矩形容器内に置かれた円筒回りの水の非定常自然対流* (円筒位置が水の冷却過程に及ぼす影響)

笹口 健吾^{*1}, 桑原 功治^{*2}
草野 剛嗣^{*3}, 北川 秀昭^{*4}

Transient Natural Convection of Water around a Cylinder in a Rectangular Cavity (Effect of the Position of the Cylinder on Cooling of Water)

Kengo SASAGUCHI, Koji KUWABARA,
Koji KUSANO and Hideaki KITAGAWA

Transient natural convection in water around a cooled horizontal cylinder placed in a rectangular enclosure has been studied. The governing equations were solved by a finite difference method, and the flow structure and temperature distributions have been predicted. The purpose of the present study is to examine the effects of the position of the cylinder and the initial temperature of water on the cooling process of water. The initial water temperature was varied at 4, 6, 8 and 12°C, and timewise variations of the temperature field and the velocity field as well as the mean Nusselt number on the cylinder surface were compared. The changes in the position of the cylinder and the initial water temperature largely affect fluid flows due to the density inversion of water. Complicated flow patterns are observed for initial water temperatures larger than 4°C. Therefore, the cooling rate of water is largely changed with the change in the position of the cylinder for initial water temperatures larger than 4°C.

Key Words: Transient Cooling of Water, Density Inversion of Water, Cylinder in Rectangular Cavity, Position of Cylinder

1. 緒言

電力需要の平準化が緊急な課題となっている今日、顕熱蓄冷や潜熱蓄冷技術に関する多くの研究がなされている。いずれの技術においても、密度逆転を有する水の過渡的な冷却過程を理解することが、システム設計の際に重要となる。従って、現在まで、水の密度逆転が自然対流に及ぼす影響に関する研究は多くなされてきた(例えば文献(1-6))。しかし、これらの研究の多くは、矩形領域の両側面を加熱及び冷却面とした定常熱伝達を扱っており、実際の蓄冷システムにおいて基本的な系である、矩形容器内に設置された円筒回りの水の非定常自然対流熱伝達に関する研究は非常に少ない⁽⁷⁾。著者らは最近、水の初期温度が矩形容器内の中央に置かれた円筒回りの水の非定常自然対流に及ぼす影響を数値解析によって調べた⁽⁸⁾。その結果、水の初期温度の値によっては、水の密度逆転のために、流動状態及び熱伝達が時間とともに複雑に変化することを示した。

本研究では更に、円筒位置が水の非定常自然対流に及ぼす影響を詳細に調べた。円筒位置は容器内の中心、下方及び上方に変え、また水の初期温度 T_i は 4, 6, 8 及び 12°C に変化させて計算を行った。

$\bar{h}$: 円筒表面平均熱伝達係数

l_x : 容器幅

L_y : 容器高さ

$\overline{Nu}$: 円筒表面平均ヌセルト数

P : 圧力

$\bar{q}$: 円筒表面平均熱流束

T : 温度

$\bar{T}$: 平均温度

t : 時間

$\mathbf{u}$: 速度ベクトル

$\bar{\theta}$: 無次元平均水温 $= (\bar{T} - T_i) / (T_w - T_i)$

λ : 熱伝導率

ρ : 密度

τ : 無次元時間 $= a \cdot t / d^2$

ν : 動粘性係数

(添字)

i : 初期状態

w : 円筒表面

ref : 代表値

2. 物理モデルと支配方程式

解析を行った物理モデルを図1に示す。系は四方を断熱壁によって囲まれ、内部には直径 d ($= 15 \times 10^{-3}$ m) の水平円筒が設置されており、その回りには水が封入されている。円筒の位置に関しては、図に示すように、容器内の中心、下方及び上方の三つの場合を考えた。最初、水は一樣な初期温度 T_i で、時刻 $t = 0$ s において円筒表面が T_i より低い温度 T_w ($= 0^\circ\text{C}$) に変化することによって冷却が開始するものとする。非圧縮二次元層流でブジネスク近似が成り立つと仮定すると、支配方程式は次のようになる。

連続の式

主な記号

a : 温度伝導度

c : 比熱

d : 円筒直径

g : 重力加速度ベクトル

* 原稿受付 1997年3月5日。

^{*1} 正員、熊本大学工学部(☎860 熊本市黒髪2-39-1)。

^{*2} 熊本大学大学院。

^{*3} 正員、徳島大学工学部(☎770 徳島市南常三島町2-1)。

^{*4} 九州電力(株)(☎810 福岡市中央区渡辺通2-1-82)。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

運動量の式

$$\rho_{ref} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho_{ref} (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \rho_{ref} \nu \Delta \mathbf{u} + (\rho_{ref} - \rho) \mathbf{g} \quad (2)$$

エネルギー式

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = \lambda \Delta T \quad (3)$$

なお、式(2)の右辺第3項における水の密度と温度の関係式としては文献(9)の式を用いた。基礎式は、計算格子と固体壁の境界を一致させるため、一般座標系に写像した。また、実際の物理空間と写像空間の格子座標を一对一に対応させるための座標変換式としてポアソン方程式を用いた⁽¹⁰⁾。これらの詳細については、著者らの以前の論文^(8, 11)と同様のため、ここでは詳細は省略する。

図2に、一例として、円筒が矩形容器の中央に位置する場合の格子配置を示す。図2(b)が計算面に配置した格子を示しており、図2(a)は図2(b)の格子を物理面に写像したもので、主要な点に付けた両図の番号はそれぞれ対応している(なお、図2(a)の点1, 3及び13はいずれも円筒頂部の点である)。

一般座標系に変換された支配方程式は元の式より複雑になるが、計算領域は、図2(b)に示したように、簡単な矩形領域となり、物理面での境界が計算面での境界と一致するため、境界での複雑な緒量の補間が不要で、精度の良い計算が可能となる。一般座標系に変換された支配方程式をMAC法⁽¹²⁾

(a)Upper-cylinder-case (b)Centered-cylinder-case (c)Lower-cylinder-case

Fig.1 Physical model

Fig.2 Grid system for the centered-cylinder-case

に基づいて離散化し反復的に解いた(反復の前後の温度、速度及び圧力の相対誤差が 10^{-4} 以下になった時、収束したとみなした)。格子数としては、いずれの円筒位置に対しても、予備計算で十分な精度が得られた 81×201 格子を用い、時間刻みは0.025秒~0.2秒まで変化させた。なお、解析の詳細及び実験結果との比較などによる数値解の精度の検討などに関しては文献(8, 11)を参照願いたい。

3. 解析結果と考察

3.1 $T_i=4^\circ\text{C}$ の場合 まず、水の初期温度 $T_i=4^\circ\text{C}$ の場合に対し、円筒位置の影響を見るため、図3に $\tau=0.870$ ($t=1440$ s)における温度分布の比較を示した。なお、 τ は無次元時間で $\tau = a \cdot t / d^2$ と定義した。さて、 $T_i=4^\circ\text{C}$ の場合、初期状態の水は密度最大付近にあり、円筒付近の冷却された水は密度が小さくなるため、円筒に沿う上向きの対流が生じる。図3(a)の円筒が容器の上部にある場合(上部円筒の場合と呼ぶ)、円筒の上部に存在する水の量が少いため、 $t=1440$ sでは既に、円筒表面温度と円筒の上部の水温の差が小さくなっており、対流はほとんど見られない。円筒の下部領域では温度成

[$T_i = 4^\circ\text{C}$, $\tau = 0.870$, $t = 1440$ s]

Fig.3 Comparison of temperature fields

Fig.4 Timewise variations of averaged Nusselt number for $T_i=4^\circ\text{C}$

層が形成されており、熱伝導支配である。一方、図3 (b)の円筒が容器の中央に位置する場合（中央円筒の場合と呼ぶ）、この時間では円筒上部の水温が十分には低下していないため、まだ対流が観察される。円筒が容器の下部にある場合（下部円筒の場合と呼ぶ）の図3 (c)を見ると、この場合、初期の時間に円筒上部で強い対流が生じ、円筒上部の水は急速に冷されるため、 $t=1440$ sでは図3 (b)の中央円筒の場合に比べ、既に対流は弱くなっている。また、下部円筒の場合、他の円筒位置の場合に比べ、容器全体の水温はかなり低下していることが分かる。

図4に $T_i=4^\circ\text{C}$ の場合の各円筒位置における円筒表面平均ヌセלט数 $\overline{Nu}$ の時間変化の比較を示す。なお、 $\overline{Nu}$ は次のように定義した。

$$\overline{Nu} = (\bar{h} \cdot d) / \lambda \quad \text{ここに、} \bar{h} = \bar{q} / (T_w - T_i) \quad (4)$$

前述したように、 $T_i=4^\circ\text{C}$ ではいずれの円筒位置においても、全時間範囲で、上向きの流れのみが生じ、その強さは時間とともに弱くなる。従って、図4から明らかなように、 $\overline{Nu}$ はいずれの円筒位置の場合も時間とともにほぼ単調に減少している。特に、上部円筒の場合は図3 (a)で示したように、伝導支配への移行がかなり早い時間に起こるため、 $\overline{Nu}$ の減少割合が他の円筒位置の場合に比較して大きい。

図5に水の無次元平均温度 $\bar{\theta}$ の時間変化の比較を示した。なお、 $\bar{\theta} = (\bar{T} - T_i) / (T_w - T_i)$ と定義しており、水が完全に冷却された時（ $\bar{T} = T_w$ の時）、 $\bar{\theta}=1.0$ となる。図から明らかなように、下部円筒の場合、初期の強い上向き対流によって、水が全体的に急速に冷却されるため、 $\bar{\theta}$ は急激に増加し、他の円筒位置の場合に比べ、その値はかなり大きい。一方、上部円筒の場合では、前述のように、円筒下部の水温の低下が非常に遅いため、ごく初期の期間（円筒上部に対流が生じている期間）を除いて、 $\bar{\theta}$ の時間増加はかなり小さいことが分かる。

3.2 $T_i=8^\circ\text{C}$ の場合 次に $T_i=8^\circ\text{C}$ の場合の各円筒位置における温度分布の時間変化を図6～図8、円筒表面平均ヌセלט数 $\overline{Nu}$ の時間変化の比較を図9、及び $\bar{\theta}$ の時間変化の比較を図10にそれぞれ示す。まず、図6の上部円筒の場合を見ると、初期の時間では円筒に沿った下向きの強い対流が観察される（図6 (a)）。この下向きの対流は、円筒下部の水温

の低下と共に弱くなる（図6 (b)）。時間がかかなり経過すると、対流はほとんど観察されなくなり、円筒下部で温度成層が形成され水の冷却は非常に遅くなる（図6 (c)）。従って、図9の $\overline{Nu}$ は上部円筒の場合（破線）、時間と共にほぼ単調に減少しており、また図10の $\bar{\theta}$ の時間増加は $t=2000$ s以降で急激に小さくなっている。次に、中央円筒の場合の図7をみると、この場合、初期では、図6の上部円筒の場合と同様、円筒に

Fig.6 Timewise variation of temperature field with the upper cylinder for $T_i=8^\circ\text{C}$

Fig.7 Timewise variation of temperature field with the centered cylinder for $T_i=8^\circ\text{C}$

Fig.5 Timewise variations of averaged water temperature for $T_i=4^\circ\text{C}$

Fig. 8 Timewise variation of temperature field with the lower cylinder for $T_i = 8^\circ\text{C}$

Fig. 9 Timewise variations of averaged Nusselt number for $T_i = 8^\circ\text{C}$

Fig. 10 Timewise variations of averaged water temperature for $T_i = 8^\circ\text{C}$

沿った下降流が見られるが (図 7 (a)), 円筒回りの水が 4°C 程度まで冷却されると, 円筒付近の水の密度がその周りの水の密度より小さくなるため流れの逆転が生じ, 円筒に沿った上向きの対流が観察されるようになる. この上向きの対流は, ある期間, 時間とともに強くなり, 円筒上部の水を急速に冷却するが (図 7 (b)), 円筒表面温度と円筒上部の水温の差が小さくなると弱くなり (図 7 (c)), ついには消滅し, 円筒下部の水は熱伝導によって冷却されるようになる. 図 9 において, $t = 600 \text{ s} \sim 1800 \text{ s}$ 程度での $\overline{Nu}$ (実線) の増加は, 上述の上向き対流が徐々に強くなっている期間に対応する. また, $\bar{\theta}$ (図 10 の実線) の変化を見ると, この上向き対流のために, 上部円筒の場合 (破線) に見られた $\bar{\theta}$ の時間増加の急激な減少が抑えられ, 中央円筒の場合の $\bar{\theta}$ はかなりの時間まで大きく増加していることが分かる.

次に, 円筒が容器の下部に位置する場合, 図 8 から明らかなように, 初期の時間から上向き流れが支配的となり, 円筒上部の広い領域の水は長時間効果的に冷却されることが分かる. 従って, 図 9 で $\overline{Nu}$ (一点鎖線) の増加期間は中央円筒の場合 (実線) より長く続き, その後の $\overline{Nu}$ の減少期間においてもその値は, 他の円筒位置の場合に比べ, 大きくなっていることが分かる. 図 10 を見ると, 下部円筒の $\bar{\theta}$ (一点鎖線) は $t = 4000 \text{ s}$ 程度までは他の円筒位置の場合に比べわずかに小さいが (初期の時間で, 上部円筒や中央円筒の場合が対流が強い), その後の時間では, $\bar{\theta}$ の時間増加割合の減少

Fig. 11 Timewise variations of averaged Nusselt number for $T_i = 12^\circ\text{C}$

Fig. 12 Timewise variations of averaged water temperature for $T_i = 12^\circ\text{C}$

Fig. 13 Timewise variation of temperature field with the lower cylinder for $T_i = 12^\circ\text{C}$

が前述の長時間持続する上向き流れのために抑えられ、その値は他の円筒位置の場合に比べ大きくなっていることが分かる。

なお、 $T_i = 6^\circ\text{C}$ の場合は、いずれの円筒位置においても、 $T_i = 8^\circ\text{C}$ の場合より流れの逆転が早く生じ、 $\overline{\text{Nu}}$ の時間変化は定性的には $T_i = 8^\circ\text{C}$ の場合と同様であったが、 $\bar{\theta}$ の時間変化は、下向き流れの期間が短いため、 $T_i = 4^\circ\text{C}$ の場合と同様であった。

3.3 $T_i = 12^\circ\text{C}$ の場合 更に水の初期温度が大きい $T_i = 12^\circ\text{C}$ の場合においても、各円筒位置に対する流動状態の時間変化は $T_i = 8^\circ\text{C}$ の場合と定性的には類似したものとなった。従って、図 11 及び図 12 から明らかなように、上部円筒(破線)と中央円筒(実線)の場合の $\overline{\text{Nu}}$ 及び $\bar{\theta}$ の時間変化は、図 9 及び図 10 の $T_i = 8^\circ\text{C}$ の場合とよく似ていることが分かる。しかし、円筒が容器の下部に位置する場合では、図 13 から明らかなように、円筒の上部の水の温度成層がかなり強いため、上向き流れの発達が非常に遅れ水の冷却は遅くなる(図 8 の $T_i = 8^\circ\text{C}$ の場合と比較)。従って、図 11 から明らかなように、 $T_i = 12^\circ\text{C}$ で下部円筒の場合、 $\overline{\text{Nu}}$ は初期の時間において($\tau < 1$)、上部円筒や中央円筒の場合に比べ低い値を示している。また更に時間が経過しても、 $\tau < 2$ 程度までは中央円筒の場合より低い値を保っていることも分かる。また、下部円筒では、上向き対流の発達期間が長い(図 13)、 $\overline{\text{Nu}}$ は長期間にわたりほぼ一定となり、結果的に、 $\tau > 2$ では下部円筒の $\overline{\text{Nu}}$ は中央円筒の場合より大きくなる。この $\overline{\text{Nu}}$ の変化は図 12 の $\bar{\theta}$ の時間変化に反映されてる。すなわち、下部円筒の $\bar{\theta}$ は長期にわたり、上部及び中央円筒の場合よりかなり小さい値

を示しているが、時間が十分経過すると、徐々に他の円筒位置の場合の値に近づき、 $t = 10000$ s 程度では、他の円筒位置の場合の $\bar{\theta}$ の値と変わらなくなる。

4. 結 論

矩形容器内に設置された円筒回りの水の冷却過程に及ぼす円筒位置の影響を、水の初期温度 T_i を 4, 6, 8 及び 12°C に変化させ詳細に調べ、以下のことを明らかにした。

まず、 $T_i = 4^\circ\text{C}$ では、円筒回りに上向きの流れが支配的であり(ただし、円筒が容器上部に位置する場合はこの期間は非常に短い)、流れは時間とともに弱くなる。従って、円筒位置にかかわらず、円筒表面平均ヌッセルト数 $\overline{\text{Nu}}$ は時間とともに単調に減少する。水の冷却は円筒が容器の下部に位置する場合(下部円筒)が最も速く、次いで中央に位置する場合(中央円筒)で、上部に位置する場合(上部円筒)が最も遅い。

$T_i > 4^\circ\text{C}$ では、最初円筒に沿って下向きの流れが支配的であるが(ただし、下部円筒の場合はこの期間は非常に短い)、円筒回りの水が 4°C 程度まで冷却されると、流れの向きの逆転が生じ、上向きの流れがある期間にわたり発達する(ただし、上部円筒の場合はこの期間は非常に短い)。しかし、時間が十分経過し、円筒と周囲の水の温度差が小さくなるにつれ、その強さは弱くなる。従って、図 9 と図 11 及び図 10 と図 12 に示したように、 $\overline{\text{Nu}}$ 及び $\bar{\theta}$ は時間とともに複雑な変化をする(ただし、 $T_i = 6^\circ\text{C}$ では下向き流れの期間が非常に短いため、 $\bar{\theta}$ の変化は $T_i = 4^\circ\text{C}$ の場合(図 5)と定性的には同様であった)。また、 $T_i = 12^\circ\text{C}$ で下部円筒の場合では、円筒の上部に強く安定な温度成層が形成されるため、上向き流れの発達が遅れ、水の冷却速度も長時間にわたって低く抑ええられる(図 12)。

なお、本研究のデータ整理に関して熊本大学工学部生浅井隆史君に援助を得たことを記し、謝意を表します。

文 献

- (1) Seki, N., et al., *Warme- und Stoffubertragung*, **11**(1978), 145.
- (2) Lin, D.S. and Nansteel, M.W., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **30**-11(1987), 2319.
- (3) Braga, S.L., and Viskanta, R., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **35**-4(1992), 861.
- (4) 石川・他 2 名, 機論, **59**-558(1993), 564.
- (5) Tong, W., and Koster, J.N., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **37**-6(1994), 927.
- (6) McDonough, M.W., and Fagri, A., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **37**-5(1994), 783.
- (7) 鳴海・他 2 名, 機論, **56**-527(1990), 2077.
- (8) 笹口・3 名, 機論, **63**-610(1997), 2142.
- (9) Gebhart, B. and Mollendorf, J., *J. of Fluid Mechanics*, **89**(1978), 673.
- (10) Thompson, J.F., et al., *J. of Computational Physics*, **24**(1977), 274.
- (11) 北川, 熊本大学修士論文(1996).
- (12) 賈為・中村・保原, ながれ, **9** (1990), 34.