduce the upstream separation region more reasonably than a $k-\epsilon$ model does, especially for high injection pressure cases.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Supersonic Flow, Turbulent Flow, Jet, Turbulence Model

1. 緒 言

21世紀初頭に実用化が予定され、近年開発が盛んに行われている超音速有翼飛行体の推進機として、スクラムジェットエンジン開発の必要性が高まってきた。この研究にはいまだ多くの技術的課題が残されており、その中でも超音速流れ状態にある燃焼器内での燃料と空気の混合が大きな問題の一つとして挙げられている。また、スクラムジェットエンジンは、その使用条件が高高度、極超音速領域であるため、作動条件に合せた実験が困難であり、数値解析による流れ場構造の解明が、その開発に重要な役割を担うであろうと期待されている。本研究は、このような背景を踏まえ、スクラムジェットエンジン開発の基礎研究として、超音速流れ中に吹出した二次噴流回りの流れ場に対する乱流モデルの検証、ならびに流れ場構造の検討を行うものである。

超音速の主流に対して垂直にスロットノズルより二次流れガスを噴出させた場合の特徴的流れ場の概略図を図1に示す。スロットノズルより噴出された二次流

れは、主流との圧力差により主流中で急速に膨張し、Mach Disk および Barrel Shock と呼ばれる衝撃波面を形成し、これらが主流を遮る形となって強い Bow Shock が形成され、この衝撃波と境界層の干渉によって境界層はく離が生じる。スロット前方での境界層はく離は、超音速の主流に対して二次流れを噴出させた場合の特徴的現象の一つであり、このはく離に伴って、境界層のはく離点付近より Separation Shock を生じ、Bow Shock が十分に成長している場合には衝撃波/衝撃波干渉を引き起こす。また、スロットノズル下流側では、超音速流れの巻き込みによる Expansion Fan や、境界層の再付着による Recompression Shock が生じる。この流れ場に対する研究

Fig. 1 Schematic of the flow field

* 原稿受付 1997年4月18日。

^{*1} 東京理科大学大学院 (〒162 東京都新宿区神楽坂1-3)。^{*2} 正員, 東京理科大学工学部。

は, Zukoshi-Spaid^{(1),(2)}, Schtz ら⁽³⁾, Hawk-Amik⁽⁴⁾, Barfield⁽⁵⁾, King⁽⁶⁾, Aso ら⁽⁷⁾ によって実験的に行われており, 流れ場の特徴がレイノルズ数, 主流マッハ数, 境界層厚さ, スロットノズル幅, 全圧比(二次流れガス全圧の主流全圧に対する比), および二次流れガスの分子量などによって支配されることが知られている。

本研究では, 高レイノルズ数形乱流モデルとして, 非圧縮性分野において最も広く使用されている $k-\varepsilon$ モデル, 高い再現性を得ている応力方程式モデル, さらに乱れの壁面漸近挙動に着目したそれらの低レイノルズ数形モデル(計5種類)を用いた数値計算を実施し, 壁面全圧, 貫通高さ, インゼクション前方干渉領域という観点より, 主流に垂直な二次噴流を伴う超音速乱流場に対する乱流モデルの検証を行う。また, 得られた数値計算結果から, 本流れ場の構造について検討が加えられる。

2. 乱流モデル

近年のコンピュータの急速な発達に伴い, さまざまな圧縮性乱流場の数値解析が行われているが, 多数の反復が必要な設計計算に対しては, その計算負荷の少なさより, いまだ0方程式モデルである Baldwin-Lomax モデルなどを使用するのが一般的である。しかし, この種のモデルには長さスケールの定義に関して原理上の問題があり, 衝撃波位置や離領域の大きさを必ずしも正しく表せないなどの問題も明らかとなっている。最近では, 輸送方程式から長さスケールを求める2方程式モデルが圧縮性乱流場の計算においても用いられ始め, 圧縮性モデルに対するさまざまな提案も行われているが, さほど顕著な改善が見られていないのが現状である。さらに, 本研究で対象とするような複雑な流れ場に対しては, 乱流モデルの検証はほとんど行われていない。

そこで本研究では, 非圧縮性分野で高い信頼性を得ている $k-\varepsilon$ モデル, 応力方程式モデル(RSM), さらにそれらの低レイノルズ数形モデルを用いて計算を行い, モデルの予測性能を検討する。使用した5種類の

乱流モデルを表1に示す。以下, 使用したモデルの詳細について記すこととする。

2・1 $k-\varepsilon$ モデル 2方程式モデルである $k-\varepsilon$ モデルは, 乱れのエネルギー k とその散逸率 ε を輸送方程式から求め, これらより渦粘性を決定するもので, 渦粘性の仮定によりレイノルズ応力はつねに拡散的に作用する。このため, 計算スキームが安定であり, 非圧縮性乱流の分野では工学上最も広く用いられている。

ブジネスクの渦粘性仮説により, レイノルズ応力成分はひずみ速度 $S_{ij} [= \partial \tilde{u}_i / \partial x_j + \partial \tilde{u}_j / \partial x_i - (2\partial \tilde{u}_k / 3\partial x_k) \cdot \delta_{ij}]$ を用い次の式で表される。

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \bar{\rho} \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad C_\mu = 0.09 \quad \cdots \cdots (2)$$

ここで μ_t は渦粘性, $\tilde{u}_i, u_i'$ はそれぞれ Favre 平均を施した平均速度成分と, 変動速度成分である。

k および ε の輸送方程式は, 形式的に

$$\frac{D(\bar{\rho} k)}{Dt} = (Pro.)_k + (Dif.)_k + (Dis.)_k \quad \cdots \cdots (3)$$

$$\frac{D(\bar{\rho} \varepsilon)}{Dt} = (Pro.)_\varepsilon + (Dif.)_\varepsilon + (Dis.)_\varepsilon \quad \cdots \cdots (4)$$

と表され, 各項は以下のようにモデル化される。

$$(Pro.)_k = \left(\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \right) \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \quad \cdots \cdots (5)$$

$$(Dif.)_k = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right\} \quad \cdots \cdots (6)$$

$$(Dis.)_k = \bar{\rho} \varepsilon \quad \cdots \cdots (7)$$

$$(Pro.)_\varepsilon = C_{\varepsilon 1} f_1 (Pro.)_k \frac{\varepsilon}{k} \quad \cdots \cdots (8)$$

$$(Dif.)_\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right\} \quad \cdots \cdots (9)$$

$$(Dis.)_\varepsilon = C_{\varepsilon 2} f_2 (Dis.)_k \frac{\varepsilon}{k} \quad \cdots \cdots (10)$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad \cdots \cdots (11)$$

ここで, f_μ, f_1, f_2 は, 低レイノルズ数効果を反映するために設けられたモデル関数であり, Launder-Spalding の高レイノルズ数形標準モデル⁽⁸⁾ では

$$f_\mu = f_1 = f_2 = 1 \quad \cdots \cdots (12)$$

である。

壁面近傍の分子粘性が支配的な領域における乱れ挙動の補正として, Lam-Bremhorst モデル⁽⁹⁾ ではこれらの関数を乱れの強さを表す無次元量 $R_t (= \bar{\rho} k^2 / \mu \varepsilon)$ と, 壁からの距離を表す無次元量 $R_y (= \bar{\rho} \sqrt{k} y / \mu)$ を用いて以下のように表現している。

Table 1 Turbulence model

	$k-\varepsilon$ Model	Reynolds Stress Model
High Reynolds Number Type	Launder-Spalding (1974)	Gibson-Launder (1978)
Low Reynolds Number Type	Lam-Bremhorst (1981) Shimada-Nagano (1996)	Shima (1988)

$$f_{\mu} = \{1 - \exp[-0.0165R_{\mu}]\}^2(1 + 20.5/R_{\mu}) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$f_1 = 1 + (0.05/f_{\mu})^3 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$f_2 = 1 - \exp[-R_t^2] \quad \dots\dots\dots (15)$$

このモデルは乱れの壁面漸近挙動こそ満たしていないものの、その安定性より工学上広く用いられている。

最も最近提案された低レイノルズ数形 $k-\varepsilon$ モデルとして、Shimada-Nagano モデル⁽¹⁰⁾を取り上げる。このモデルは、平均速度を直接含む代表時間スケール R_U と乱流レイノルズ数 R_t との重み付き線形和によって形成された新たなパラメータ R を用いてモデルの構築がなされている。

$$R = R_U + \gamma R_t \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 γ は重みパラメータであり、平均場の渦がもつ時間スケール τ_U と散逸渦のもつ時間スケール τ_{η} の比、ならびにモデル関数 f_{γ} によって以下のように関係づけられる。

$$\gamma = f_{\gamma} \frac{\tau_{\eta}}{\tau_U} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$f_{\gamma} = \left(1 - \exp[-(R_t/200)^3]\right) \times 10^3 \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\tau_U = \left(\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}\right)^{-1/2} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\tau_{\eta} = \sqrt{\mu/\rho\varepsilon} \quad \dots\dots\dots (20)$$

また、モデル関数は以下の形で提案されている。

$$f_{\mu} = (1 - f_w) \left\{1 + \frac{50}{R_t} \exp[-(R_t/400)^2]\right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$f_1 = 1 \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$f_2 = \left\{1 - 0.3 \exp\left[-\left(\frac{R_t}{6.5}\right)^2\right]\right\} \times \left\{1 - \exp\left[-\frac{2}{3} R^{1/4}\right]\right\}^2 \quad \dots\dots\dots (23)$$

Shimada-Nagano モデルでは、これらのモデル関数を用いると同時に、乱流運動エネルギーの壁面近傍における強い粘性散逸効果を反映させるため、 ε 輸送方程式右辺に新たな項 $(Vis.)_{\varepsilon}$ が付加される。

$$(Vis.)_{\varepsilon} = f_w \frac{\mu\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_k}\right)^2 \quad \dots\dots\dots (24)$$

また、モデル定数も修正され、次のように与えられる。

$$C_{\varepsilon 1} = 1.45, C_{\varepsilon 2} = 1.9, \sigma_k = \frac{1.2}{f_t}, \sigma_{\varepsilon} = \frac{1.3}{f_t} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$f_w = \exp[-R^{3/4}/4500] \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$f_t = 1 + 20 \exp[-R_t/30] \quad \dots\dots\dots (27)$$

Shimada-Nagano モデルは壁面漸近挙動を完全に満たしており、また、低レイノルズ効果を反映させるためのパラメータに壁面からの距離を用いないという

点において、複雑形状流れ場への適用に有利であるといえよう。

2.2 応力方程式モデル(RSM) $k-\varepsilon$ モデルが渦粘性と平均ひずみ速度よりレイノルズ応力を求めるのに対し、RSM はレイノルズ応力自身の輸送方程式を直接解く手法である。それゆえ、解くべき方程式の数が増し、また $k-\varepsilon$ モデルを用いた場合と異なりレイノルズ応力が必ず拡散的に働くとは限らないのでスキームが渦粘性モデルと比べて不安定であり、計算コストがかなり上昇する。このため、圧縮性分野における複雑な流れ場構造への RSM の適用はほとんど例を見ない。しかしながら、非圧縮性分野では、渦粘性モデルでの再現が困難な流れに対しても、より正確な解を得ることが可能であるという報告がされており、本研究の対象場に対しても解の改善が期待できる。

平均流に密度加重平均を施し、代数操作を行うと、非圧縮性の場合とほぼ同様な形のレイノルズ応力ならびに ε の輸送方程式が導かれる。

$$\frac{D \overline{\rho_i'' u_j''}}{Dt} = P_{ij} - D_{ij} + \phi_{ij} + T_{ij} + M_{ij} \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\frac{D \overline{\rho \varepsilon}}{Dt} = P_{\varepsilon} - D_{\varepsilon} + T_{\varepsilon} + M_{\varepsilon} \quad \dots\dots\dots (29)$$

P, D, T, M はそれぞれ生産、散逸、乱流拡散、分子粘性拡散を示す項であり、また、レイノルズ応力の輸送方程式中のみ現れる ϕ は再分配項と呼ばれ、レイノルズ応力同士のエネルギーの交換を担っている。Gibson-Lauder の高レイノルズ数形標準モデル⁽¹¹⁾の場合、各項は以下のようにモデル化される。

$$P_{ij} = -\left(\overline{\rho u_i'' u_k''} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} + \overline{\rho u_j'' u_k''} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k}\right) \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$D_{ij} = \frac{2}{3} \overline{\rho \varepsilon} \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$T_{ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{\rho u_k'' u_i''} \frac{\partial \tilde{u}_i u_j''}{\partial x_i}\right) \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$M_{ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\mu \frac{\partial \tilde{u}_i u_j''}{\partial x_k}\right) \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$P_{\varepsilon} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{1}{2} P_{kk}\right) \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$D_{\varepsilon} = C_{\varepsilon 2} \overline{\rho} \frac{\varepsilon \tilde{\varepsilon}}{k} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$T_{\varepsilon} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_{\varepsilon} \frac{k}{\varepsilon} \overline{\rho u_k'' u_i''} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}\right) \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$M_{\varepsilon} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\mu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k}\right) \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$\phi_{ij} = \phi_{(1)ij} + \phi_{(2)ij} + \phi_{(w1)ij} + \phi_{(w2)ij} \quad \dots\dots\dots (38)$$

$$\phi_{(1)ij} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{\rho u_i'' u_j''} - \frac{2}{3} \overline{\rho k} \delta_{ij}\right) \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$\phi_{(2)ij} = -C_2 \left\{P_{ij} - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} P_{kk}\right) \delta_{ij}\right\} \quad \dots\dots\dots (40)$$

$$\phi_{(w1)ij} = C_{w1} \frac{\varepsilon}{k} \left\{ \overline{\rho u_k'' u_m''} (n_k n_m) \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{\rho u_k'' u_i''} (n_k n_j) - \frac{2}{3} \overline{\rho u_k'' u_j''} (n_k n_i) \right\} \frac{k^{3/2}}{C_i \varepsilon d} \quad \dots\dots\dots (41)$$

$$\phi_{(w2)ij} = C_{w2} \left\{ \phi_{(2)km} (n_k n_m) \delta_{ij} - \phi_{(2)ki} (n_k n_j) - \phi_{(2)kj} (n_k n_i) \right\} \frac{k^{3/2}}{C_i \varepsilon d} \quad \dots\dots\dots (42)$$

$$\begin{aligned} C_s &= 0.22, \quad C_\varepsilon = 0.18, \quad C_1 = 1.8, \\ C_2 &= 0.6, \quad C_l = 2.5, \quad C_{(w1)} = 0.5, \\ C_{(w2)} &= 0.3, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92 \quad \dots\dots\dots (43) \end{aligned}$$

一方、低レイノルズ数形モデルの代表である Shima モデル⁽¹²⁾では、レイノルズ応力の非等方テンソル a_{ij} をパラメータとしてモデル定数を以下のように関数化することにより、壁面近傍の乱れの非等方性の再現が図られている。

$$C_1 = 1 + 2.58 A A_2^{1/4} \{1 - \exp[-(0.0067 R_T)^2]\} \quad \dots\dots\dots (44)$$

$$C_2 = 0.75 A^{1/2} \quad \dots\dots\dots (45)$$

$$C_{(w1)} = -\frac{2}{3} C_1 + 1.67 \quad \dots\dots\dots (46)$$

$$C_{(w2)} = \frac{\max \left[\frac{2}{3} (C_2 - 1) + 0.5, 0 \right]}{C_2} \quad \dots\dots\dots (47)$$

$$A = 1 - \frac{9}{8} (A_2 - A_3) \quad \dots\dots\dots (48)$$

$$A_2 = a_{ij} a_{ji}, \quad A_3 = a_{ij} a_{jk} a_{ki} \quad \dots\dots\dots (49)$$

$$a_{ij} = \frac{\overline{\rho u_i'' u_j''}}{\bar{\rho} k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (50)$$

なお、非圧縮性の分野において、Shima モデルは付着境界層に対して素晴らしい予測性能を示しているが、大きなはく離を伴う流れ場や圧縮性流れ場に対して検証された例はなく、その予測性能は明らかではない。

3. 計算手法

本研究では、支配方程式として時間平均 N-S 方程式を使用し、プログラムの複雑さを避けるため完全陽

解法にて定常解計算を行った。時間進行法としては、計算精度ならびに安定性を考慮して 5 段階ルンゲ・クッタ法を使用し、計算の高速化のため局所時間刻法を採用した。空間差分は、すべての物理変数に対し、対流項に Harten-Yee(1987)の二次精度風上形 TVD スキームを、その他の項に二次精度中心差分を用いている。

収束条件は、計算で使用するすべての変数に対して考慮され、それらの残差が一様に初期残差の 10^{-6} 未満となった時点で収束解と判断し、計算を終了させた。

本計算の条件はすべて Aso ら⁽⁷⁾の実験に基づいている。これは流れ場構造の三次元性を抑えるために、空力フェンスを用いて行われた実験であり、二次元計算との比較には最適であると考えられる。実験では二次流れガスに窒素が用いられているが、窒素の物性値は空気とほぼ同様であるため、本研究では主流/二次流れとともに空気と仮定して計算を行うこととした。計算条件を表 2 に示す。ここで、 r は主流全圧により正規化されたインゼクション全圧比であり、 $0.077 \sim 0.46$ で六とおりに変化させて計算を実行し、実験値との比較を行う。

計算領域は主流方向に 150 mm、壁面垂直方向に 75 mm とし、1 mm 幅のインゼクションは計算領域入口より 70 mm 地点の壁面上に設置した。この領域に対し、高レイノルズ数形モデル計算用と低レイノルズ数形モデル計算用の二つの計算格子が用意された。それぞれの格子数は 97×60 および 97×88 である。例として、高レイノルズ数形計算用の格子を図 2 に示す。両格子ともに格子点は壁面付近とインゼクション付近に集中させられ、これによりインゼクション流入断面内に 16 格子点を与えることが可能となっている。また、高レイノルズ数形計算における壁面第 1 格子点の y^+ は流入面で約 20、低レイノルズ数形計算では粘性底層内 ($y^+ < 5$) に約 5 格子点が含まれていた。

初期物理量分布の決定は、以下のように行っている。

Table 2 Computational conditions

	Freestream (air)	Injection Flow (air)
Mach Number	3.75	1.0
Velocity [m/s]	666.4	322.4
Static Pressure [Pa]	1.11×10^4	$r \cdot (6.34 \times 10^5)$
Static Temperature [K]	78.4	249.2
Density [Kg/m ³]	0.493	$r \times 8.57$
Molecular Viscosity [Pa · s]	5.29×10^{-6}	1.55×10^{-5}

$r = [\text{Injection Total Pressure}] / [\text{Freestream Total Pressure}]$

Fig. 2 Computational grid

る。まず、付着境界層において高い再現性を有する Shima モデルを用いて超音速平板境界層計算を行い、この結果をすべてのケースに対して主流側の分布として採用した。インゼクション部に対しては、インゼクション流を完全に発達したチャンネル乱流と仮定し、主流側と同様 Shima モデルによる予備計算結果からすべての初期分布を与えている。

境界条件は以下のとおりである。流入面となる計算領域左面とインゼクション面では流れが超音速であるため、全変数を固定した。計算領域右面と上面では、面法線方向こう配が零となる外挿により物理量を定めた。また、壁面境界は滑りなし断熱壁を仮定し、垂直方向温度こう配を零で与え、乱れ成分に対しては、高レイノルズ数形計算では壁法則を用いて、低レイノルズ数形計算では $k=0$, $\varepsilon=0$ の関係を用いて乱れ成分の設定を行った。

4. 結果と考察

典型的な計算結果として、図 3 に静圧分布とインゼクション付近の速度ベクトルを示す。静圧分布には、インゼクション出口付近に Barrel shock, Mach disk, その上方に Bow shock, 前方はく離に伴う Separation

(a) Static pressure contour

(b) Velocity vectors (Vicinity of injection)

Fig. 3 Typical computational results
(Gibson-Lauder Model, Injection pressure ratio=0.46)

tion shock, インゼクション後方に Expansion fan, Recompression shock などが再現されており、また速度分布よりインゼクション前/後部の再循環領域が確認できる。図 1 との比較により、本計算が定性的に妥当な解を与えていることが明らかである。

インゼクション全圧比の変化に対する流れ場構造の変化を等マッハ数線図の形で図 4 に示す。インゼクション全圧比が増すに伴い流れ場構造も相似的に拡大しており、本流れ場がインゼクション全圧によって支配されている様子が見うけられ、実験での知見と一致している。

インゼクション全圧比に対する壁面全圧分布を図 5 に示す。まずインゼクション後方領域に着目すると、すべてのインゼクション全圧比に対してモデルごとの大きな差は見られず、この領域はモデルの影響を受け

Fig. 4 Mach number contours for different injection pressure ratios

Fig. 5 Surface pressure distributions for different injection pressure ratios

にくいことが明らかである。これに対して、インゼクション前方の圧力上昇領域における全圧分布には、特に高いインゼクション全圧比においてモデルごとの差が顕著に現れており、モデルの予測性能がこの領域により強く反映されることがわかる。すべての全圧比を通じて、予測されたはく離長さは、Shima, Gibson-Launder, Launder-Spalding, Shimada-Nagano, Lam-Bremhorst モデルの順になっている。

これらのことをより明確にするため、モデル性能の差が最も顕著に現れた全圧比 0.46 に対するインゼクション近傍の流れ場構造を図 6～8 に示す。図 6 は乱流エネルギー k の分布であり、インゼクション前/後方領域ともに、Shima モデルの結果が乱流量を他のモデルよりもかなり過小評価していることがわかる。インゼクション下方領域において Shima モデルが乱流量を過小予測しているにもかかわらず、この領域での圧力分布には他のモデルとの大きな違いが見られないことより、この領域が乱れの影響を受けにくい領域で

Fig. 6 Kinetic energy distributions around the injection

あることが確認できる。また、Shima モデルは、乱れの過小予測によりインゼクション前方はく離渦の大きさを過大予測し、圧力上昇領域の拡大と上昇値の低下につながったものと考えられる。

インゼクション付近の衝撃波システムを明らかにするため、図 7 には等マッハ数線図が示されており、これらの構造を形成する中間的マッハ数 ($M=2.5$) を結ぶことによって、この構造の輪郭を表したのが図 8 である。図 7, 8 から、上流側の Barrel shock 形状にモデルごとの大きな隔たりが確認され、乱流モデルの違いによる流れ場構造の変化は、特にインゼクション前方の構造と密接に関係していることがわかる。これらの構造はインゼクション出口付近の全圧に支配されており、前方渦の形状に伴う Separation shock の傾きの違いが、インゼクション前方全圧を変化させるものと考えられる。したがって、インゼクション前方領域

Fig. 7 Mach number contours in the vicinity of injection

Fig. 8 Comparison of shock systems with each model

において Barrel shock とはく離泡は互いに強く干渉しあっており、そのはく離泡がモデル性能に強く依存するため、モデルによる構造の違いがこの領域に顕著に現れるのであろう。このことは逆に、流入する境界層の乱れ状態や衝撃波境界層干渉によって生じる乱れを変えることによって、Barrel shock の構造を制御できる可能性があることを示唆している。

図9には、インゼクション全圧比と前方はく離長さの関係が示されている。圧縮効果が比較的小さいと考えられる小さな全圧比に対して、すべての結果は実験値とよい一致を示し、さらに全圧比の増加に伴うはく

Fig. 9 Change of upstream separation length with the injection pressure ratio

Fig. 10 Correlation between the penetration and the upstream separation length

離長さの直線的な変化は、実験により示された性質を再現している。しかし、その変化の割合はモデルごとに異なっており、特に高い全圧比において実験値との差が大きく、Shima モデルを除き、はく離長さを過小評価する傾向がある。

次に、貫通高さおよび前方はく離長さについて調べてみる。インゼクションから噴出された二次流れは急速に膨張しながら上昇し、Mach disk に到達するまでその運動方向を保持する。したがって、壁面から Mach disk までの距離を流路障害の高さと考えることができるので、これを貫通高さとして定義する。図10に貫通高さと同前方はく離長さとの関係を示す。どのモデルによる結果も実験値との大きな違いは生じておらず、図9の結果を考慮すると、数値予測では貫通高さも過小評価されていることが指摘できる。この貫通高さはインゼクション付近の全圧に支配され、その全圧はインゼクション前方のはく離泡に依存しているので、本計算におけるモデル性能はこのはく離領域内

の全圧を再現する能力と考えることができるであろう。したがって、乱流モデルを評価するうえで、Compression corner などのより基礎的な研究がさらに重要な意味をもつと考えられる。

5. 結 言

5種類の代表的な乱流モデルを用いて、主流に垂直な二次噴流を伴う超音速乱流場の数値計算を行い、Aso らの実験データと比較することにより、以下の知見を得た。

(1) 計算を行ったすべてのインゼクション全圧比に対し、モデル性能は定性的に同様であるが、定量的な差は全圧比が増すにつれて大きくなる。

(2) インゼクション前方のはく離領域は、使用する乱流モデルにより違いが顕著に現れることが明らかとなった。

(3) インゼクション後方領域の流れ場は乱れにさほど依存しておらず、すべての乱流モデルに対し実験とのよい一致が見られた。

(4) 一般に、 $k-\varepsilon$ モデルは応力方程式モデルよりも前方はく離領域を小さく予測し、低レイノルズ数形モデルでは両者の差が顕著である。

(5) 本研究で使用されたすべてのモデルは、工学上妥当なレベルの定性的再現性を有しているが、実験との定量的な一致には、圧縮性効果の導入など、よりいっそうの改良が必要である。

文 献

- (1) Zukoski, E. E. and Spaid, F. W., Secondary Injection of

- Gases into a Supersonic Flow, *AIAA J.*, **2**(1964), 1689-1696.
 (2) Spaid, F. W. and Zukoski, E. E., A Study of the Injection of Gaseous Jets from Transverse Slots with Supersonic External Flows, *AIAA J.*, **6**(1968), 205-212.
 (3) Schetz, J. S., Hawkins, P. F. and Lehan, H., Structure of Highly Under-Expanded Transverse Jets in a Supersonic Stream, *AIAA J.*, **5**(1967), 882-884.
 (4) Hawk, N. E. and Anick, L. J., Two-Dimensional Secondary Jet Interaction with a Supersonic Stream, *AIAA J.*, **5**(1967), 655-660.
 (5) Young, C. T. and Barfield, B. F., Viscous Interaction of Sonic Transverse Jets with Supersonic External Flows, *AIAA J.*, **10**(1972), 853-854.
 (6) King, P. S., Thomas, R. H. and Schetz, J. A., Combined Tangential-Normal Injection into a Supersonic Flow, *AIAA Paper*, 89-0622(1989).
 (7) Aso, S., Okuyama, S., Ando, Y. and Fuzinori, T., Two Dimensional and Three-Dimensional Mixing Flow Fields in Supersonic Flow Induced by Injector Secondary Flows through Traverse Slot and Circular Nozzle, *AIAA Paper*, 93-0489(1993).
 (8) Launder, B. E. and Spalding, D. B., The Numerical Computation of Turbulent Flow, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, **3**(1974), 261-289.
 (9) Lam, C. K. G. and Bremhorst, K. A., A Modified Form of the $k-\varepsilon$ Model for Predicting Wall Turbulence, *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, **103**(1981), 456-460.
 (10) 島田昌也・長野靖尚, 複雑乱流技術計算のための乱流モデルに関する研究, 第11回NSTシンポジウム講演論文集, (1996), 1-8.
 (11) Gibson, M. M. and Launder, B. E., Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer, *J. Fluid Mech.*, **86**(1978), 495-511.
 (12) 島信行, 強い非対称性を考慮したレイノルズ応力モデル(第1報, モデルの設定と平板境界層への適用), *機論*, **54** 505, B(1988), 2317-2324.