自然対流によって低レイノルズ数で発生する カルマン渦列の可視化*

能登勝久^{*1}, 松崎克弥^{*2}, 中島 健^{*1}

Visualization of the Karman Vortex Street Generated at Low Reynolds Numbers Due to Natural Convection

Katsuhisa NOTO, Katsuya MATSUZAKI and Tsuyoshi NAKAJIMA

A wake below a heated circular cylinder submerged in a downward mainstream of air at a low Reynolds number is visualized by both numerical calculation and smoke-wire experimentation. Numerical results show that the filament in the isothermal wavy wake becomes round and spiral, its scale increases, and a Karman vortex street is generated with an increase in negative buoyancy. Experimental results agree well with numerical results. The wake patterns observed at $44 \leq Re \leq 60$ correlate well with $Ri/Re^{1/3} = A$, where Re is the Reynolds number, Ri the Richardson number, and A the degree of opposing flow. The critical Richardson number for the generation of the Karman vortex street due to negative buoyancy is $Ri_{crit}/Re^{1/3} = 0.025$. With an increase in cylinder temperature, the Strouhal number and the vortex velocity decrease gradually, and the wake width increases gradually.

Key Words: Karman Vortex, Wavy Filament, Low Reynolds Number, Opposing Flow, Negative Buoyancy, Visualization, Air Flow

1. 緒 言

円柱後流のカルマン渦列に関して従来から数多くの研究が報告されてきているが, それらは等温流れか浮力の影響が無視できる場合であって, 研究者によって異なるが, 円柱レイノルズ数(以後, 「 Re 数」と記す)が $40^{(1)}$, $45^{(2)}$, $48^{(3)}$, $50 \sim 60^{(4)}$, $55 \sim 70^{(5)}$ 以下では, 後流にカルマン渦列が発生しないことが知られている。

ところがカルマン渦列が発生しない低 Re 数域で, 円柱に熱的操作を加えれば, カルマン渦列が発生し, この発生原因と流体種類の影響を能登ら⁽⁶⁾ が初めて明らかにした。

しかし低 Re 数での円柱の熱的操作によって, 渦列でない流れからカルマン渦列の発生に至る過程はまだ明らかにされていない。さらに, それらの実験的報告もまったくない。

そして等温の円柱後流で, 双子渦とカルマン渦列が発生する各 Re 数域の中間の Re 数域で発生する進行波状流れに関しては, Zdravkovich⁽⁴⁾ の可視化写真, Taneda⁽²⁾ の実験結果に基づく説明図, 能登ら⁽⁶⁾ の計

算流脈の従来報告があるのみで, 詳細は未解明である。

よって本報では, 主流流体を空気に特定し, 低 Re 数域で, 渦列でない流れが, 円柱の熱的操作によって, カルマン渦列の発生に至る状況が, 数値計算と可視化実験で明らかにされる。

おもな記号

A : 対向流度合を示す変数 [式(1)]

D : 風洞幅

d : 円柱直径

f : 振動数

g : 重力の加速度

Gr : グラスホフ数 $= -d^3 g \beta (T_w - T_0) / \nu^2$ (対向流のため負号を付す)

p : 渦ピッチ

Pr : プラントル数

Re : レイノルズ数 $= U_0 d / \nu$

Ri : リチャードソン数 $= Gr / Re^2$

St : ストローハル数 $= fd / U_0$

t : (d/U_0) で無次元化した時間

T_0 : 主流空気の温度

T_w : 円柱表面温度

* 原稿受付 1997年2月3日。

*¹ 正員, 神戸大学工学部(〒657 神戸市灘区六甲台)。

*² 神戸大学大学院。

U : U_0 で無次元化した x 方向速度

U_0 : 主流速度

U_v : 渦速度

x, y : 円柱直径で無次元化した鉛直および水平方向距離(原点は円柱中心)

β : 流体の体膨張係数

ν : 動粘性係数

2. 対象とする熱流動場

本研究で対象とする熱流動場の物理モデルを図1(a)に示す。十分に広い空間内を、温度 T_0 の空気が速さ U_0 で上から下方向の重力方向に流動する場に、直径 d 、直面温度 $T_w (\geq T_0)$ で、軸方向に十分に長い加熱円柱を水平方向に挿入する。なお T_w は時間依存せず、一定とする。後流は円柱下方に形成される [4・1節(4)項参照]。加熱円柱から発生する上向きの浮力流れの方向は主流方向と逆で、後流に強制対流と自然対流の共存する対向流れが形成される。この後流の熱流動現象は、低 Re 数のため二次元層流と仮定した。

図1(b)のように、下から上方向に主流が流れ、円柱が冷却され ($T_w \leq T_0$)、下向き浮力流れによって、後流域に発生する対向流の熱流動挙動は図1(a)と同様である。

3. 数値解析

3・1 基礎方程式系 浮力項をブーゼスク近似で表現し、二次元・層流・時間依存の連続の式、浮力項をもつ Navier-Stokes 式、エネルギー式の基礎方程式系を、流れ関数-渦度法で変形し、ポアソン式、温度分布を考慮した渦度輸送方程式、温度方程式を得た。

3・2 格子系 円柱表面を内側境界とし、円柱直径の約 30~50 倍の位置に外側境界を設置した。内側

と外側の境界に挟まれる計算領域をブランチカットしてから、領域内に半径方向に格子間隔が増大する O 形の構造格子を生成した。

3・3 離散化とアルゴリズム 空間微分を 2 点の中心差分、時間微分をオイラーの二点前進差分で離散化した。ポアソン式の数値解法のアルゴリズムは SOR 法、渦度輸送方程式とエネルギー式のそれらは ADI 法である。行列をガウスの消去法で解いた。

3・4 初期かく乱 数値計算で特に注意した第 1 点は、丸め誤差に関してである。丸め誤差の計算実行中の累積は、後流の非対称性発生のトリガとして正確でない。そのため、物理的に明白な初期かく乱⁽⁶⁾を与えた。その結果、冷却円柱後流の安定な数値解が得られた。

3・5 渦認識 第 2 点は渦認識⁽⁷⁾である。渦度分布による渦認識はあいまいであって、流脈で渦を認識することが最も有効である。そのため、流体と同一運動をする理想粒子を $x=0; y=0.562 \sim 0.707$ に 30 個、 $x=0; y=-0.562 \sim -0.707$ に同じく 30 個、合計 60 個を無次元時間ステップ $\Delta t=0.135$ ごとに注入し続け、計算し、流脈を求めた。

4. 実験装置と方法

4・1 方針

(1) 低 Re 数後流の実現のために、低 Re ゆえに、主流速度と円柱直径を共に、比較的小さくする必要がある。その結果、後流は小さなかく乱にも鋭敏になる。

(2) 対向流は、浮力方向と主流方向が逆なため、後流挙動は不安定で、小さなかく乱にも鋭敏になる。

(3) 対向流度合が強くなれば、後流幅は増大する(図3参照)。可視化域を広くしないために、加熱円柱の直径を比較的小さくする必要がある。なお対向流度合を、5・3節までは $-Ri$ としておき、5・3節で考察する。

(4) 図1(b)のように円柱を冷却するには、冷凍機などが必要で、装置が大掛かりになる。そのため、図1(a)の下向き主流内に加熱円柱を挿入する方法にした。

4・2 風洞系 実験装置を図2に示す。製作した実験風洞は鉛直風洞である。主流空気が流れる経路は次のようである。まずフロアから送り込まれた空気はバルブで流量調節される。サージタンクへのパイプの1箇所を切断し、ビニールシートで接続した。これによって、フロア振動の風洞への伝ばが防止できた。サージタンクから、メッシュ、整流格子を通過し、テス

(a) Upward mainstream (b) Downward mainstream

Fig. 1 Physical model

Fig. 2 Experimental apparatus

ト部に流入する。テスト部の断面積は $800 \text{ mm} (D) \times 800 \text{ mm}$ 、高さは 1000 mm である。側壁材料は、内部が観察できるように、透明アクリル樹脂板である。空気はテスト部内を上から下方向に流動する。その後、格子を通過し、外部へ流出する。

4・3 計測 テスト部を流下する空気速度は $0.25 \sim 0.30 \text{ m/s}$ で、各断面内で3%の精度で一様であること、および気流の乱れ度は0.2%で、極めて小さいことを、熱線流速計による計測で確認した。主流温度を熱電対で計測した。

4・4 加熱円柱 外径 $d=3.0 \text{ mm}$ 、長さ $L=800 \text{ mm}$ のガラス管の内部にニクロム線を挿入し、通電し、加熱円柱とした。加熱円柱を、テスト部の上端から下方 400 mm の位置に水平に設置した。円柱表面の温度をクロメル-アルメル熱電対で計測した。

4・5 数値計算での流れ系との比較 数値計算では、主流の乱れ度は零、流路のブロック比は無限大、円柱アスペクト比は無限大である。実験風洞では、それらは0.1%、 $D/d=266.7$ 、 $L/d=266.7$ であって、数値風洞と若干相違する。

4・6 可視化の方法 加熱円柱後流の流れの可視化はスモークワイヤ法⁹⁾によった。スモークワイヤは直径 0.25 mm のニクロム線である。ワイヤの両端に、風洞の外部でもりをつけ、ワイヤ加熱時の膨張によるワイヤのたわみを防止した。ワイヤへの塗布液は流動パラフィンである。図2のC2のカメラで後流

を撮影した。

4・7 ワイヤの影響 スモークワイヤ径に基づく Re 数は $4.1 \sim 5.0$ であるため、ワイヤ後流にカルマン渦列は発生せず、ワイヤによる発生渦度は小さい。ワイヤの加熱時間は $1 \sim 2 \text{ s}$ で、極めて短い。よってスモークワイヤの熱流動場への影響は無視できる。

4・8 本可視化の困難な諸点 スモークワイヤ法は、ワイヤの発熱によって塗布液が気化し、発生した煙をトレーサとし、流れの流脈を観察する手法である。よって発生した煙自体は小さな浮力をもち、上方向へ自然に移動する。本実験では、主流方向は下向きで、煙浮力の方と逆である。そのため、煙を下方向へ移動させようとすれば、煙の流れは不安定になる。

すなわち本可視化法では、後流域で、主流と円柱加熱による浮力の方向性[4・1節(2)項参照]と、主流と煙浮力の対向性に起因する2種類の不安定性が存在する。後流の外側の主流域では、主流と煙浮力の対向性に起因する不安定性が存在する。

低 Re 数のため、主流速度が小さく、煙の浮力流れの影響が相対的に増える。流動パラフィンにニクロム線に濃く塗布すれば、スモークは上昇したため、薄く塗布し、ワイヤへの通電圧は約 20 V にせざるを得なかった。その結果、スモークは主流方向、よって下向き方向に流動した。後流の可視化領域を比較的小さくしたことは[4・1節(3)項参照]、煙濃度が小さい本可視化に適合する。上記の結果、得た可視化画像は、スモークが薄いためやや見にくい。

後流域の外側の主流域の煙粒子が、もし主流の下向流の勢いのみで流下するのであれば、煙はいずれ上昇するはずである。しかしそうならなかった。よって、径と熱容量の極めて小さい煙粒子群は、ワイヤのすぐ下流で、周囲の空気主流の温度になっていると考えられる。その結果、煙はずっと下流域まで流下し、本可視化法の妥当性の必要条件が満足された。

4・9 物性値の代表温度 主流 Re 数の物性値は主流温度で評価した。主流の速度と温度がそれぞれ一定条件で、円柱温度を高くすれば、円柱近傍の動粘性係数の値は増大する。よって円柱を加熱すれば、物性値を膜温度で評価したグラフホフ数の値は減少してしまった。そのため物性値はすべて主流温度での値とした。

5. フローパターン

5・1 数値計算による可視化 $Re=44$ の空気 ($Pr=0.72$) 後流のある一瞬の結合流脈を図3に示す。

図3(a)の円柱表面温度は主流温度と等しい。後流

Fig. 3 Generation of Karman vortex street due to heating a Cylinder at $Re=44$ and $t=100$ of air

Fig. 4 Time sequence of wavy wake in isothermal wake

Fig. 5 Time sequence of Karman vortex street generated by cooling

は対称な定常流ではなく、時間依存する進行波状の流れであって、フィラメントをもち、カルマン渦列は発生していない。図3(a)の流れは図4のように時間変化し、フィラメントの時間による成長の様子がわかる。このフィラメントは Taneda⁽²⁾の説明図と Zdravkovich⁽⁴⁾の可視化でも観察される。ただ Taneda⁽²⁾の図では、形成長さが約 $1.2d$ であるが、図3(a)と図4では約 $3.0d$ である。Zdravkovich⁽⁴⁾の $Re=47$ での可視化では、円柱のごく下流の進行波の形成域の流れが不明である。

円柱表面温度を主流温度よりも高くすると、後流は図3(b)~(g)と変化する。 $Ri=-0.025$ の図3(b)では、後流は進行波状のフィラメント先端が丸くなるのみで、等温後流と同様に進行波状流れで、渦列は発生していない。

さらに加熱すれば、フィラメント先端はますます丸くなり [図3(c): $Ri=-0.05$]、フィラメントがスパイラル化する [図3(d): $Ri=-0.075$]。

さらに加熱を強めれば、 $Ri=-0.1$ で図3(e)の渦列が形成される。この流れは図5のように時間変化

Fig. 6 Flow visualization of generation of Karman vortex Street at $Re=50$ of air

Fig. 7 Flow visualization of generation of Karman vortex street at $Re=60$ of air

し、各渦スパイラルの時間による成長の様子がわかる。図3(e)のパターンは等温の $Re=70$ の渦列にやや類似し、図3(e)の渦列をカルマン渦列と呼んでよい。図3(e)の渦列と等温渦列の相違点は、図3(e)で逆流による渦列形成域への粒子の進入数が少ないことである。このことは、図3(e)の渦列形成域内のほぼ対称線上の逆流速度が、 $Re=70$ のときの値より小さいためである。

さらに加熱を強めれば、渦スパイラルは大きくなる[図3(f): $Ri=-0.2$]。加熱によって発生するこの渦列は、等温のときの $Re=140$ で発生するカルマン渦列⁽⁹⁾の形状にやや類似した。極めて強く加熱すれば[図3(g): $Ri=-0.3$]、はく離角度が増大し、後流幅が図3(f)より小さくなった渦列に変化した。

加熱によって発生した各渦列の x 方向の渦ピッチは等温の進行波ピッチに等しく、変化しない。ここで、渦ピッチとは、千鳥配列の各渦のスパイラル中心位置の x 方向間隔を円柱直径で無次元化した値である。

加熱による対向流度合の増加とともに、円柱近傍からのほぼはく離せん断層上の結合流脈のはく離角度と後流幅は、ともに徐々に増大し、形成長さは徐々に減少した。

5・2 実験による可視化 可視化結果を図6と図7に示す。円柱はこの紙面に垂直に存在し、円柱中心は、 $x=0$ の位置の写真中央に存在する。白色水平線はスモーク発生用のワイヤである。ワイヤ下部はスモークによる可視化結果が示されている。

図6は $Re=50$ で、 $Re=44$ の図3～5の流脈粒子の投入位置と異なる。 Re 数が増大すれば、等温流脈の揺れは増大するため、図6(a)揺れ幅は $Re=44$ のそれより大きくなる。本実験上の困難(4・8節参照)はあるが、図6(a)の後流のゆがみが、実験上の誤差に起因するのか、進行波の揺れかを特定できない。しかし図6(a)で渦列が存在せず、進行波状のフィラメントが観察できる。

主流速度を変化させず、円柱温度のみを図6(a)の

値から順次高くすれば、図 6(b)の特徴のある流れに変化した。この流れは図 3(c)と図 3(d)の中間の流れに対応し(5・3 節参照)、フィラメントが少しだけスパイラル化し、図 3 の流脈粒子の投入位置との相違によって、流れは貝殻模様に見える。

さらに円柱温度を高温にすれば、図 6(c)の小さな渦スパイラルの流れに変化する。この渦スパイラルは、加熱で図 6(d)のように増大する。

対向流度合が増加すれば、図 6(c)と図 6(d)で、数値計算で予測されたように、カルマン渦列が発生した。

図 7 は $Re=60$ である。等温の図 7(a)で、進行波状流れが発生し、 $Re=50$ の図 6(a)よりフィラメントが顕著に現れ、フィラメント先端の丸みが図 6(a)より増大している。円柱温度を高くすれば、図 7(b)～7(d)のように後流パターンは変化し、渦列が発生する。図 7(a)～(c)で、ワイヤからの上昇流が観察できる。この流れは、ワイヤ位置が形成域内のため、数値計算結果でも出現する円柱近傍の形成域での上昇流である。

5・3 計算と実験による可視化の対応 計算と実験による後流パターンで、円柱を加熱すれば、渦スパイラルが発生し、後流幅は増大し、一致した。

$44 \leq Re \leq 60$ で Re 数が異なっても、次式の A の値が同じであれば、後流パターンは同じで、 A が対向流度合を示す変数であることが経験的にわかった。 A の値を図 3, 6, 7 に記した。

$$Gr/Re^{7/3} = Ri/Re^{1/3} = A \quad \cdots \cdots (1)$$

加熱によって、明確な渦スパイラルをもつ渦列発生の際のリチャードソン数は次式であった。

Fig. 8 Time-dependent velocity in X-direction at $Re=44$ and $X=10$ of air

$$Ri_{crit}/Re^{1/3} = -0.025 \quad \cdots \cdots (2)$$

6. 後 流 振 動

6・1 後流速の時間変化 図 3(a)と図 4 の等温の進行波状流れと、図 3(e)と図 5 の負浮力で発生したカルマン渦列の高さ一定断面上の x 方向瞬時速度の時間変化の計算結果を、図 8 に示す。なお図 8(a)と図 8(b)の各分布の左端位置の時刻は同一で、時間尺度も同じである。

図 8(a)の等温進行波状流れの対称面($y=0$)では、時間変化が認識できないが、対称面を離れるにつれて変動振幅が増大し、主流域に入って減衰する。速度変動の振動数は対称面のごく近傍を除く全領域で同一だった。

図 3～7 で観察されるように、等温の進行波状流れより、加熱されたカルマン渦列のほうが、 $y=0$ に関して、非対称性が強い。その結果、図 8(b)のカルマン渦列の速度は対称面上でも変動し、対称面を離れば、変動振幅は極めて増大($0.87U_0$)する。振動数は対称面のごく近傍を除く領域で一定値で、対称面ではその 2 倍だった。温度変動の振動数は速度のそれと一致したが、温度変動の位相は速度のそれより少し遅れた。

等温の進行波状流れと加熱されたカルマン渦列とは、対称面を離れると、速度変動の位相は遅れる。

6・2 ストローハル数 ストローハル数の計算値を図 9 に示す。振動数には対称面外の一定振動数を用いた。円柱加熱によって St 数は徐々に減少する。加熱によって発生したカルマン渦列は、等温のときの進行波状の流れよりも低振動である。進行波状流れとカルマン渦列で St 数のこの配は同一だった。等温の $Re=70$ の St 数の計算値は 0.14 だった。この値は従来の測定値⁽¹⁾に一致した。

Fig. 9 Strouhal number and vortex velocity at $Re=44$ of air

6・3 渦速度 進行波フィラメントまたは渦スパイラルの x 方向速度を主流速度で無次元化した値を、渦速度 U_v と呼ぶ。渦速度は次式⁽⁶⁾で表される。

$$U_v = St \cdot p \dots\dots\dots (3)$$

p は円柱温度に関係なく、 $Re=44$ で 3.75 の一定値だった(図3~5参照)。よって図9の St 数と式(3)から、渦速度は、対向流度合の増加とともに、徐々に減少する。このことは、どの加熱量でも、渦ピッチ一定での負浮力による後流減速に起因する。

なお図4と図5で、進行波状流れとカルマン渦列の St 数が求まる。これらの値、およびこれらの値を式(3)に代入して求めた渦速度は、それぞれ図9と一致した。

7. 渦列発生の原因に関する考察

7・1 後流での渦度生成 低 Re 数の対向流でのカルマン渦列の発生主因は後流域での渦度生成⁽⁶⁾である。本研究のように、低 Re 数域で対向流の度合を、順次、増加させれば、図示しないが、後流での生成渦度量が、徐々に増大することを、数値計算結果は示した。この増大は図3での渦スパイラルの増大に対応する。

7・2 物性値の温度依存性 上記以外に、渦列発生の要因として、加熱による空気の動粘性係数の変化が考えられる。図6と図7で、動粘性係数は位置によって変化する。しかし本計算とその結果は、ブーゼネスク流体を仮定し(3・1節参照)、図3のように渦列発生を予測し、図6と図7の可視化実験とよく対応した。そのため、動粘性係数の温度依存性は原因でない。

7・3 はく離点の移動 上記以外に、発生要因として、加熱によるはく離点の移動が考えられる。図示しないが、図3~5で、円柱加熱によってはく離点間距離は増大した。この増大が加熱による後流幅の大きいカルマン渦列の発生と関連があるようにも考えられる。しかし能登ら⁽¹⁰⁾は、はく離点固定物体からの低 Re 数の対向流でカルマン渦列が発生することを示した。さらに、はく離点固定物体の加熱後流でも渦度は生成される。よって、加熱によるはく離点移動は加熱によるカルマン渦列の発生の本質的な要因でない。

7・4 対向流での渦列発生の特徴 円柱加熱によって、後流で発生する高温域は十分下流にまで波及する。そのため、十分な下流域で渦度が生成され、さらに生成された渦度は下流へ輸送もされる。よって、加熱でいったん発生した渦列は十分下流で消滅しない。

すなわち、低 Re 数の対向流ではカルマン渦列を十分な下流域でも発生させることが可能である。

8. 結 論

(1) 下向きの空気主流内に挿入した円柱を、低レイノルズ数域で加熱し、対向流度合を順次増加させたときの後流を、数値計算と実験による可視化で示した。

(2) 計算結果は、等温の進行波状流れが、対向流度合の増加によって、徐々に変化し、カルマン渦列流れに成長することを示した。

(3) 等温の進行波状流れからカルマン渦列への流脈の変化過程は、進行波状フィラメントが対向流度合の増加によって先端部の丸みを増し、スパイラルすると同時に、スケールも増すことである。

(4) 可視化実験の結果は、上記の(2)と(3)を示し、数値計算の結果とよく対応した。

(5) $44 \leq Re \leq 60$ で、レイノルズ数が異なっても、次式の A の値が同じであれば、後流パターンは同じであって、 A が対向流度合を示す変数である。

$$Gr/Re^{7/3} = Ri/Re^{1/3} = A$$

(6) 明確な渦スパイラルをもつ渦列発生の臨界のリチャードソン数は次式である。

$$Ri_{crit}/Re^{1/3} = -0.025$$

(7) 対向流度合が増加すれば、ストローハル数と渦速度は徐々に減少し、後流幅は徐々に増大する。

(8) 本現象に与える熱流体物性値の温度依存性とはく離点移動の影響、および低レイノルズ数の対向流でのカルマン渦列の発生の特徴を明らかにした。

なお本報の結果は上向き主流内の冷却円柱の後流にも当然適用できる。

文 献

- (1) Roshko, A., *NACA Annu. Rep.*, 1191 (1954).
- (2) Taneda, S., *J. Phys. Soc. Jpn.*, **11**-3 (1956), 302-307.
- (3) Nishioka, M. and Sato, H., *J. Fluid Mech.*, **89**-1 (1978), 49-60.
- (4) Zdravkovich, M. M., *J. Fluid Mech.*, **37**-3 (1969), 491-496.
- (5) Gerrard, J. H., *Philos. Trans. R. Soc., London, Ser. A*, **288** (1978), 351-382.
- (6) 能登勝久・ほか2名, 機論, **63**-615, B (1997), 3467-3654.
- (7) Noto, K., *Theoret. Appl. Mech.*, **40** (1991), 311-318.
- (8) 流れの可視化学会編, 流れの可視化ハンドブック, (1986), 235, 朝倉書店.
- (9) 種子田定俊, 画像で見る流体力学 (1988), 32, 朝倉書店.
- (10) 能登勝久・ほか2名, 機論, No. 954-2 (1995-3), 17-18.