二次元ふく射伝熱系内の吸収係数分布を求める逆問題の解法*

工藤 一彦^{*1}, 黒田 明慈^{*1}, 尾崎 英史^{*2}
藤 兼 剛^{*3}, 小熊 正人^{*4}

Solution Method of Inverse Problems to estimate the Profile of Absorption Coefficient in Two-dimensional Radiative Heat Transfer Systems

Kazuhiko KUDO, Akiyoshi KURODA, Eiji OZAKI,
Tsuyoshi FUJIKANE and Masahito OGUMA

A method to solve inverse radiative property value problems is developed to obtain two-dimensional distribution of absorption coefficient in combustion chambers or furnaces from the profiles of the temperature and the radiative flux of the surrounding walls and of the gas temperature. In the analysis, initial guess of the absorption coefficients of each gas element are given at first, and by solving the forward problem, the wall radiative flux distribution corresponding to the given wall and gas temperature distributions is obtained. The initial guess of the absorption coefficients is corrected so as that the difference between the calculated and the given values of the wall radiative flux becomes small by using the successive linearization method. The exchange factors required to solve the forward problem are obtained by the Monte Carlo method. In the present study, an algorithm is proposed to push the time-consuming Monte Carlo process out of the convergence loop in which the values of the absorption coefficients are estimated and the Monte Carlo procedure is carried out only one time before the convergence process begins.

Key Words: Thermal Radiation, Heat Transfer, Numerical Analysis, Inverse Problem, Thermal Property

1. 緒 言

ガスタービン燃焼器, ジェットエンジンのアフタバーナ, 加熱炉やボイラ等の火炉のように, 燃焼ガスからのふく射・対流伝熱が問題となる, あるいはこれを利用する機器の設計・開発において, 開発期間の短縮と開発コスト削減のため, 近年ようやく数値解析の利用が本格的に考えられるようになってきた。しかし, 熱伝達の主要部を占めるふく射伝熱に関しては, 内部のガスのふく射物性値の分布の評価が難しく, 実測データの積み重ねが必要とされてきた。そこで本研究では, 壁における温度とふく射流束および内部のガス温度の分布の各測定値より, 内部のガス吸収係数の分布を評価推定する逆問題の解法を開発することを目的とした。

著者らはこれまでふく射伝熱が支配する加熱炉内で, 炉内に置かれた物体あるいは炉壁に所定のふく射

流束分布を与えるのに必要とされる, ガス中の発熱量分布, あるいは炉内に配置された複数本の加熱用ヒータの発熱量分布を求めるふく射伝熱負荷逆問題の解法について提案してきた⁽¹⁾⁽²⁾。一般にふく射伝熱問題では, 系内のガスと壁面を多数の解析要素に分割した場合, これらの各要素のエネルギー式は, ガス要素中の発熱量および壁要素でのふく射流束からなるベクトルと, 各要素の温度の四乗からなるベクトルの間の行列形式の関係式として表されるが, これまでに行ってきた上記のふく射伝熱負荷逆問題では, 系内のガスの吸収係数の分布が与えられているため, この行列形式のエネルギー式中の係数行列はあらかじめ求めることができた。したがって, 負荷逆問題はこの係数行列の逆行列を求める問題に帰着された。しかし, 本研究で対象とする物性値逆問題では, 系内のガスの吸収係数の分布を求めるべき未知数となっているため, その非線形な関数である係数行列自身も未知数となっている。このため本研究では, まず適当な吸収係数分布を仮定し, これを用いてモンテカルロ法⁽³⁾により上述のエネルギー式の係数行列を求め, これと測定値として与えられたガス・壁面温度分布とからふく射伝熱問題を解いて壁面ふく射流束分布を求め, これと測定値として与えられた壁面ふく射流束分布の値との間の差が最小

* 原稿受付 1997年3月7日。

^{*1} 正員, 北海道大学大学院工学研究科(〒060 札幌市北区北13条西8丁目)。^{*2} 学生員, 北海道大学大学院。^{*3} 学生員, 北海道大学学部生。^{*4} 正員, 石川島播磨重工業(株)技術研究所(〒235 横浜市磯子区中原町1)。

になるように、最初に仮定した吸収係数の値を修正することで、吸収係数分布を推定することとした。また壁面ふく射流束分布の誤差を最小にする吸収係数分布の推定は、エネルギー式を逐次線形化⁽⁴⁾し、最急降下法⁽⁵⁾により行った。またこの吸収係数分布の収束過程で、計算時間の長いモンテカルロ法の計算を繰返さないためのアルゴリズムについての提案も行った。本報ではまた、本手法の二次元系への適用性の検討も行った。

おもな記号

K : 吸収係数	m^{-1}
m : ガス要素数	
n : 壁要素数	
Q_g : ガス中発熱密度	kW/m^3
Q_w : 壁面ふく射流束	kW/m^2
Rd : READ 値	[式(1)下の説明参照]
$s(i, j)$: 要素 i から放射され、ガス要素 j を通過するエネルギー束の本数	
ΔS : 壁要素面積	m^2
ΔV : ガス要素体積	m^3
T : 温度	K
$\overline{x(p, i, j)}$: 要素 i から放射され、ガス要素 p を通過した後ガス要素 j を通過する全エネルギー束の、要素 p 中での重み付き平均長さ	[式(17)で定義]
σ : ステファン・ボルツマン定数	$\text{kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$
添 字	
g : ガス要素	
w : 壁要素	

2. 解析手法

2・1 解析手法の概要 系は二次元の灰色ガス領域と、これを囲む黒体壁で構成されているものとする。系内のガスと壁をそれぞれ適当な大きさの解析要素に分割すると、各壁要素に対するエネルギー式は式(1)で表される。ここでガス要素と壁要素の分割数をそれぞれ m, n とする。

$$\begin{aligned} & \sigma T_{wi}^4 \Delta S_{wi} + Q_{wi} \Delta S_{wi} \\ &= \sum_{g,j=1}^m Rd(g_j \rightarrow w_i) \cdot 4K_{gj} \sigma T_{gj}^4 \Delta V_{gj} \\ &+ \sum_{w,j=1}^n Rd(w_j \rightarrow w_i) \cdot \sigma T_{wj}^4 \Delta S_{wj} \\ & (w_i = 1, 2, \dots, n) \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ここで $Rd(a \rightarrow b)$ は、要素 a 内で放射されたふく射エ

ネルギーのうち要素 b が吸収する割合を示す。この値は系内のガス吸収係数分布と、要素 a, b の位置関係の関数で、モンテカルロ法を用いて求めることができる⁽³⁾。

本報で対象とする逆問題は上述の式中で、 T_g, T_w, Q_w が測定値として与えられ、 K の分布を求める問題である。ただし K は右辺第1項に陽に含まれているだけでなく、上述のように Rd の中に陰に含まれている。ここで各要素の形状 $\Delta S_w, \Delta V_g$ はあらかじめ与えられているものとする。この壁要素のエネルギー式からガスの吸収係数を求める問題では、未知数 K の数 m と式の数 n が一致しないこと、また、この式が吸収係数 K に関して非線形になっていることの二つの問題がある。本解析では、壁要素のエネルギー式をガスの吸収係数に関して逐次線形化⁽⁴⁾し、最急降下法⁽⁵⁾によって各ガス要素の吸収係数の最も確からしい値「最確値」を求めた。本報で扱う逆問題において、吸収係数分布と壁面ふく射流束分布の関係は非線形であり、ある壁面ふく射流束分布を与える吸収係数分布が唯一であるとは限らない。したがって、このような手法で求められた解の唯一性は数学的には保証されていないが、工学的には、この解に対するある程度先の情報と与えられることが多いので、これを利用して、不適切な解を排除することは一般的に困難ではない。ここでガス要素の数 m が壁要素の数 n より大きいと、未知数のほうが式の数より多くなり、このままでは解くことができない。このような場合には、付加情報(吸収係数の値が負でない、吸収係数分布が滑らかであるなど)を加えることで解析が可能となると考えられるが、本解析では、 $m \leq n$ すなわち未知数の数が式の数以下である場合を取扱う。

また、この解析手法では、緒言に述べたように吸収係数の収束過程で、ふく射伝熱問題を繰返し解く必要がある。またこの繰返し計算の際、吸収係数の値が毎回変わるので、前述の Rd の値を毎回モンテカルロ法で計算しなおす必要がある。この手法は、厳密解に非常に近い解を与えるが、計算時間が長いので、繰返し計算の中に直接組み込んで用いると全体の計算時間が非常に長くなる。そこで最も時間のかかる Rd の計算部分を吸収係数に依存する部分と依存しない部分に分け、時間のかかる非依存部を吸収係数の収束ループの外に出す手法を新たに提案し、これにより計算時間の短縮化をはかった。これと似た考え方に、ゾーン法で使用するふく射性ガス中での要素間の形態係数を求めるのに、これを真空中での形態係数(系の幾何学的形状のみの関数)と平均透過率(系内の吸収係数に依存)

の積で表し、前者を温度収束ループ外であらかじめ求めておく方法が提案されている⁽⁶⁾が、この方法は系内の吸収係数が一様の場合にしか適用できず、本研究で取扱おうとしているような系内に吸収係数の分布のある場合には適用できない。

2・2 エネルギー方程式の線形化 式(1)の壁要素に対するエネルギー式は T_g , T_w が逆問題の入力として与えられると、 Q_w を K の関数として式(2)のように書くことができる。

$$Q_{wi} = f_i(K_1, K_2, \dots, K_m) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $K'_1, K'_2, \dots, K'_m$ を真の吸収係数 $K_1, K_2, \dots, K_m$ の近似値とし、その差 $k_1, k_2, \dots, k_m$ を式(3)のように定義する。

$$k_1 = K'_1 - K_1, k_2 = K'_2 - K_2, \dots, k_m = K'_m - K_m \quad \dots\dots\dots (3)$$

式(3)を式(2)に代入すると、

$$Q_{wi} = f_i(K'_1 - k_1, K'_2 - k_2, \dots, K'_m - k_m) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。式(4)の右辺を Taylor 展開し、 $k_1, k_2, \dots, k_m$ の二次以上の微小項を省略すれば、

$$Q_{wi} = f_i(K'_1, K'_2, \dots, K'_m) - \frac{\partial f_i}{\partial K_1} k_1 - \frac{\partial f_i}{\partial K_2} k_2 - \dots - \frac{\partial f_i}{\partial K_m} k_m \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、

$$Q'_{wi} = f_i(K'_1, K'_2, \dots, K'_m) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$q_i \equiv Q'_{wi} - Q_{wi} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (7)$$

と置く。式(6)の Q'_{wi} は K'_i に対応したふく射伝熱問題の解であり、 K'_i に対応してモンテカルロ法で求めた R_d の値と、入力として与えられた T_g , T_w の値を、式(1)に代入して求めることができる。また式(7)中の Q_{wi} はこの逆問題の入力として与えられた値である。これらを用いると、式(5)は、

$$q_i = \frac{\partial f_i}{\partial K_1} k_1 + \frac{\partial f_i}{\partial K_2} k_2 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial K_m} k_m \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。これが式(1)の壁面要素のエネルギー式を、吸収係数に関して $K'_1, K'_2, \dots, K'_m$ のまわりで線形化した式である。ここで吸収係数の各補正量 $k_1, k_2, \dots, k_m$ にかかっている係数 $\partial f_i / \partial K_j$ は $K_j = K'_j$ における感度係数である。 f_i の K_j に対する関数形が非常に複雑であるので、本報では下式のように数値的に求めることとする。

$$\frac{\partial f_i}{\partial K_j} = [f_i(K_1, \dots, K_j + \Delta K, \dots, K_m) - f_i(K_1, \dots, K_j, \dots, K_m)] / \Delta K \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 ΔK は 0.01 m^{-1} とした。

2・3 吸収係数の最確値の導出 式(8)は、ガス要素の数 m と壁要素の数 n が等しい場合には $k_1, k_2, \dots, k_m$ について解くことができ、その解を $k_{01}, k_{02}, \dots, k_{0m}$ とする。また $m < n$ の場合は、式(8)を近似的に満足させる補正量の最確値 $k_{01}, k_{02}, \dots, k_{0m}$ を、最小二乗法を用いて求める。このようにして得られた補正量から、未知数 $K_1, K_2, \dots, K_m$ の最確値 $K_{01}, K_{02}, \dots, K_{0m}$ が、

$$K_{01} = K'_1 - k_{01}, K_{02} = K'_2 - k_{02}, \dots, K_{0m} = K'_m - k_{0m} \quad \dots\dots\dots (10)$$

として求められる。

式(10)から得られた吸収係数のこの段階での推定値 $K_{01}, K_{02}, \dots, K_{0m}$ を新たな近似値 $K'_1, K'_2, \dots, K'_m$ と置いて、同様の計算を繰返し、式(11)に示す補正量の最確値の平方和が $\varepsilon (=1.0 \times 10^{-5})$ としたより小さくなったところで計算を終了し、そのときの $K_{01}, K_{02}, \dots, K_{0m}$ を吸収係数の推定値とする。

$$\varepsilon > k_{01}^2 + k_{02}^2 + \dots + k_{0m}^2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

3. 計算時間の短縮化(高速 Rd 法)

3・1 高速 Rd 法の定式化 本研究では逆問題を解く際に、式(6)の Q'_{wi} を求めるところで、 R_d の値を求めるときに計算時間の長いモンテカルロ法を使用しており、 K の収束計算の過程でこの解析を繰返し実行しているので、このままでは膨大な計算時間がかかることが予想された。そこで本解析では、2・1 節に述べたように、 R_d の値が吸収係数の値の分布に依存する部分と、依存しない部分に分けることができることを利用した、 R_d の値の計算時間の短縮手法(以下高速 R_d 法と称する)を以下のように開発した。

Fig. 1 Radiative energy bundle passing through gas elements

要素 i から放射されたふく射エネルギーのうち、要素 j に吸収される割合 $Rd(i \rightarrow j)$ を求めるため、モンテカルロ法では、放射元の要素から同一の初期エネルギーを有する多数のふく射エネルギー束を、要素 i 内のランダムな位置からランダムな方向に放射する。各エネルギー束は直線的に進行し、ガス中ではビアの法則に従って減衰し、壁面に当たると、黒体壁を仮定しているので、そこで吸収される。ここでまず、図 1 に示すようにそのうちの 1 本のエネルギー束について考える。要素 i から単位時間あたり放射される全ふく射エネルギー量を Q_{r0} 、放射されるふく射エネルギー束の本数を N 本とすると、1 本あたり保有する初期ふく射エネルギー量 Q_r は、

$$Q_r = \frac{Q_{r0}}{N} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。ここで、要素 i から放射され、ガス要素 j を通過するエネルギー束の本数を $s(i, j)$ 本とし、これに含まれる q 番めのエネルギー束を考える。このエネルギー束によって要素 j に単位時間あたり入ってくるエネルギー量 $Q_{r, in, j, q}$ は下式で表される。

$$Q_{r, in, j, q} = Q_r \exp \left[- \left\{ \sum_{p \in A_q(i, j)} K_p x_q(p, i, j) - K_j x_q(j, i, j) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで K_p はガス要素 p における吸収係数、 $x_q(p, i, j)$ は図 1 に示されるように、上記の q 番めのエネルギー束がガス要素 p 中を通過する長さである。また $A_q(i, j)$ は、この q 番めのエネルギー束が要素 i, j 間で通過するすべてのガス要素の要素番号 (i, j を含む) の集合を表す。このエネルギー束によって要素 j に入ってきたエネルギー $Q_{r, in, j, q}$ のうち、要素 j 内で吸収されずに出ていくエネルギー $Q_{r, out, j, q}$ は下式で表される。

$$Q_{r, out, j, q} = Q_r \exp \left[- \sum_{p \in A_q(i, j)} K_p x_q(p, i, j) \right] \quad \dots\dots\dots (14)$$

ゆえに、要素 i から放射された 1 本のエネルギー束がガス要素 j を通過する際に単位時間あたり吸収されるエネルギー量 $Q_{r, j, q}$ は、両者の差として以下のように求められる。

$$\begin{aligned} Q_{r, j, q} &= Q_{r, in, j, q} - Q_{r, out, j, q} \\ &= Q_r [1 - \exp\{-K_j x_q(j, i, j)\}] \\ &\quad \times \exp \left[- \left\{ \sum_{p \in A_q(i, j)} K_p x_q(p, i, j) - K_j x_q(j, i, j) \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (15)$$

要素 i から放射され、ガス要素 j を通過するエネルギー束の全本数 $s(i, j)$ についてこれらを加え合えると、

単位時間あたり要素 i から放射され要素 j に吸収される全エネルギー $Q_r(i \rightarrow j)$ が下記のように求められる。

$$\begin{aligned} Q_r(i \rightarrow j) &= \sum_{q=1}^{s(i, j)} Q_{r, j, q} \\ &= \frac{Q_{r0}}{N} \sum_{q=1}^{s(i, j)} [1 - \exp\{-K_j x_q(j, i, j)\}] \\ &\quad \times \exp \left[- \left\{ \sum_{p \in A_q(i, j)} K_p x_q(p, i, j) - K_j x_q(j, i, j) \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、要素 i から放射され、ガス要素 p を通過した後ガス要素 j を通過するエネルギー束の本数を $s'(p, i, j)$ とし、このエネルギー束の中の q' 番めのエネルギー束が要素 p を通過する長さを $x_{q'}(p, i, j)$ としたとき、この $s'(p, i, j)$ 本のエネルギー束の重み付き算術平均長さ (重み $[s'(p, i, j)/s(i, j)]$ は、要素 i から放射されて要素 j を通過するふく射エネルギー束のうち、要素 p を通過する本数の割合を示す) を

$$\bar{x}(p, i, j) = \left[\frac{\sum_{q'=1}^{s'(p, i, j)} x_{q'}(p, i, j)}{s'(p, i, j)} \right] \left[\frac{s'(p, i, j)}{s(i, j)} \right] \quad \dots\dots\dots (17)$$

と定義し、式(16)中の指数関数を Taylor 展開して一次の項までで近似すると、

$$\begin{aligned} \sum_{q=1}^{s(i, j)} \exp[-K_p x_q(p, i, j)] \\ \approx s(i, j) \exp[-K_p \bar{x}(p, i, j)] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (18)$$

のように書けるので、式(16)は下式のように書ける。

$$\begin{aligned} Q_r(i \rightarrow j) &= \frac{s(i, j) Q_{r0}}{N} [1 - \exp\{-K_j \bar{x}(j, i, j)\}] \\ &\quad \times \exp \left[- \left\{ \sum_{p \in A(i, j)} K_p \bar{x}(p, i, j) - K_j \bar{x}(j, i, j) \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 $A(i, j)$ は、要素 i から放射され、ガス要素 j を通過する $s(i, j)$ 本のエネルギー束が通過するすべてのガス要素の要素番号 (i, j を含む) の集合を表す。また、

$$Q_r(i \rightarrow j) = Rd(i \rightarrow j) \cdot Q_{r0} \quad \dots\dots\dots (20)$$

であるから、 $Rd(i \rightarrow j)$ の値は、

$$\begin{aligned} Rd(i \rightarrow j) &= \frac{s(i, j)}{N} [1 - \exp\{-K_j \bar{x}(j, i, j)\}] \\ &\quad \times \exp \left[- \left\{ \sum_{p \in A(i, j)} K_p \bar{x}(p, i, j) - K_j \bar{x}(j, i, j) \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (21)$$

と表すことができる。式(21)では、配列 $\bar{x}(p, i, j)$ と $s(i, j)$ の値をあらかじめモンテカルロ法で 1 回だけ計算しておけば、各ガス要素における吸収係数 K の分布 [式(21)の中の K_j, K_p] を与えることにより即座に Rd の値を求めることができる。また、 $x(p, i, j)$ と $s(i, j)$ は系の幾何学的形状のみの関数で、吸収係数に

Fig. 2 Analytical system

依存しない。したがって、式(21)を用いることでRdの計算を吸収係数に関する非依存部と依存部に分離することができる。また式(21)は、導出の過程で式(18)を仮定しているので、以後一次精度の高速Rd法と呼ぶこととする。

3・2 一次精度高速Rd法の妥当性検討 本節では、図2の条件の解析系を用いて上述の一次精度高速Rd法の妥当性の検討を行う。この系は二次元で、黒体壁で囲まれた灰色ガスからなる。ガス中の斜線部は吸収係数とその外部より高く、かつ内部発熱している火炎部を表す。図2中の番号はガス・壁要素番号である。また、各要素の一边の大きさは1mである。逆問題の入力として与えるべきガス温度 T_g および壁面ふく射流束 Q_w (壁面温度 T_w は図2下参照)の分布は下記のようにして求めた。すなわち、図2の吸収係数分布に対応したRdの値を従来どおりモンテカルロ法⁽³⁾で直接求め(以下従来のRd法と称する)、これと図2下に示した Q_g 、 T_w の値を下式のガス要素のエネルギー式に代入して、各ガス要素の温度 T_g の分布を求め、これと上記の従来法で求めたRdの値を式(1)に代入することで壁面ふく射流束 Q_w の分布が求まる。

$$\begin{aligned}
 & 4K_{gi}\sigma T_{gi}^4 \Delta V_{gi} \\
 &= \sum_{gj=1}^m \text{Rd}(g_j \rightarrow g_i) \cdot 4K_{gj}\sigma T_{gj}^4 \Delta V_{gj} \\
 &+ \sum_{wj=1}^n \text{Rd}(w_j \rightarrow g_i) \cdot \sigma T_{wj}^4 \Delta S_{wj} + Q_{gi} \Delta V_{gi} \\
 &(g_i=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots (22)
 \end{aligned}$$

Fig. 3 Searching the optimum gas absorption coefficient in flame which gives the minimum error in wall heat flux by using the fast Rd obtained by assuming the first order approximation

一次精度の高速Rd法の妥当性は、上記のようにして与えられた T_g 、 T_w 、 Q_w のデータを入力として用いて物性値逆問題を解くことにより、図2に与えられた吸収係数の分布が正しく求められるかどうかで検討することとする。本節ではこの目的のため、各ガス要素の吸収係数の最確値を求める収束計算法として、簡単のため、2章の方法でなく、以下の方法をとった。すなわち、図2の斜線部の火炎要素以外のガス要素の吸収係数としては正しい値($K=0.1\text{ m}^{-1}$)を用い、火炎部の16個の要素の吸収係数の値は、互いに等しく $K=0.4\sim 0.8\text{ m}^{-1}$ の間のどれかの値をとるものとした。このような吸収係数分布に対応して、前述の一次精度の高速Rd法を用いて求めたRdと、逆問題の入力として与えられた T_g と T_w を式(1)に代入して求めた壁面ふく射流束 Q_w の分布を、入力として与えられた Q_w と比較し、誤差が最も小さくなる火炎部吸収係数が、図2で与えられた火炎部吸収係数と一致するかどうか調べた。解析結果を図3に示す。なお、縦軸の誤差 e は、下式のように各壁要素での壁面ふく射流束の二乗平均誤差の平方根をとったものである。

$$e = \sqrt{\frac{\sum_{wi=1}^n (Q'_{wi} - Q_{wi})^2}{n}} \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 Q'_{wi} は高速Rd法を用いて上記のようにして計算した壁要素 w_i の壁面ふく射流束、 Q_{wi} は逆問題の入力として与えられた壁要素 w_i の壁面ふく射流束である。

図3より、一次精度の高速Rd法を用いて求めた壁面ふく射流束の誤差が最も小さくなる火炎部吸収係数は 0.65 m^{-1} となることがわかる。これは図2で与え

Fig. 4 Accuracy $Rd(1 \rightarrow j)$ obtained by assuming the first order approximation

られた火炎部の吸収係数 0.5 m^{-1} と 30% の差がある。したがってこの一次精度の高速 Rd 法を吸収係数分布の推定法に用いるのは適当でないと考えられる。この原因として、式(18)の仮定に基づく高速 Rd 法の式(21)によって求められた Rd の値の誤差が考えられる。図2のガス要素1から水平右方向に放射されたふく射エネルギーに関する Rd の値の計算結果の一例を図4に示す。図4から、一次精度の高速 Rd 法により求められた Rd 値は従来の Rd 法(厳密解に近い)で求められた Rd 値に比べ最大 5.1% の誤差を含むことがわかる。3・3 節では、誤差が最も大きいためふく射伝熱に大きく影響する $Rd(i \rightarrow i)$ 、すなわち自己吸収割合の計算部分を二次精度に変更し、計算精度の改善を試みた。ここで「自己吸収割合」とは、数値解析のために系を分割して設定したガス要素において、各要素中の気体分子から放射されたふく射エネルギーが、同一ガス要素内で吸収される割合と定義する。

3・3 自己吸収二次精度高速 Rd 法の妥当性検討

高速 Rd 法では、多数の配列要素 $x(p, i, j)$ と $s(i, j)$ の値をメモリーに蓄えておく必要があり、多くのメモリーを使用する。また、その精度を向上するために、全要素における減衰の模擬を二次精度にすると、一次精度の2倍近くのメモリーを消費することになる。本解析では、メモリーの消費をあまり増さずに解析精度を上げるため、まず、一次精度の高速 Rd 法で計算した Rd のうち最も誤差の大きかった放射元の要素の自己吸収に関するもののみ二次精度にした。自己吸収のみ二次精度の高速 Rd 法の基礎式を式(24)、(25)に示す。

(自己吸収割合以外の Rd を計算する場合)

$$Rd(i \rightarrow j) = \frac{s(i, j)}{N} [1 - \exp\{-K_j \bar{x}(j, i, j)\}]$$

Table 1 Estimated shapes of flame region

case	gas element numbers assigned to flame region
1	4-7, 14-17, 24-27, 34-37
2	3-6, 13-16, 23-26, 33-36
3	5, 6, 15, 16
4	3-8, 13-18, 23-28, 33-38, 43-48

Fig. 5 Accuracy $Rd(1 \rightarrow j)$ obtained by assuming the second order approximation only for the source element

$$\begin{aligned} & \times [1 - K_i \bar{x}(i, i, j) + \frac{K_i^2}{2} \bar{x}(i, i, j)^2] \\ & \times \exp \left[- \sum_{\substack{p \in A(i, j) \\ p \neq i}} K_p \bar{x}(p, i, j) - K_j \bar{x}(i, i, j) \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (24)$$

(自己吸収割合を計算する場合)

$$\begin{aligned} Rd(i \rightarrow i) = & \frac{s(i, j)}{N} [1 - \{1 - K_i \bar{x}(i, i, j) \\ & + \frac{K_i^2}{2} \bar{x}(i, i, j)^2\}] \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

ここで

$$\bar{x}(i, i, j)^2 = \frac{\sum_{q=1}^{s(i, j)} x_q(i, i, j)^2}{s(i, j)} \quad \dots\dots\dots (26)$$

である。

図2の系において、ガス要素1から放射されたふく射エネルギーに関し、自己吸収のみ二次精度の高速 Rd 法を用いて求めた Rd の値を図5に示す。図5より、自己吸収割合のみ二次精度にするだけで、前述の一次精度の場合より、特に自己吸収の Rd(横軸の要素番号1に対応)が従来の Rd 法により求めた値(厳密解に近い)に近づいていることがわかる。

次に、自己吸収のみ二次精度(他は一次精度)の高速 Rd 法を用いて3・2節と同様に計算した壁面ふく射流束の誤差を比較する。解析系、解析条件は図2と同じ

Table 2 Initial values of absorption coefficient which give correct estimation

Initial Value ($K_1, K_2, \dots, K_m$)	
0.21	×
0.22	○
0.23	○
0.24	○
0.25	○
0.26	○
0.27	○
0.28	○
0.29	○
0.30	○
0.31	○
0.32	○
0.33	○
0.34	○
0.35	×

○ : converge to correct value, × : diverge

Fig. 6 Searching optimum gas absorption coefficient in flame which gives the minimum error in wall-radiative flux by using the fast Rd obtained by assuming the second order approximation only for the source element

とし、火炎以外の部分のガス要素の吸収係数は 3×3 節と同様正しい値(0.1 m^{-1})に固定し、火炎形状は、表1の四つの場合について解析した。表1のそれぞれのcaseで火炎に指定されたガス要素(火炎部分)の吸収係数は同一の値をとるものとし、この値を $0.4 \sim 0.85 \text{ m}^{-1}$ まで変化させ、式(23)で定義される e が最小になる吸収係数を求めた。図6にその結果を示す。図6より誤差 e が最も小さくなるのは、火炎が表1のcase 1の形状をし、火炎部分の吸収係数が 0.5 m^{-1} の場合(図6中の●)である。これは、問題として与えられた表2の条件と一致する。したがって、本解析では、自己吸収のみ二次精度の高速 Rd 法を用いれば逆問題に

Fig. 7 Analytical system with distributed absorption coefficients

Fig. 8 Converging process of absorption coefficient in each gas element

十分な精度を有する Rd 値を求めることができると判断した。ただし、吸収バンドの局所で吸収係数の値が非常に大きくなる。例えば非灰色ガス解析では、二次精度の高速 Rd も十分ではない。これは、この近似では放射要素内の指数関数的減衰を二次式で近似しているため、要素内の光学距離が大きい場合には、近似が不十分になるからである。

4. 解析結果および考察

以下、上述の自己吸収のみ二次精度の高速 Rd 法を用いて高速化した、逆問題解法の解析例を示す。本章では、3・2, 3・3節の例で用いたようにガス吸収係数分布の推定値に最初から何らかの制限をつけたりすることはせず、2章の手法を用い、全ガス要素の吸収係数をそれぞれ独立に求めた。本報では、2章の手法による吸収係数の最確値推定手法の妥当性の確認のため、式の数 n と未知数の数 m が一致する図7のような簡単な系を考える。解析条件は図7の右に示す。図7中の1から16の数字は、ガス・壁要素番号を示す。

各ガス要素の吸収係数の初期値が収束に与える効果

Fig. 9 Estimated values of absorption coefficient in gas elements

を調べるため、初期値を $0.21 \sim 0.35 \text{ m}^{-1}$ の間で変化させて解析を行った。結果を表 2 に示す。○は、全ガス要素の吸収係数の推定値がほぼ正しい値(=火炎部 0.5 m^{-1} , その他 0.1 m^{-1})に収束したケース, ×は発散したケースを表す。

これより、実際の吸収係数分布($0.1, 0.5 \text{ m}^{-1}$)の平均値付近の値を初期値として与えれば、収束することがわかる。収束経過の一例を図 8 に示す。また、吸収係数の収束解は、図 9 中の○印で示されるように、実線で示した真の値とよい一致を示している。このことから、本解析手法を用いることにより、吸収係数分布を正しく推定できることを確認できた。

5. 結 言

(1) ふく射伝熱系において吸収係数分布を評価する逆問題の解析手法を示した。

(2) 吸収係数分布のみ異なるふく射伝熱問題をモンテカルロ法を用いて繰返し解く際の計算時間短縮アルゴリズムを開発した。

(3) 本解析手法を用いて、壁面の温度、ふく射流束分布およびガス中の温度分布が与えられると、二次元系内での吸収係数分布を求めることができることを示した。

本研究は、平成 7~8 年度文部省科学研究費基盤研究(B) (2) (07455090) および平成 9~10 年度文部省科学研究費基盤研究(B) (2) (09555068) の助成を受けた。記して感謝の意を表する次第である。

文 献

- (1) 工藤一彦・ほか 4 名, 機論 **61**-585, B(1995), 1768-1774.
- (2) 工藤一彦・ほか 3 名, 機論 **61**-600, B(1996), 3131-3136.
- (3) 谷口博・ほか 3 名, パソコン活用のモンテカルロ法による放射伝熱解析, (1994), 100-112, コロナ社.
- (4) 白強・ほか 3 名, 第 33 回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1996-5), 859-860.
- (5) 日本機械学会編, 逆問題のコンピュータ解析, (1991), 137-138, コロナ社.
- (6) Vercammen, H. A. J. and Froment, G. F., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **23**(1980), 329-337.