ふれまわり運動するオープン形遠心羽根車に作用する流体力*

石井 伸 弘^{*1}, 横 山 大 造^{*1}, 吉 田 義 樹^{*2}
辻 本 良 信^{*2}, 大 橋 秀 雄^{*3}, 加 納 文 質^{*4}Rotordynamic Forces on Open-type Centrifugal Impeller
in Whirling MotionNobuhiro ISHII, Daizo YOKOYAMA, Yoshiki YOSHIDA,
Yoshinobu TSUJIMOTO, Hideo OHASHI and Fumikata KANO

This paper presents the experimental results of rotordynamic forces on an open-type centrifugal impeller in whirling motion. For the whirling open-type impeller, the variation of the tip clearance produces the rotordynamic force. It was found that, [1] destabilizing force occurs at small whirling/rotation ratio throughout all of the flow range, and [2] At smaller flow rate the magnitude of the force changes dramatically at a whirling/rotation ratio. The forces estimated from unsteady pressure distribution on the casing and that estimated from the pressure difference across the blades are compared with the measured rotordynamic forces.

Key Words: Rotordynamic Force, Open-type Centrifugal Impeller, Whirling Motion, Unsteady Pressure

1. 緒 言

ターボ機械の軸系にはしばしば羽根車に作用する非定常流体力が原因と考えられる軸振動が発生する。非定常流体力には軸系の振動に対し“強制外力”として作用する流体力と軸振動の応答として生じる“ロータダイナミック流体力”があり、前者は軸系の強制振動の原因となるが、この振動は回転数を共振点から離すと減少する。しかし後者は自励振動を引き起こす原因となり、特に危険速度以上で運転される高速ターボ機械ではその性質を十分に調べておく必要がある。

ふれまわり運動するクローズド形遠心羽根車に作用する流体についてはこれまで多くの研究がなされており、ポリュートやベンドディフューザとの干渉がある場合⁽¹⁾⁽²⁾、またシュラウドとケーシングのすきまが小さい場合⁽³⁾には流体力は前まわりのふれまわりに対して不安定化力(励振力)となることが示されている。

る。

一方, Alford⁽⁴⁾ は軸流タービンのロータ軸が一方方向に偏心すると、翼端すきまが周方向に変化するため個々の翼の効率が変化し、このため翼力にアンバランスが生じ、不安定化力が発生することを示した。また軸流コンプレッサが一方方向に偏心している場合について, Colding-Jorgensen⁽⁵⁾ は二次元定常流のアクチュエータモデルから、高流量では前まわりのふれまわりに対して流体力は励振的となるが、低流量では後ろまわりのふれまわりに対して励振的となることを示し、Ehrich⁽⁶⁾ は翼端すきまが異なるコンプレッサの実験値を“Parallel Compressor”モデルに適用して, Colding-Jorgensen と同じ結論を得ている。

遠心コンプレッサではオープン形羽根車が多用される。オープン形遠心羽根車がふれまわり運動する場合、翼端すきまが変動することにより、クローズド形遠心羽根車とは違った機構で流体力が発生すると考えられる。また高密度ガスに対する適用、磁気軸受の使用等を考えた場合、オープン形遠心羽根車に作用するロータダイナミック流体力を調べておくことも重要である。しかしこれまでオープン形遠心羽根車に作用するロータダイナミック流体力について調べられた研究例はない。

* 1997年3月22日関西支部第72期定時総会講演会において講演、原稿受付 1997年4月10日。

^{*1} 大阪大学大学院(〒560 豊中市待兼山町1-3)。

^{*2} 正員、大阪大学大学院基礎工学研究科。

^{*3} 正員、工学院大学工学部(〒163-91 東京都新宿区西新宿1-24-2)。

^{*4} 正員、奈良工業高等専門学校(〒639-11 大和郡山市矢田町22)。

本研究ではふれまわり運動するオープン形遠心羽根車に作用する流体力を、羽根車単体の場合について実験的に調べた。実験はさまざまな流量係数 ϕ とふれまわり速度比 Ω/ω (ふれまわり角速度/主軸角速度) について行った。またふれまわりによる翼端とケーシングのすきまの変動が流体力に及ぼす影響を調べるため、ケーシング壁面で圧力変動を測定し、これが羽根車に及ぼす力と流体力を比較した。

記 号

$[A]:\{G\}$ を $\{F_{xy}\}$ に変換するマトリックス

b_2 : 羽根車出口流路幅 (=23 mm)

ΔC_p : 変動圧力係数 $=\Delta p/(\rho u_2^2)$

$\Delta C_p'$: 変動圧力係数 $=\Delta p'/(\rho u_2^2)$

$\Delta C_p''$: 変動圧力係数 $=\Delta p''/(\rho u_2^2)$

$F_{t,r}$: t, r 軸方向に働く流体力

$F_{x,y}$: x, y 軸方向に働く流体力

$\{F_{tr}\}$: 4 軸力 F_t, F_r, M_t, M_r

$\{F_{xy}\}$: 4 軸力 F_x, F_y, M_x, M_y

f : 周波数 Hz

$f_{t,r}$: t, r 軸方向の無次元流体力

$f_{t,r}'$: t, r 軸方向の $\Delta p'$ による無次元流体力

$f_{t,r}''$: t, r 軸方向の $\Delta p''$ による無次元流体力

$\{G\}$: ひずみゲージ出力

j : 虚数単位 ($=\sqrt{-1}$)

$M_{t,r}$: t, r 軸まわりの流体力モーメント

$M_{x,y}$: x, y 軸まわりの流体力モーメント

Δp : 圧力変動

$\Delta p'$: 圧力変動のふれまわり周波数成分の振幅

$\Delta p''$: 圧力変動の翼通過周波数成分の振幅

Q : 流量

r_2 : 羽根車出口半径 (=149 mm)

t : 時間

t, r : ふれまわりとともに回転する接線方向, 偏心方向軸

u_2 : 羽根車出口周速 $=r_2\omega$

x, y : 主軸とともに回転する軸

Z_i : 羽根枚数 (=12)

γ : 位相差

ϵ : 偏心半径

θ : 周方向角度

ρ : 流体の密度

ϕ : 流量係数 $=Q/(2\pi r_2 b_2 u_2)$

ϕ : 圧力係数 $=(p-p_{1t})/(\rho u_2^2)$, p_{1t} : 入口全圧

Ω : ふれまわり角速度

Ω' : 圧力パターンの旋回角速度

Ω/ω : ふれまわり速度比

Ω'/ω : 旋回速度比

ω : 主軸角速度

2. 実験方法

2・1 実験装置 図1に実験装置断面図を示す。羽根車はコンプレッサ用 (形式数 $k=1.3$) であり、翼枚数 Z_i は12枚である。羽根車周囲の非対称物との干渉を避けるためにベーンレスディフューザ (ディフューザ外径/羽根車外径=1.61) を用いた。作動流体は計測する流体力が大きくなるよう水を用いた。駆動装置は Ohashi ら⁽⁷⁾ が用いたものと同じで、図2に示すように主軸 (1) を支持する上下の内部軸受 (2) を外部スリーブ (5) に対して同じ量だけ偏心 (偏心量: ϵ) させ、主軸と外部スリーブをおのおの別のモータでそれ

Fig. 1 Vertical section through the experimental apparatus (around the impeller)

Fig. 2 Mechanisms to produce whirling motion

それぞれの速度が一定になるように制御しながら駆動することにより、羽根車に自転とふれまわり運動を与える。本実験では羽根車は一定の角速度 ω (400 rpm) で自転しながら、偏心量 $\varepsilon=0.6$ mm (設定値)、ふれまわり角速度 Ω (実験範囲、 $-1.3 < \Omega/\omega < 1.3$) でふれまわり運動する。偏心がない中立状態 ($\varepsilon=0$) での翼端すきまは羽根車入口から出口まで一定で 1.0 mm であり、偏心状態 $\varepsilon=0.6$ mm では翼端すきまは羽根車入口で 0.4~1.6 mm、羽根車出口で 0.8~1.2 mm の間で変動する。

2.2 実験方法 流体力の測定は主軸の羽根車取付部をスリットの入った四角柱とし、4 面にはり付けたひずみゲージで構成した 4 軸力センサ (図 2) で行った⁽⁷⁾。まずひずみゲージ出力 $\{G\}$ と動的に校正した校正マトリックス $[A]$ を用いて羽根車に固定した x, y 軸方向の力およびモーメント $\{F_{xy}\} = (F_x, F_y, M_x, M_y) = [A]\{G\}$ を測定する (図 3)。ここでひずみゲージ出力にはフレームの共振などによる高周波数のノイズが含まれるので、主軸回転とふれまわり回転をフェイズロックしてふれまわり 2 周期分をアンサンブル平均し、これをフーリエ級数展開してふれまわり周波数成分だけを取り出して $\{G\}$ とした。流体力のふれまわりに対する励振性を調べるため、図 3 に示すように $\{F_{xy}\}$ をふれまわりに固定した t (接線方向)、 r (偏心方向) 方向の力およびモーメント $\{F_{tr}\} = (F_t, F_r, M_t, M_r)$ に変換した。この $[F_{tr}]$ から空転時に計測した軸系の慣性力を差引き流体力とした。したがって、この流体力は羽根車全体に作用する流体力のふれまわり軌道上の時間平均値を示している。流体力は $\rho\pi r_2^2 b_2 \varepsilon \omega^2$ で無次元化して f_t, f_r とした。ここで ε は Ω/ω の増加に伴い増大し、設定値 $\varepsilon=0.6$ mm に対して約 $\pm 6\%$

Fig. 3 Schematic showing the rotordynamic forces. F_r and F_t are the normal and tangential (to the circular whirl orbit) component

の誤差で、 $\varepsilon=0.627+3.702 \times 10^{-2} \times (\Omega/\omega)^2$ [mm] と表されることが運転中の変位計測から確認されたので、 Ω/ω ごとに ε を補正して無次元化した。なお計測は羽根車に作用する流体力モーメント M_t, M_r についても行ったが、本研究ではふれまわり振動に直接関係する流体力 F_t, F_r の計測結果について以下に述べる。

非定常圧力計測は図 1 に示すようにケーシング壁面に設けた五つの圧力センサ (P1~P5) で行った。P1~P3 は翼端の非定常圧力を計測できるように設置し、P4, P5 は羽根車入口直前 (翼前縁より 6 mm 上流) に周方向に 60° の間隔をおいて設置した。使用した圧力センサはいずれも共和電業製 PS-2 KB (固有振動数 14 kHz) で、P1~P3 はケーシング壁に直径 1 mm の圧力孔をあけシリコンを介して計測しており、この導管を含めた固有振動数は約 2.2 kHz である。また P4, P5 はセンサ表面がケーシング壁面となるようにケーシングに直接埋め込んでいる。

3. 実験結果および考察

3.1 圧力特性 図 4 に中立状態 ($\varepsilon=0$) でケーシング壁 P1~P3、羽根車出口直後 PC (図 1) の位置でマノメータで計測した静圧特性およびディフューザ下流のコレクタで計測した全圧特性を示す。設計流量は $\phi_d=0.424$ である。入口逆流は $\phi < 0.32$ で発生し、圧力特性は $\phi=0.32$ 付近で若干の右上がりこう配を示している。

3.2 流体力 図 5 (a)~(f) に $\phi=0.185, 0.228, 0.285, 0.330, 0.424, 0.508$ での無次元流体力 (f_t, f_r) を示す。接線方向成分 f_t は $\Omega/\omega > 0$ に対し $f_t > 0$ 、 $\Omega/\omega < 0$ に対し $f_t < 0$ であればふれまわり方向に一致するので、ふれまわり振動に対し励振的となる。

図 5 からいずれの流量においても $0 < \Omega/\omega < 0.3$ で $f_t > 0$ となる励振域が存在していることがわかる。これまでの研究からクローズド形遠心羽根車ではポリユ

Fig. 4 Pressure performance without an eccentricity

Fig. 5 Dimensionless normal and tangential forces for various flow rates

ートケーシング⁽¹⁾やベンドディフューザ⁽²⁾との干渉によって $0 < \Omega/\omega < 0.5$ で $f_t > 0$ となる励振域が現れることが示されているが、本研究で実験したベーンレスディフューザ中でふれまわるオープン形遠心羽根車ではこのようなステータとの干渉がなくても、ほぼ同じふれまわり速度比の範囲で流量によらず励振域が存在することが興味深い。また f_t の大きさもクロード形三次元遠心羽根車でポリュートケーシングとの干渉がある場合⁽⁸⁾とほぼ同程度の大きさになっている。

次に設計流量付近の偏心方向成分 f_r を見ると、 $0 < \Omega/\omega < 0.5$ を除いて、 Ω/ω に対してほぼ放物線状になっているが、これは羽根車の付加質量に作用する慣性力によると考えられる。また、従来のクロード形遠心羽根車の場合に比べて全体的に $-f_r$ 方向にシフトしており、偏心方向と逆方向に作用する力の成分が大きくなっていることがわかる。

一方、低流量 ($\phi < 0.285$) では $\Omega/\omega = 0.8$ 付近で f_t ,

f_r とともに急激に変化し、 $f_t \gg 0$ となる励振域が $\Omega/\omega > 0.8$ にも現れている。この原因については 3.4 のケーシング上の圧力変動の計測結果から検討する。

3.3 圧力変動による力と全流体力の比較 本節では、オープン形遠心羽根車でどういった力が流体力に主要な役割を果たしているかを調べる。非粘性流を仮定し、羽根車に作用する流体力を考える場合検査面のとり方によって次の二つの方法が考えられる。一つは、検査面を羽根車表面(翼面、ハブ面)にとり表面に作用する圧力から力を算出する方法で、もう一つは羽根車を囲む検査面(入口、出口、ケーシング面)を考え検査面にかかる圧力による力、検査面に出入りする運動量の流れによる力、検査面内の運動量の時間変化による力の三つの和を考える方法である。従来の研究^{(4)~(6)}では翼端すきま変化による翼に作用する流体力の変化が問題にされている。ここでは、前者の方法では羽根車表面の中で翼両面の圧力差による流体力 (f_t'' , f_r'') のみを考え、後者の方法では羽根車を囲む検

査面の中でケーシング面上の圧力による流体力 (f_t' , f_r') のみを考えることにする。以下に (f_t' , f_r') と (f_t'' , f_r'') をケーシング壁上 P1~P3 の 3 箇所計測した圧力変動から推定し、実測された全流体力 (f_t , f_r) と比較することにする。

まずこれらの流体力を算出する方法について述べる。例として、図 6 上段に $\phi=0.285$, $\Omega/\omega=0.63$ のときの圧力タップ P1 で計測したふれまわり 1 周期分の平均化処理した圧力変動波形 Δp を示す。ふれまわり 1 周期の間に翼は圧力センサの前を $Z_i \times |\omega/\Omega|$ 枚 (Z_i : 翼枚数=12) 通過するので、この例では 19 枚の翼通過に相当する大きな圧力変動が現れている。これを翼通過周波数成分 $\Delta p''$ とする。またふれまわり 1 周期を周期とする圧力変動成分も現れており、これをふれまわり周波数成分 $\Delta p'$ とする。なお図 6 中に r で示した破線はセンサの位置を偏心方向 r 軸が通過した時刻を示しており横軸が π の位置で翼端すきまが最も狭くなり、 $0, 2\pi$ の位置で翼端すきまが最も広がっている。次に図 6 中段、下段に示すように圧力変動 Δp をふれまわり周波数成分 $\Delta p'$ と翼通過周波数の成分の振幅 $\Delta p''$ の変動に分離する。 $\Delta p'$ のふれまわり 1 周期分を t - r 座標系とともに回転するケーシング上の圧力分布とし、これを積分して f_t' , f_r' とした。積分は翼端形状を 20 本の線分で近似し、それぞれの線分を母線とする円すい台の垂直投影面で行った。また $\Delta p''$ をふれまわり周波数の正弦関数で近似し、近似した $\Delta p''$ の振幅を翼端での翼圧力面と負圧面の圧力

差とし、半径方向には翼面の圧力差が半径の二乗に比例すると仮定して個々の翼に働く翼力を算出し、この翼力の分布が t - r 座標系とともに回転するとしてこ

Fig.6 Evaluation of pressure and blade forces from unsteady pressure measurement on casing at P1, for $\phi=0.285$, $\Omega/\omega=0.63$

Fig.7 Comparison of the normal and tangential forces with estimated forces from unsteady pressure, for $\phi=\phi_d=0.424$ and $\phi=0.285$

これらの合力を f'_i, f'_r とした。またこのとき、翼形状を P1~P3 の位置にあり翼面に沿って置かれた 3 枚の平板で近似し、P1~P3 での圧力差がこれらの平板にかかったときの合力として羽根車に作用する流体力を概算した。

図 7 (a), (b) に設計流量 $\phi_d=0.424$, 低流量 $\phi=0.285$ のときのケーシング上の圧力による流体力 (f_i, f_r) と翼両面の圧力差による流体力 (f'_i, f'_r) を実測された全流体力 (f_i, f_r) と比較して示す。両流量において f_i, f_r は f_i, f_r とよく似た傾向を示し、偏心方向成分 f'_r は定量的にも f_r とよく合っている。しかし f'_i, f'_r は流体力が大きくなる低流量の $\Omega/\omega=0.8$ 付近ではその傾向が合っているが、それ以外の領域では合っておらず、また設計流量では全領域で合っていない。これらの結果より、従来軸流タービンでは翼力のアン

バランスによって流体力の発生が説明されてきているが、オープン形遠心羽根車では翼力のアンバランスによって生じる力より、むしろ羽根車のケーシングまわりの圧力分布によって生じる力のほうが羽根車に作用する流体力とよく一致することがわかる。ただし圧力変動の計測は P1~P3 の 3 点でしか行っておらず、また翼力の概算にはケーシング壁上の圧力から上述の仮定を用いて翼面圧力を推定しているため、今後さらに精細な検討が必要である。

3・4 ケーシング上での圧力変動 図 8, 9 に中立状態 ($\epsilon=0$) で設計流量 $\phi_d=0.424$ と低流量 $\phi=0.285$ の場合に対し羽根車入口の周方向に 60° の間隔をもつ 2 点 P4, P5 (P4 を基準として P5 は羽根車回転方向に $+60^\circ$ 離れている) で測定した圧力変動の (a) 瞬時波形と 512 回の平均化処理した (b) クロス

Fig. 8 Typical wave form of unsteady pressure, cross and phase spectrum of P4, P5, for $\phi=\phi_d=0.424$ without an eccentricity

Fig. 9 Typical wave form of unsteady pressure, cross and phase spectrum of P4, P5, for $\phi=0.285$ without an eccentricity

ベクトルおよび(c)位相スペクトルを示す。まず瞬時圧力波形の比較から、設計流量では翼通過周波数成分が正確に現れているが、低流量時には翼の通過による規則的な変動は見られない。波形に規則性がなくなるのは $\phi < 0.32$ であり、これは流れのはく離と関係していると考えられる。

次にクロススペクトルを見ると設計流量では先の波形と対応して翼通過周波数成分($Z_1\omega/2\pi=80$ Hz)が卓越し、これと主軸回転成分($\omega/2\pi=6.67$ Hz)に小さなクロススペクトル成分が現れている。しかし位相スペクトルは全周波数域でほぼ零となっている。これに対して低流量では、翼通過周波数以外に図中(1), (2), (3)で示したクロススペクトルの大きさは翼通過周波数成分の約1/100と小さいが周波数 $f=5.3, 10.8, 17.0$ Hzの三つのピークと、 $f=20\sim 60$ Hzに分布する広帯域周波数成分が現れている。ピーク(1), (2), (3)の位相差 γ はそれぞれ $-60^\circ, -150^\circ, -200^\circ$ と 60° (二つのセンサの周方向間隔)の倍数に近くなっている。したがってこれらの周波数成分は周方向にそれぞれ $n=1, 2, 3$ 個の山谷をもつ圧力パターンが旋回速度比 $\Omega'/\omega=f/n(\omega/2\pi)\approx 0.8$ で羽根車の回転方向と同じ方向に旋回することによって生じているものと考えられる。一方 $20\sim 60$ Hzに分布する広帯域周波数成分中には、ピーク(1)~(3)のように位相差と周波数に明確な関係をもつスペクトルが存在せず、全体として位相差 γ が周波数 f に比例して変化している。

ここで $\Delta p \propto \exp\{2\pi f j(t - \theta/\Omega')\}$ で与えられる周波数 f 、旋回角速度 Ω' の圧力パターンを考える。この圧力パターンによる圧力変動を、周方向に β だけ離れた2点で計測するとしてその位相差 γ を求めると $\gamma = -2\pi f \beta / \Omega'$ となる。すべての周波数成分に対し Ω' が一定であるとするときこれより $\delta\gamma/\delta f = -2\pi\beta/\Omega'$ は一定となる。図9(c)の $20\sim 60$ Hzに分布する広帯域周波数成分は位相差 γ が周波数 f に比例して変化しており、このような状況と一致している。図9(c)より $\delta\gamma/\delta f$ を求め Ω' を算出するとその旋回速度比は $\Omega'/\omega=0.43$ であった。前述のピーク(1)~(3)では周波数が離散的であり、かつ θ が 2π 増加すれば位相差が零となる($2\pi f/\Omega'$ が整数 $=n$)のに対し広帯域成分に対してはこうはなっていない。そこで(1)~(3)は時間的に不変のはっきりしたセル構造をもった圧力パターンが周方向に $\Omega'/\omega \approx 0.8$ で回転する旋回失速に類似の現象を、 $20\sim 60$ Hzの広帯域周波数成分はその伝ば速度は $\Omega'/\omega=0.43$ と一定であるがそのパターンは長時間持続しない現象を表していると考えられる。このような広帯域周波数成分は $\phi < 0.32$ の流量で発生しており入口逆流と何らかの関係があるものと考えられるが、本実験からではどういった現象によるものなのか明らかではない。

次に、図10にふれまわり運動している場合の(a)設計流量 $\phi_d=0.424$ と(b)低流量 $\phi=0.285$ のP1での圧力変動波形を示す。それぞれ $\Omega/\omega=0.63, 0.81,$

Fig. 10 Pressure fluctuation of P1 with whirling motion, $\Omega/\omega=0.63, 0.81, 1.13$, for $\phi=\phi_d=0.424$ and $\phi=0.285$

1.13 に対するものであり平均化処理した波形である。図 10 中の r で示した点線は、圧力センサと翼端のすきまが最も狭くなる時刻を示している。両流量とも翼通過周波数成分の振幅 $\Delta p'$ がふれまわり周波数で変化することがわかる。しかし設計流量時の変化に比べて、低流量時のそれは非常に大きい。また設計流量時に変化の大きさが Ω/ω によらずほぼ一定であるのに対して、低流量時には $\Omega/\omega=0.81$ のときに最も変化が大きくなっており、翼端すきまが狭くなるときに振幅が最大、広いときに最小となっている。これは前述した中立状態でも存在する旋回速度比 $\Omega'/\omega \approx 0.8$ で伝ばする旋回失速に類似した現象がふれまわりと同期することによって成長した結果と考えられ、このことが低流量時の $\Omega/\omega=0.8$ 付近で流体力が急激に変化することと関係しているものと考えられる。

4. 結 言

ふれまわり運動するオープン形遠心羽根車に作用する流体力とケーシング壁面の非定常圧力の計測から以下に示す結果が得られた。

(1) オープン形遠心羽根車ではポリユートケーシングやベンドディフューザとの干渉がなくても、ふれまわり運動に伴う翼端すきま変化の影響のために運転流量によらず $0 < \Omega/\omega < 0.3$ で $f_t > 0$ となる励振域が現れる。

(2) オープン形遠心羽根車では、ふれまわり流体力はケーシング壁面上での非定常圧力を積分して得られる力にほぼ等しい。

(3) 低流量時には $\Omega/\omega=0.8$ 付近で流体力は大き

く変化し、ふれまわりに対して励振的となる領域が現れる。

(4) 偏心がない場合の低流量時には、羽根車入口圧力変動に $\Omega'/\omega \approx 0.8$ で回転するはっきりしたセル構造をもった旋回失速状の圧力パターンによる離散周波数成分と、 $\Omega'/\omega=0.43$ で回転するがそのパターンは時間的に一定しない広帯域周波数成分が見られた。

(3) の流体力の変化は、前者の旋回失速に類似の成分とふれまわり運動の干渉により生じたものと考えられる。

最後に本研究の実験装置と計測方法の確立に労を惜しまぬ尽力をいただいた石崎晋君と藤村大輝君に感謝する。また本研究は文部省科学研究費補助金を用いて行われた。ここに謝意を表す。

文 献

- (1) 辻本良信・Acosta, A. J.・Brennen, C. E., 機論, **52**-481, B(1986), 3159-3165.
- (2) 辻本良信・Acosta, A. J.・吉田義樹, 機論, **54**-505, B(1988), 2266-2274.
- (3) Ohashi, H., Sakurai, A. and Nishijima, J., NASA CP3026(1988), 286-306.
- (4) Alford, J. S., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, **87**-4(1965), 333-344.
- (5) Colding-Jorgensen, J., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **114**-4(1992), 621-625.
- (6) Ehrich, F., *Trans. ASME, J. Vib. Acoust.*, **115**(1993), 509-515.
- (7) Ohashi, H., Imai, H. and Tsushihashi, T., *ASME FED* **119**(1991), 112-115.
- (8) Jerry, B., Acosta, A. J., Brennen, C. E. and Caughey, T. K., NASA CP2338(1984), 137-160.