磁性流体と弾性膜の連成分散性波動*

田中 皓一^{*1}, 井門 康司^{*1}, 宅間 邦俊^{*2}

Dispersive Waves in a Coupled System of Magnetic Fluid and Elastic Membrane

Koichi TANAKA, Yasushi IDO and Kunitoshi TAKUMA

The transportation mechanism of fluids and/or solid films proposed in the previous papers is achieved by coupled waves which propagate along a thin elastic membrane covering a magnetic fluid layer in a shallow and long rectangular vessel. In order to control the propulsion system and to improve its efficiency, it is necessary to adjust the frequency and wavelength of waves by considering the dispersion relation of the coupled system consisting of a magnetic fluid layer and an elastic membrane. In this paper, transient coupled waves generated by applying external impulsive magnetic forces on the concentrated small region of the magnetic fluid layer are investigated experimentally and partly analytically. Various dispersive waves observed depend on the geometrical and physical parameters such as density of the magnetic fluid, depth of the fluid layer, and kind and thickness of the membrane.

Key Words: Magnetic Fluid, Wave, Propulsion, Coupled Wave, Progressive Wave, Dispersive Wave

1. 緒 言

磁性流体は、物理的・化学的特性が変化に富んだ物質であるため、さまざまな分野で基礎的研究および応用研究が行われている^{(1)~(3)}。

著者らは、生物界にみられるぜん動運動や進行波状運動によって定常流が誘起される機構^{(4)~(6)}に着目し、磁性流体を駆動媒体とした低速推進機およびシートフイダ等^{(7)~(9)}への応用を試みてきた。そこでは、浅い磁性流体層を被覆する弾性膜を進行波状垂直磁場によって駆動し、それによって流体および固体物質を輸送する方法を提案した。この方法における進行波は磁性流体と弾性膜による分散性連成分散性波動であるが⁽¹⁰⁾、推進機がもつ固有の分散性波動と駆動磁場の振幅、周波数および波長との整合性、あるいは推進機の制御など実用機の設計指針は必ずしも明らかになっていない。

本研究では、前述の推進機の効率向上を図ること、ならびに弾性膜と磁性流体との連成分散性波動の基本的特性を解明することを目的とする。ここでは、特にパルス磁場の作用によって生ずる非定常連成分散性波動に注

目し、磁性流体密度、流体層深さ、弾性膜厚さの伝ば特性に及ぼす影響を実験的に調べた。また、非粘性・非圧縮性流体と弾性膜による連成分散性波動の解析をフーリエ・ラプラスの二重変換法⁽¹¹⁾により解析し、実験と比較検討した。

おもな記号

(x, y): 直角座標系
(u, w): 流体の速度成分
 ξ : 弾性膜の変位
 p : 弾性膜に作用する圧力
 ρ : 流体の密度
 ρ_0 : 弾性膜の密度
 h : 弾性膜の厚さ
 ν : 弾性膜のポアソン比
 E : 弾性膜のヤング率
 F : 磁性流体に作用する磁気力
 l : 流体層の深さ
 ω : 角振動数
 k : 波数
 g : 重力の加速度

* 原稿受付 1997年4月3日。

^{*1} 正員、名古屋工業大学(〒446 名古屋市昭和区御器所町)。^{*2} 佐原製作所(株)(〒114 東京都大田区羽田旭町11-1)。

2. 実験および結果

2.1 実験装置 図1, 2にアクリルとアルミニウム製の磁性流体容器, 弾性膜およびアルミニウム製支持台からなる実験装置を示す。弾性膜をほぼ自由支持とするために, 弾性膜とアルミニウム製容器の外枠を幅25 mm, 厚さ0.2 mmのシリコン薄膜を介して接合してある。磁性流体層は深さ10 mm, 幅70 mm, 全長2400 mmであり, 約1.68 lの容積を有するが, 後述するように, いくつか実験パラメータを変えることができる。磁性流体は, 水ベース磁性流体〔フェリコロイド W-40, タイホー工業(株)製〕を使用し, 弾性膜には厚さ0.2 mmのりん青銅板および厚さ0.3 mmと0.4 mmのステンレス鋼板の3種類を使用した。磁性流体にパルス磁場を作用させるためのコイルは, フェライトコアに直径0.2 mmの被覆銅線を60回巻き20段で計1200回巻いてある。膜面変位を測定するために, 静電容量形変位センサ〔V-T 510, 小野測器(株)製〕を使用した。なお, 以下では便宜のため, 膜の長手方向に x 軸をとり, 中央点を原点とする。

2.2 実験方法 非定常連成波の伝ば特性を調べるため, 装置配置図(図3)に示すように, 変位センサを x 軸方向に500 mmまで20 mmずつ移動させ, その都度一定充電電圧(50 V)のパルス電流をコイルに流す。磁性流体に作用するパルスの磁気力によって

発生する膜面変位の時間波形を観察する。また, 同期された時間波形データを一定時刻間隔で読み出して, 時刻とともに変化する膜面の空間波形を得る。

実験では, 表1に示すように磁性流体密度, 流体層深さ, 弾性膜厚さを変化させてそれらの波動伝ばに及ぼす影響を調べた。ここでは, No.1に示す実験条件を基準状態とする。なお, りん青銅板とステンレス鋼板のヤング率 E はそれぞれ120 GPaと193 GPaである。

また, すべての実験で磁性流体層の中心とコイル端面の間隔が10 mmになるようにし, 磁性流体層中心に同じ大きさの磁気力を作用させている。

なお, 以後基準状態 No.1における各パラメータの値を ρ^* , l^* , h^* , E^* と記す。

2.3 連成波動伝ば x 軸方向の数箇所を観察されたパルス電流入力後の膜面変位の時間波形を図4に示す。ここで, 以下の実験結果の膜面変位は, 基準状態 No.1におけるコイル上部での最大値 $\zeta_{\max}=0.244$ mmにより無次元化している。

図4からわかるように, 連成波動の波形は時々刻々と変化する。初め一つであった波は伝ばに伴い周期の異なるいくつかの波群に分かれる。その振幅および伝ば速度は周期によって異なり, 分散性波動の特徴をよく示している。また, コイル直上部での最大変位はパルス電流の作用から若干時間遅れを生じて現れているが, いまの場合磁性流体の磁化応答時間(約100 μ s)や

Fig. 1 Experimental setup

Fig. 2 Experimental setup (cross-sectional view)

Table 1 Condition of the experiments

No.	Magnetic fluid		Elastic membranes	
	ρ [kg/m ³]	l [mm]	Material	h [mm]
1	1350	10	Phosphor bronze	0.2
2	1150	10	Phosphor bronze	0.2
3	1350	4	Phosphor bronze	0.2
4	1350	10	Stainless steel	0.3
5	1350	10	Stainless steel	0.4

Fig. 3 Experimental arrangement

Fig. 4 Wave profiles at various positions

Fig. 5 Wave profiles of the membrane

電磁コイルの応答時間(約 20 μ s)は観測の時間スケールに比べて無視できるほど短いので、主として磁性流体および弾性平板の慣性によるものと考えられる。ただし、そのほかに流路側壁近傍での粘性効果、金属膜での渦電流効果、ゴム膜の粘弾性効果なども応答遅れの要因となりうると思われる。

パルス電流入力後の各時刻における膜面変位波形を図5に示す。およそ $t=300$ ms で波は装置端部に到着し、それ以降の時刻では反射波が重なってくる。ここで、一つの波群に注目すると、伝ばに伴いその波長は長くなる。また、伝ば速度の大きい波が元の波群から分散していくため伝ば速度は小さくなっている。

Fig. 6 Effect of the fluid density

Fig. 7 Effect of the fluid depth

Fig. 8 Effect of the membrane thickness

2・4 波動伝ばに及ぼす各パラメータの影響

図6～8に、基準状態 No. 1 から各パラメータを変化させた場合の $t=200$ ms での膜面波形を示す。

磁性流体密度を変化させた場合(図6)には、磁性流体密度が低いほど伝ば速度が大きくなるが、コイル直上部で受ける磁気力が減少するため振幅は小さくなっていることがわかる。流体層深さを变化させた場合(図7)には、磁性流体層が深いほど振幅は大きくなり、自由表面をもつ浅水波と同様に伝ば速度は大きくなっている。また、流体層が浅いほど底面からの粘性の影響を大きく受けるため、短波長の波が速く減衰していることがわかる。弾性膜厚さが 0.3 mm と 0.4 mm の場合(図8)には、弾性膜が厚いほうが伝ば速度が大きく、振幅は小さくなっている。弾性膜が厚いほど曲げ剛性が高いために、屈曲波の伝ば速度が大きくなるので、連成波の伝ば速度も大きくなるが、弾性膜の重量が増すため振幅は逆に小さくなると考えられる。

Fig. 9 Model for the analysis

3. 理論解析

3.1 磁性流体と弾性膜の連成波動の解析 磁性流体と弾性膜の連成波動の解析モデルとして、図9に示すように、二次元の非圧縮・非粘性の理想磁性流体と無限長弾性平板との非定常連成波の解析を行う。基礎方程式は、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + F(x, z, t) \quad (3)$$

$$\rho_0 h \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = -\frac{h^3 E}{12(1-\nu^2)} \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} + p_{z=0} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = w_{z=0} \quad w_{z=-l} = 0 \quad (5)$$

となる。ただし、静止状態で流体層内部には圧力分布 $p_0 = -\rho g z - \rho_0 g h$ があるとする。境界条件式(5)は、弾性平板と流体とがはがれないための条件、および底面で流体の z 方向の流速が零となるための条件である。式(3)では、液体中の点 (x_0, z_0) に大きさ F_0 のパルス的な磁気駆動力が働くことと仮定した。ただし、 $x_0 = 0$ としても一般性を失わないので、磁気力 F を次式のように与えた。

$$F(x, z, t) = F_0 \delta(x) \delta(z - z_0) \delta(t) \quad (6)$$

なお、磁性流体は局所的なパルス磁場以外の磁気力を受けないので、運動方程式中には駆動力 $F(x, z, t)$ を除いて電磁場との相互作用は現れないとしている。以上の基礎方程式に対して、フーリエ・ラプラスの二重変換を適用すると、最終的な解析は式(7)で与えられる。

$$\begin{aligned} \zeta(x, t) &= -\frac{F_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sinh k(l - z_0) \cdot \sin \sigma(k)t}{\beta \sqrt{k^3 \gamma(k)} \sinh kl} e^{ikx} dk \\ &\quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \gamma(k) &= \rho_0 h k \sinh kl + \rho \cosh kl \\ \sigma(k) &= \beta \sqrt{\frac{k^5 \sinh kl}{\gamma(k)}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{h^3 E}{12(1-\nu^2)}} \end{aligned}$$

式(7)を解析的に積分することは困難なのでシンプソンの1/3公式により数値積分を行った。また、流体中の点 $(0, z_0)$ での磁気力の大きさ F_0 は、前述の実験で使ったコイルの作る z 方向の磁場こう配および磁性流体の磁化を用いて、式(8)によって概算した。

$$F_0 = \mu_0 \left[M_z \frac{\partial H_z}{\partial z} \right]_{z=0} \quad (8)$$

ここで、 μ_0 は真空の透磁率、 M_z は磁性流体の磁化、 H_z は磁界である。なお今の場合、磁性流体の磁化は低い磁場強度に比例すると考えられるので、 $M_z = \chi H_z$ によって計算している。ただし、 χ は磁性流体の磁化率である。

次に、基礎方程式(1)～(5)において $F=0$ とし、各変動量に対して進行波解 $e^{(kx - \omega t)}$ を仮定すると、式(9)の分散関係式が得られる。

$$\omega = \sqrt{\frac{h^3 E}{12(1-\nu^2)} \frac{k^5 \tanh kl}{\rho_0 h k \tanh kl + \rho}} \quad (9)$$

3.2 計算結果 数値計算においては、磁気力 F の作用点は $(x_0, z_0) = (0, -l/2)$ とした。解析は $-\infty < x < \infty$ の範囲で行ったが、磁気力作用後の弾性平板の形状はどの時刻においても原点 $x=0$ について対称であると考えられるので、式(7)は次のように簡単化できる。

$$\begin{aligned} \zeta(x, t) &= -\frac{F_0}{2\pi\beta} \int_{0+\epsilon}^{k_{\max}} \frac{\sinh k(l + z_0) \cdot \sin \sigma(k)t}{\sqrt{k^3 \gamma(k)} \sinh kl} \\ &\quad \times \cos(kx) dk \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここで、式(10)の被積分関数は $k=0$ の点で不連続であるため、積分の範囲を $0 + \epsilon < k < k_{\max}$ として計算を行った。 $k_{\max}$ を大きくすると高調波成分が増すが、計算結果としては十分な収束値を示す。また十分小さな ϵ で解は収束するので、 $\epsilon = 10^{-7}$ 、 $k_{\max} = 1.0$ として数値計算を行った。

数値計算では流体を非粘性と仮定しているために、実験結果と定量的には若干異なるが、先に述べた各実験パラメータの連成波動に及ぼす影響を系統的に調べることができる。なお、以下の計算結果に示す膜面変位は、基準状態 No. 1 における計算結果の $x=0$ での最大値 $\zeta_{\max} = 0.171$ mm によって無次元化している。図10～13に基準状態 No. 1 から ρ 、 l 、 h 、 E を変化した場合の $t = 200$ ms での膜面波形をそれぞれ示す。

図10からわかるように、密度が低いほど伝播速度が大きく、振幅も大きくなる。振幅の変化は実験と逆の結果となったが、計算では密度変化に伴う磁化率の変化、すなわち磁気力の変化を考慮していないためである。ただし、磁気力の強さは磁性流体中の強磁性体

Fig. 10 Effect of the fluid density

Fig. 12 Effect of the membrane thickness

Fig. 11 Effect of the fluid depth

Fig. 13 Effect of Young's modulus

微粒子の濃度にほぼ比例することが知られているので、計算結果を補正することは可能である。ここでは、他のパラメータの膜変位への依存性を併せて検討するために、計算結果には敢えて補正を加えていないが、実験結果(図6)は、磁性流体密度が85%に下がるとき、この補正量に相当する約43%の磁気力減少があることを示している。図11から、流体層が深いほど伝ば速度が大きく、振幅も大きくなっていることがわかる。図12は、弾性膜が厚いほど伝ば速度が急激に大きくなり、振幅は小さくなることを示している。また、図13から、ヤング率が大きいほど伝ば速度は大きく、振幅は小さくなることがわかる。これらはいずれも実験結果とよく一致している。ここで、ヤング率と弾性膜の厚さはともに曲げ剛性を表すパラメータであるが、連成場の伝ば速度と振幅に及ぼす影響は弾性膜厚さのほうが大きいことがわかる。

3.3 連成波動の群速度および位相速度 本理論における連成波動の位相速度は、式(9)を用いて $c = \omega/k$ で与えられ、群速度は $U = d\omega/dk$ によって計算できる。

分散性波動を観察するとき、直接測定できるのは群速度であるので、分散した波から位相速度を求めるには、3点観測法やフーリエ解析法⁽¹²⁾などを適用する必要がある。これらの方法では、波が十分に分散しているなおかつ偏角の計算が正確に行えることが前提になっているが、本実験では約12 Hz以上の高周波成分の波の減衰が大きいので、位相速度を実験から求めるこ

Fig. 14 Dispersion relation

とは困難であった。よって、ここでは主として群速度について検討する。

図14には、基準状態での各パラメータを用いて連成波動の群速度および位相速度、弾性平板単体の屈曲波の群速度および位相速度の計算結果を示す。この連成波は位相速度よりも群速度のほうが大きい異常分散型⁽¹²⁾の波動であり、板の屈曲波と同じ形であることがわかる。また、連成波動の群速度、位相速度はともに弾性板屈曲波と浅水波のそれらの中間に位置する。

図15～17に基準状態 $Mo.1$ から ρ , l , h を変化したときの実験および解析から得られた群速度を示す。図15からわかるように、密度が低いほうが群速度が大きくなっているが、実験、解析ともにその影響は極めて小さい。図16より、実験および解析ともに流体層が深いほうが群速度が大きくなっていることがわかる。図17は、実験および解析ともに弾性膜が厚いほうが群速度は大きくなることを示している。

Fig. 15 Effect of the fluid density

Fig. 17 Effect of the membrane thickness

Fig. 16 Effect of the fluid depth

以上より、各パラメータの中では、弾性膜厚さが分散性に及ぼす影響が大きいことがわかる。なお、いずれの場合にも、実験で得られた群速度は計算結果のそれより小さくなっているが、これは解析では粘性を無視しているためと考えられる。また、流体中に分散した磁性流体微粒子の個別運動やクラスタ形成あるいは金属膜での渦電流効果などが波動の高周波成分に与える影響および非線形性などの解明は今後の課題である。

4. 結 言

本研究では、磁性流体と弾性膜の連成波動を推進機に応用するという観点からその特性を調べることを目的として、垂直パルス磁場を作用させた後の非定常連成波動の実験および基礎的な理論解析を行った。その結果、以下のような結論を得た。

(1) 浅い磁性流体層と弾性膜の連成波動は、伝ば波の振幅およびその速度が波長によって変化し、位相速度よりも群速度のほうが速い異常分散型の波動であ

る。

(2) 伝ば波の振幅および速度は磁性流体密度、深さ、弾性膜厚さ、材質によってコントロール可能であり、推進機などの最適な設計指針を得ることができる。

(3) 弾性膜厚さは連成場の特性を大きく変化させることができる重要なパラメータである。膜厚を厚くすることにより弾性板の屈曲波のもつ特性が顕著となり、逆に薄くすることにより浅水重力波の特性に容易に近づくことができる。

(4) 波動の伝ば挙動と分散関係については流体の粘性に起因する定量的な差異がみられるが、実験結果と解析結果は定性的により一致を示している。

文 献

- (1) 神山新一, 磁性流体入門, (1989), 57-113, 産業図書.
- (2) 武富荒・近角聡信, 磁性流体(基礎と応用), (1988), 11-239, 日刊工業新聞社.
- (3) Berkovsky, B. M., Medvedev, V. F. and Krakov, M. S., Magnetic Fluids, *Engineering Applications*, (1993), 171-213, Oxford University Press.
- (4) Lighthill, M. J., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **1**(1969), 413-446.
- (5) Tanaka, K., *J. Phys. Soc. Jpn.*, **42**(1977), 297-305.
- (6) Tanaka, K., *J. Phys. Soc. Jpn.*, **42**(1977), 1752-1758.
- (7) 田中皓一・村島守, 機論, **56**-523, B(1990), 660-665.
- (8) 田中皓一・村島守, 機論, **58**-553, B(1992), 2673-2677.
- (9) 田中皓一・高木至人, 機論, **58**-551, B(1992), 2114-2118.
- (10) 田中皓一・加納史義, 第7回電磁力関連ダイナミックスシンポジウム講演論文集, (1995), 281-286.
- (11) Sneddon, I. N., *Fourier Transforms*, (1951), 1-47, McGraw Hill.
- (12) 佐藤泰夫, 弾性波動論, (1978), 228-292, 岩波書店.