二次元 Momentumless Wake の乱流間欠構造に関する研究*

高橋 秀典^{*1}, 前川 博^{*2}

Study of the Intermittent Structures in a 2-D Turbulent Momentumless Wake

Hidenori TAKAHASHI and Hiroshi MAEKAWA

The u and v velocity components of a plane turbulent Momentumless Wake (injection adjust to provide a thrust exactly cancels the model's drag) were measured by the rake of X-wires. The autocorrelations show that large-scale eddies such as Kármán vortices in a wake are not generated downstream in the Momentumless Wake. The two point double correlations suggest that the momentumless wake is analogous to isotropic turbulence. The fluctuating velocity vectors indicate that the outward extent of the turbulent flows in the momentumless wake is associated with the intermittent blow up and mixing process. Dynamic structures in the Momentumless Wake are investigated by means of the POD. The consideration of the first three modes of the POD allows to precis the instantaneous characteristic structure which plays a dominant role in the dynamical properties of the momentumless wake. The results show that a few dominant wave numbers found in the first eigenvalue of the POD correspond to those of the unstable modes obtained from the linear stability theory.

Key Words: Wake, Jet, Shear Flow, Turbulent Flow, Flow Control, Flow Visualization, POD

1. 緒言

伴流と噴流が同時に存在する流れの中で噴流の推進力と伴流の抗力のバランスがとれている流れは運動量欠損のない流れ (Momentumless Wake) として特異な乱流特性を待っている。このような乱流特性を持った流れを研究することは、実用的な流れの乱流制御の観点からも意義がある。Momentumless Wake においては、乱れが急激に減少するという特性から高速車両や航空機の空気騒音の低減、ガスタービン翼冷却時の後縁吹出し、高速気流中の火炎の安定化などに応用が期待される。このように、様々な分野において応用が期待されている流れではあるがいまだに解明されていない点も多い。これまで、軸対称モデル (Naudascher (1965) ⁽¹⁾) や二次元モデル (Cimbala & Park (1990) ⁽²⁾) を用いた乱流減衰特性に関する研究などがある。本研究は、この Momentumless Wake の平均量特性の研究結果 ⁽³⁾ を基礎とし、二点相関、自己相関などの統計的手法により、Momentumless Wake の特性を解析し、速度変動ベクトルや擬似流れの可視化、POD 法を用い、瞬間的な流れの構造の解析を行った。さらに、平均量特性から求められた、Momentumless Wake の速度分布より安定性解析を行ない不安定モードと流れの構造の関係を明らかにすることを目的とする。

主要記号

x, y, z	モデル後端中心に原点をもつ座標軸
u, v, w	それぞれ x, y, z 方向の流速
u', v', w'	それぞれ u, v, w の速度変動成分
d	二次元プレートモデル厚さ $d = 10\text{mm}$
l_u	$\sqrt{u'^2}$ 分布における半値幅

U_∞	風洞主流速度 $U_\infty = 3.0\text{m/s}$
ν	動粘性係数 $\nu = 1.5 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$ at 20°C
$R_{u_i}(\tau)$	自己相関 $u'_i(t)u'_i(t+\tau)/u'^2_i$
$R_{ij}(x, y, z)$	x, y, z 方向成分を横軸とした二点相関: $u'_i u'_j / \sqrt{u'^2_i} \sqrt{u'^2_j}$
S	歪度 $\langle (\partial u_1 / \partial x_1)^3 \rangle / \langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle^{3/2}$
F	尖度 $\langle (\partial u_1 / \partial x_1)^4 \rangle / \langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle^2$
λ_g	Taylor マイクロスケール
Re_{λ_g}	乱流レイノルズ数 $U_\infty \lambda_g / \nu$
w_z	z 方向渦度
S_{ij}	変形速度テンソル
$R_{ij}(y, y'; \tau)$	二点時空間関
$\psi_{ij}(y, y'; f)$	$R_{ij}(y, y'; \tau)$ の Fourier 変換

2. 実験装置

実験装置は、風洞、圧力供給装置、二次元プレート、流速測定装置で構成されている。二次元プレートを風洞吹き出し口 (200 × 200mm) 直後に置き、プレート後縁から平行に二次元 jet を噴出させた。二次元プレートは長さ 126 × 幅 220 × 厚さ 10mm のサイコウッド材で作られており、前縁は軸端比 6:1 の楕円形であり、後端部には Jet 噴出のためのスリット (1 × 200mm) が中心部にある。また、一様な二次元 jet を噴出するためにプレート内部には二枚の整流メッシュと多岐孔管、膨張室を備えている。コンプレッサーによって圧縮された空気はエアフィルター、二段の圧力調整機により調圧される。そして、調圧された空気は、二次元プレートの多岐孔管を両側から加圧することによりプレート後縁から平行に噴出される。計測装置は、定温度型 6 チャンネル熱線流速計に x 型プローブを最高 3 本接続して測定を行った。

* 原稿受付 1997 年 3 月 21 日。

^{*1} 電気通信大学大学院 (〒182 調布市調布ヶ丘 1-5-1)。^{*2} 正員、電気通信大学。

Fig.1 Experimental overview(unit:mm)

3. 実験方法

図1は、実験装置概略と座標系を示す。二次元プレート後縁より噴出されるJetを調節することにより、流れの状態をJetの推進力とWakeの抗力が釣り合った状態 (Momentumless Wake) で測定を行った。また、特徴的な流れを比較するため、純粋な伴流 (Pure Wake) においても測定を行った。本実験は主流速度 $U_\infty = 3.0 \text{ m/s}$ とし、モデル厚さをを用いたレイノルズ数は $Re_d \approx 2000$ である。

4. 流れの統計量における特性

4.1 自己相関

一本のX型熱線プローブによって、 u' および v' 速度変動成分の測定を行なった。測定位置は、 $x/d = 20, 35, 50$ で $y/d = 0$ からトラバースをおこないサンプリング周波数は 2.0 kHz で5秒間測定を行なった。そして、Pure Wake と Momentumless Wake でそれぞれの流れに対して比較を行ない以下のことが分かった。 $x/d = 20 \sim 35$ において、Pure Wake では自己相関の周期的な増減が見られる。この増減の周期は、約 $70H$ であり Kármán 渦の基本周期である。しかし、同じ位置で測定した、 u', v' の Momentumless Wake の自己相関にはそのような周期は見られない。図2(a)(b)は、 $x/d = 20$ における Pure Wake と Momentumless Wake の自己相関を示す。また、平均速度分布が十分小さくなる (主流速度との差が $(u_\infty - \bar{u})/u_\infty = 0.015\%$ 以下である) 下流 ($x/d = 50$) においても、Momentumless Wake の自己相関に、周期的な増減が見られる事はなかった。この事より、Momentumless Wake において Pure Wake のような大規模構造が消失していると推測される。

Fig.2 Auto correlations of (a) Pure wake and (b) Momentumless Wake ($x/d = 20, y/l_w = 1.9$)

4.2 二点時空間相関

一本のプローブを $y = 0$ の位置 (プレートの中心の位置) に固定し、もう一方のX型プローブを y 方向にトラバースし二点相関値を計測した。(プローブの直径などの関係からプローブの最小間隔は 6.5 mm である。) x 方向の測定位置は、プレート後縁から下流 $x/d = 20, 35, 50$ の位置で測定を行なった。

図3に、中心 ($y/l_w = 0$) の自己相関より求めた主流方向縦相関 $R_{11}(x/l_w, 0, 0)$ 、及び横相関 $R_{22}(x/l_w, 0, 0)$ 。また、二点相関より求めた、鉛直方向横相関 $R_{11}(0, y/l_w, 0)$ 、及び縦相関 $R_{22}(0, y/l_w, 0)$ を示す。主流方向相関において、横軸は時間相関の遅れ時間 τ を U_∞ と l_w で無次元化し、鉛直方向相関では、中心からの距離を l_w で無次元化した。

これらの相関の関係は、二次元伴流⁽⁴⁾、円柱伴流⁽⁵⁾、平面jet⁽⁶⁾とは異なり、等方性乱流⁽⁴⁾⁽⁷⁾の相関係数と相似形であり横相関より縦相関の方が後方まで正値の相関を持っている。

さらに、この流れが $u'^2 = v'^2$ (ただし実際には v' がやや大きい) と仮定すれば、鉛直方向横相関 $R_{11}(0, y/l_w, 0)$ と主流方向横相関 $R_{22}(x/l_w, 0, 0)$ は等しくなり、縦相関と横相関の理論的關係

$$g(r) = f(r) + \frac{r}{2} \frac{\partial f(r)}{\partial r} \quad (1)$$

は、本実験においてもほぼ満足されている。このことにおいても、この流れは、等方性乱流と類似な特性を持っていると考えられる。

また、Van Atta や Chen らの実験において、遠方において0に収束しているが本実験においては、自己相関より求めた主流方向縦相関は、0に収束していない。これは、サンプリング量の不足および、窓関数によるサンプリングデータの両端部の変形による誤差だと考えられる。

Fig.3 Two Point double correlations of Momentumless Wake

4.3 確率密度関数

Momentumless Wake における速度 u の微分量 $\partial u / \partial x$ の計算を行なった。ここで、テイラーの凍結乱流仮説を

用い $\partial u / \partial x$ を (2) 式で近似した。

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{du}{U_{\infty} dt} \quad (2)$$

$\partial u / \partial x$ に関する、 S (歪度)、 F (尖度) を求め他の実験データなどとの比較を行なった。ここで、 S は、乱流渦の伸びに関係し、負であるという事は、渦糸が主流方向に引き延ばされている事を示すが、 Re_{λ_g} が増加するほどこの傾向がある。また、 Re_{λ_g} が大きいほど F の値も大きくなり、微細構造の間欠性が強くなる事が知られている。

また、Taylor のマイクロスケール λ_g は次式で定義される。

$$\lambda_g = \frac{15 u_1^2 \nu}{\epsilon} \quad (3)$$

ここで、エネルギー散逸 ϵ は $\epsilon = -dq^2/2dt$ と定義した⁽⁸⁾。ただし、上式は等方性乱流に対する式であり、 u_1 は乱流場の流れエネルギーを示す特性速度であるが、Penven⁽⁹⁾らの取り扱いと同様にし、次式を用い計算した。

$$u_1^2 = \frac{q^2}{3} = \frac{u'^2 + v'^2}{3} \quad (4)$$

そして、Van Atta & Antonia⁽¹⁰⁾ に従い次の式を導いた。

$$S \propto Re_{\lambda_g}^{3(2c-3)} \text{ at } n=3, F \propto Re_{\lambda_g}^{6(c-2)} \text{ at } n=4 \quad (5)$$

$$c = \{(\mu + 8) - \{(\mu + 8)^2 - 16\mu n\}^{1/2}\} / 2\mu \quad (6)$$

μ は修正された kolmogoroff スペクトル $E(k)$

$$E(k) \propto \epsilon^{2/3} k^{-5/3} (Lk)^{\mu/9} \quad (7)$$

である。彼らは、実験データから得られた $-S$ 、 F および Re_{λ_g} の関係から $\mu = 0.25$ を得た。この結果より、式 (5) は、 $S \propto Re_{\lambda_g}^{(0.15)}$ 、 $F \propto Re_{\lambda_g}^{(0.41)}$ となる。

本実験のデータ (測定範囲 $x/d = 20, 35, 50$, $y/l_w < 1$) と Champagne⁽¹⁰⁾ の様々な流れに対して行なわれた結果を図 4 に示す。図 4 より、 $y/l_w < 1$ において、 $S/F^{3/8} \approx 0.2$ であり、Van Atta & Antonia の示した直線にはほぼのっている。また、図 5 は $x/d = 20$ の中心における du/dx と u' の確率密度分布である。ここで、データのサンプル数は 2.0×10^5 である。 du/dx は、 $S = -0.36$ 、 $F = 3.97$ となり非ガウス分布であり裾が広がり負の方向に偏っていることが確認される。そして、 u' 変動はガウス分布で良く近似されている。

5. 流れの瞬間場における特性

三本の x 型プローブを y 方向に 6.5mm 間隔に配置し、中心部 ($y/l_w = 0$) や半値幅付近 ($y/l_w = 1.0$) における速度変動 u' 、 v' の同時計測を行なった。

5.1 速度変動ベクトル図

Momentumless Wake の特徴的な構造を瞬間的速度ベクトル図や擬似流れの可視化において調べた。さらに、 v' の測定信号を短い測定信号に分割しそれぞれの信号について R_{vv} 相関を求め、データの中から高い相関値のものを選ぶことにより特徴的な構造を抽出した。

Fig.4 Dependence of S and F of $\partial u / \partial t$ on Re_{λ_g}

Fig.5 Histogram of Momentumless Wake ($x/d = 20$, $y/l_w = 0.0$): (a) du/dx , (b) u'

5.2 擬似流れの可視化

u' 、 v' について、正の値の時を濃い灰色で示し、負の領域を淡い灰色にし等高線で表示することにより、速度変動の大きさと共に、変動速度の位相の変化を見ることができる。横軸はテラーの凍結乱流仮説を用い時間軸を反転させている。

5.3 渦度領域およびひずみ領域

渦度を ω_z 、変形速度テンソルを S_{ij} とすると、

$$\Omega = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega_z dy, \Sigma_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{ij} dy \quad (8)$$

によって、定義された断面内渦度 Ω と断面ひずみ Σ_{ij} は、対称テンソルが Σ_{ij} の主値が渦度 Ω より大きい時にひずみ支配的な領域と呼ぶことができる。この条件は

$$\frac{\partial V_y}{\partial x} \equiv \frac{\partial}{\partial x} \int v' dy \approx \sum_{i=1}^3 \frac{1}{3} \frac{\partial v'_i}{\partial x} > 0 \quad (9)$$

に対応し、逆に渦度集中の領域は

$$\frac{\partial V_y}{\partial x} < 0 \quad (10)$$

によって分類することができる。図 6 に R_{vv} 相関が平均より高い領域の速度ベクトル図、擬似流れの可視化図、 $\partial V_y / \partial x$ のグラフを示す。そして、以下のことが確認され

た。 $y/l_w > 1.0$ の範囲において、擬似流れの可視化で見る v' が正の値を持つ濃い灰色の部分が y 方向に相対的に長く位相がそろっている事が認められた。一方、 u' はそのような特徴は認められなかった。そして、その v' の位相が合っている領域は、周囲の $\partial V_y / \partial x$ に対して、大きな変動を示しており、速度変動ベクトルは垂直方向に吹き出している構造をとらえることができる。

そして、ベクトル図とともに速度変動の位相を擬似可視化することによって規則的な構造による強いエントレイメント機構がなく、乱れた流体が内部から外へ拡散されている様子が観察された。

Fig.6 Pseudo - Flow - Visualization of Momentumless Wake ($x/d=50$).

5.4 POD 解析

速度変動の二点時空間相関

$$R_{ij}(y, y'; \tau) = \langle u'_i(y, t) u'_j(y', t + \tau) \rangle \quad (11)$$

を Fourier 変換させたものを $\psi_{ij}(y, y'; f)$ で示した時、 y の変化する範囲を $[0, Y]$ とし、 $\psi_{ij}(y, y'; f)$ を用いて未知関数の集合 $\varphi^{(n)}(y; f)$ と未知量 $\lambda^{(k)}(f)$ に対する次のようなフレイドホルム積分方程式を考える。

$$\int_0^Y \psi_{ij}(y, y'; f) \varphi_j^{(n)}(y'; f) dx' = \lambda^{(n)}(f) \varphi_i^{(n)}(y; f) \quad (12)$$

(12) 式を、 f について、Karhunen-Loève 展開を用いそれぞれ、 $\lambda^{(n)}(f)$ 、 $\varphi^{(n)}(y; f)$ を解く事により、構造を抽出することが出来る⁽¹³⁾。

すると、POD により展開された構成成分の元の変動量の全エネルギーを λ_{total} とすれば、

$$\lambda_{total} = \sum_{n=1}^N \lambda^{(n)} \quad (13)$$

であり、このエネルギー寄与から、必要な K 個の $\lambda^{(n)}(f)$ を決定し、対応する $\varphi^{(k)}(y; f)$ まで採用すると、

$$u_i(x; f) = \sum_{n=1}^K a^{(n)}(f) \varphi^{(n)}(x; f) \quad (14)$$

ここで $a^{(n)}(f)$ は次式により計算される。

$$a^{(n)}(f) = \int u_i(y; f) \varphi^{(n)}(y; f) dy \quad (15)$$

そして、求められた $u_i(y; f)$ を、逆 Fourier 変換することにより流れを再構成することが可能となる。

本実験では、3本のx型プローブを用いた三点同時計測の結果を使い解析を行なった。x型プローブを用いた三点同時計測を行なったので、固有値 $\lambda^{(n)}(f)$ はそれぞれの周波数 f に対して3個得られる。図7と図8にそれぞれ Pure Wake と Momentumless Wake における $\lambda_u^{(1)}$ 、 $\lambda_v^{(1)}$ の図を示す。Pure Wake、Momentumless Wake のいずれの場合も、 $\lambda^{(1)} > \lambda^{(2)} > \lambda^{(3)}$ となっている。そして、 $\lambda^{(1)}$ の全体のエネルギーに対する寄与率は50%以上である。よって、第一固有値で流れの再構成をすることにより、その流れにおける支配的な構造(全エネルギーに占める割合の高い構造)を再構成することができる。

また、Pure Wake は、 $x/d = 20 \sim x/d = 30$ (near wake) においては、Kármán 渦の周波数 70 Hz 付近に、大きなエネルギー寄与率を持つ第一固有値 $\lambda^{(1)}$ のピークが存在しているが、下流に行くに従い、そのピークも弱くなり $x/d = 50$ においては、周りのエネルギー寄与率と同じ程度の値になっている。

また、Momentumless Wake には、Pure Wake の様なピークが見られず、幾つものピークが確認される。これにより、Momentumless Wake は、このような、エネルギーの寄与の大きい波数同志が干渉しあうことにより、流れの構造を形成していると予想される。

Fig.7 Eigenvalues distributions of POD_u, POD_v for pure Wake ($x/d=20$)

Fig.8 Eigenvalues distributions of POD_u, POD_v for Momentumless Wake ($x/d=20$)

図9に Momentumless Wake の図10に Pure Wake の POD 法により再構成された、ベクトル図を示す。ここで、

Fig.9 Instantaneous flow pattern in Momentumless Wake ($x/d = 20$): (a) Contribution of the third mode. (b) Contribution of the second mode. (c) Contribution of the first mode. (d) Contribution of the first three modes. (e) Sample data.

Fig.10 Instantaneous flow pattern in Pure Wake ($x/d = 20$): (a) Contribution of the third mode. (b) Contribution of the second mode. (c) Contribution of the first mode. (d) Contribution of the first three modes. (e) Sample data.

(a) は第三固有値、(b) は第二固有値、(c) は第一固有値でそれぞれ再構成したデータ、(d) は全ての固有値を用いて再構成を行なったデータ、(e) にサンプルデータを示す。これより、本来十本のプローブにおける同時計測データが必要であるが、三本のプローブを用いた POD 法による解析においても、図 9 ～ 10 の (d)、(e) を比べると、流れの大域的な構造の再現ができていと考えられる。また、Pure Wake において、第一固有値で再構成されたベクトル図は、周期的に変動をしており、これは、支配的な構造 (Kármán 渦の構造) を再構成できていると思われる。Momentumless Wake の場合は、Pure Wake のような特徴的な準周期的構造が再構成されなかった。このことは、Momentumless Wake において、流れを支配するような大規模な構造がないと推測される。

6. 安定性解析

Momentumless Wake の平均速度プロファイルより、線形かく乱方程式を直接法で複数の固有値モードを計算し、POD 法の結果と比較を行なった。

6.1 平均速度プロファイル

安定性の解析に必要な速度分布を求めるため、Momentumless Wake の $x/d = 5$ の平均速度分布に近似する関数

を Hermite 多項式 $\Phi^{(n)}(y)$ の $n = 4$ の時の関数を変形させて式 (16)

$$U(y) = \frac{1}{3}(y^4 - 6y^2 + 3)e^{-y^2} \quad (16)$$

で近似した関数を用いた。ここで、粘性圧縮性攪乱方程式を直接法⁽¹⁴⁾を用いて安定性の解析を行なった。この時、レイノルズ数 $Re_d = 2000$ 、マッハ数 $M = 0.01$ とし計算を行なった。ただし、マッハ数 $M = 0.01$ が非常に小さいので、 $T \approx 1.0$ となっているので、温度分布のかく乱に対する影響は、ほとんど無いと考えられる。

6.2 解析結果

変動かく乱を平面波として

$$\tilde{d}(\tilde{u}, \tilde{v}) = \hat{d}_{3d}(\hat{u}, \hat{v}) \exp[i(\alpha x_1 + \beta x_3 - \omega t)] \quad (17)$$

と示す。ただし、 α, β はそれぞれ流れ方向と流れに垂直なスパン方向の波数ベクトルであり、 ω は周波数、 $\hat{d}_{3d}$ は複素固有関数を示す。2つの波数ベクトルのなす角は $\theta = \tan^{-1}(\beta/\alpha)$ で定義される。まず、スパン方向の波数ベクトルを $\beta = 0$ とし、 α を変化させ二次元の増幅率を調べた (図 11)。その結果、 $\alpha = 1.62$ (mode1)、 $\alpha = 1.04$ (mode2)、 $\alpha = 0.99$ (mode3)、 $\alpha = 0.97$ (mode4) において、増幅率が最大になる点がそれぞれ見つかった。そして、それぞれの

α に対して最も増幅する値に固定し、 β を変化させ三次元かく乱の成長率を計算した。この結果より Momentumless Wake は、 $\theta = 0$ 、すなわち $\beta = 0$ の時最大の増幅率を示したため、二次元モード α に対し固有値の計算を行なった。

それぞれの mode に対する $\hat{u}$ 、 $\hat{v}$ の固有関数を考察した結果以下のことが確認された。このかく乱が増幅される y/l_w は Momentumless Wake の速度分布の変曲点周辺及び中心である。このことより考察すると、Momentumless Wake の流れの構造において x 方向の流れのかく乱が発展する位置は、速度分布の変曲点周辺であると推測できる。また、その周辺において三点同時計測を行ない POD 解析を行なった結果、安定性解析で求めた波数を含むような幾つものピークが確認された。このことより、Momentumless Wake の変曲点周辺で発達したかく乱の干渉においてこの流れの構造が形成され则认为られる。図 11 に、求めた 4 つの mode の成長率、図 12 にそれぞれの α に対し求めた、固有関数 $\hat{u}$ を示す。

Fig.11 Growth rate of 2-D mode for Momentumless Wake.

Fig.12 Eigenfunction $\hat{u}$ for Momentumless Wake.

7. 結論

伴流の抗力と噴流の推進力の釣りあった状態の流れ Momentumless Wake の後流の構造を、熱線流速計を用いて

u 、 v 3 点同時計測などを行ない。統計量的特性および瞬間的な流れの構造の解析を行ない以下の知見を得た。

- 自己相関より、Momentumless Wake の相関には、Pure Wake のような kármán 渦による周期的な相関の変動が無く十分下流に至るまでそのような構造が確認されなかった。
- 二点時空間相関より、Momentumless Wake の縦相関と横相関の関係が等方性乱流の相関値とほぼ一致した。また、 u' の微分値 (du/dx) の skewness、Flatness、 $R_{\lambda y}$ の関係が Vanatta & Antonia が求めた関係と良い一致を示した。この事より Momentumless Wake は、等方性乱流に近い乱流特性を持っていると推測される。
- Momentumless Wake の乱流特性を支配する構造を見つけるため変動速度ベクトルおよび、変動成分の位相の変化についての解析を行なった。この結果流れの中心部から外側に向けて鉛直方向に吹き上げる構造が確認された。この構造は、乱れた流体が外に広がり内部で乱れが急激な減衰を示す機構を支配していると推測される。
- 三点のデータより POD 法を用い解析を行なった結果、測定データと類似な流れを再構成することができ、全体のエネルギーの 50% 以上の寄与率を持つ $\lambda^{(1)}$ のモードを再構成し抽出することができた。また、Pure Wake や Momentumless Wake の構造のダイナミクスが POD モードの集合により見出せると推測される。
- 平均プロファイルを用いた安定性解析より増幅率が最大となる波数を求めることができ、その波数が POD より用いた $\lambda^{(1)}$ にも存在していることが確認できた。

参考文献

- [1] Naudascher, E., *J. Fluid Mech.*, **22** (1965), 625-656.
- [2] Cimbalá, J. M. & Park, W. J., *J. Fluid Mech.*, **213** (1990), 479-509.
- [3] 高見・前川, 機論, **63-608, B** (1997), 1145-1153.
- [4] Townsend, A. A., *The Structure of Turbulent Shear Flow, (Second Edition)*, (1976), Cambridge University Press.
- [5] Grant, H. L., *J. Fluid Mech.*, **4** (1957), 149-190.
- [6] Gutmark, E. & Wygnanski, I., *J. Fluid Mech.*, **73** (1976), 465-495.
- [7] Townsend, A. A., *J. Fluid Mech.*, **41** (1970), 13-46.
- [8] 蒔田・岩崎・飯田・佐々, 機論, **54-497, B** (1988), 37-43.
- [9] Penven, L. L., Gence, J. N. & Comte-Bellot, G., *Frontiers in Fluid Mech.*, (1985), 1, Springer-Verlag.
- [10] Van Atta, C. W. & Atonia, R. A., *Phys Fluids*, **23** (1980), 252-257.
- [11] Champagne, F. H., *J. Fluid Mech.*, **86** (1978), 67-108.
- [12] Hosokawa, I. & Yamamoto, K., *J. Phys. Soc. Japan*, **58** (1989), 20-23.
- [13] Delville, J., *Eddy Structure Identification in Free Turbulent Shear Flows*, (1994), Kluwer Academic Publishers, 225-237.
- [14] 笠原・前川, 第 10 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (1996), 118-119.