平面上突起物まわりの二次元非定常流れと熱伝達の数値解析*

太田 照和^{*1}, 中島 円^{*2}, 柳岡 英樹^{*3}Numerical Analysis of Two-dimensional Unsteady Laminar Flow
and Heat Transfer around a Rectangular Cylinder on a Surface

Terukazu OTA, Madoka NAKAJIMA and Hideki YANAOKA

The present paper shows a numerical analysis of two-dimensional unsteady separated and reattached flow and heat transfer around a rectangular cylinder located on a wall in a channel with two parallel walls. The Reynolds number ranges from 100 to 1 000. For $Re \leq 300$, the flow is found to be steady. For $Re = 400 \sim 1\,000$, the separated shear layer becomes unstable accompanying the formation of spanwise vortices, and in a range of $Re \geq 500$, the reattachment length steeply decreases as Re increases. These vortices grow behind a cylinder and are shed almost periodically. The details of the local heat transfer characteristics along with the flow behaviors are clarified.

Key Words: Separated and Reattached Flow, Heat Transfer, Unsteady Flow, A Rectangular Cylinder, Numerical Analysis, Finite Difference Method

1. 緒 言

平面上に置かれた突起物まわりの流れははく離と再付着を伴い、二つないし三つのはく離領域が存在する。すなわち、突起上流ではく離し前面に再付着するもの、突起前面の角からはく離し上面に再付着するもの、突起後方の角からはく離し下流側の下壁に再付着するものである。このような角柱状突起物は電子機器の最も基礎的な形状とみなせ、発熱体の場合の熱伝達特性の把握はそれらの設計指針としてきわめて重要な課題である。

柳田ら⁽¹⁾はこのような固体壁面上の発熱体に関する実験を行っている。Hsieh ら⁽²⁾は数値計算を行っているが、計算領域の上側境界を自由境界としていること、発熱体を設けた壁面から上側境界までの高さを突起の高さの9.5倍または29倍としており、電子機器の実際の使用状況をモデル化しているとは考えにくい。Tropea ら⁽³⁾は単一突起を有する平行壁面流路内

流れについて、さまざまな突起形状、流路幅、レイノルズ数による再付着長さの変化を実験により明らかにしているが、熱伝達特性は取扱っていない。斎田ら⁽⁴⁾は流れ場と温度場の可視化実験を行い、同時に三次元計算結果との比較を行っている。また単一突起および複数突起に関する五十嵐ら⁽⁵⁾の実験があり、Aiba⁽⁶⁾の数値計算もあるが、前述のごとく、突起まわりの流れは影響する要素が数多く、かつきわめて複雑であり、熱伝達特性との関連など解明されていない点が多い。

このような観点から、Ota-Kaga は最も基本的な形状である角柱状の単一突起が流路内にある場合を取り上げ、流路幅と突起高さの比、突起幅と高さの比、さらにレイノルズ数、プラントル数を広範囲に変化させ、また2種類の加熱条件について、流れ場と温度場の詳細を数値計算により明らかにしている⁽⁷⁾。しかしながら、レイノルズ数の増加とともに不安定となるはく離せん断層の非定常特性、その熱伝達特性への影響についてはふれていない。本研究は突起形状、プラントル数および加熱条件を固定し、高レイノルズ数の場合に発生する非定常流れ場の詳細と熱伝達特性との関連を数値計算により明らかにしようとするものである。

* 1994年5月19日 第31回日本伝熱シンポジウムにおいて講演、原稿受付 1996年9月19日。

^{*1} 正員、東北大学大学院工学研究科 (〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉)。

^{*2} 正員、東北大学大学院。

^{*3} 正員、岩手大学工学部 (〒020 盛岡市上田4-3-5)。

2. 記 号

C_f : 壁面摩擦係数	$= \tau_w / (\rho U_o^2 / 2)$
h : 突起高さ	
H : 流路幅	
Nu : ヌッセルト数	$= ah / \lambda$
p : 圧力	
Pr : プラントル数	
q_w : 熱流束	
Re : レイノルズ数	$= U_o h / \nu$
t : 時間	
T : 無次元時間	$= t U_o / h$
$\mathbf{u}$: 速度ベクトル (u, v)	
U_o : 入口平均速度	
W : 突起幅	
x, y : デカルト座標系	
X_R : 時間平均再付着長さ	
α : 局所熱伝達率	$= q_w / (\theta_w - \theta_o)$
θ : 温度	
θ_o : 入口一様温度	
λ : 熱伝導率	
μ : 粘度	
ν : 動粘度	
ρ : 密度	
τ_w : 壁面摩擦応力	
添 字	
m : 平均値	
w : 壁面における値	
— : 時間平均	

3. 基礎方程式および数値解法

本研究では二次元非圧縮粘性流れを取扱う。突起まわりの流れ模様の概略および座標系を図1に示す。支配方程式は次に示す連続の式、ナビエ・ストークスの運動方程式、エネルギー方程式である。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\mathbf{u}_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \quad \dots\dots\dots (2)$$

Fig. 1 Flow configuration and coordinate system

$$\theta_t + \mathbf{u} \cdot \nabla \theta = \frac{1}{Re Pr} \nabla^2 \theta \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし上式は、速度、圧力、座標、時間はそれぞれ入口平均速度 U_o 、 ρU_o^2 、突起高さ h 、 h/U_o で、温度 θ は $\theta = \lambda(\theta - \theta_o)/(q_w h)$ と無次元化されている。上式の解法には SMAC 法⁽⁸⁾ を用い、離散化は、時間微分には二次精度の Adams-Bashforth 法を適用し、空間微分については、対流項には五次精度上流差分、粘性項には四次精度中心差分を用いた⁽⁹⁾。また圧力補正のポアソン方程式には二次精度中心差分を用いた。本計算では Ota-Kaga の結果と比較するため流路幅 H は突起高さの 3 倍、突起の長さ W は高さの 2 倍の場合を取り上げ、計算領域は、突起上流側に $-10h$ 、下流側に壁面より $30h$ とした。境界条件は、速度については壁面で滑りなし、入口では放物線速度分布とし、出口については対流境界条件⁽¹⁰⁾ とした。温度については、入口で一様温度、突起全面を熱流束一定とし、その他の壁面は断熱とした。また出口については、二階微分零とした。計算に使用した格子を図2に示す。格子は 405×101 の非一様直交格子とした。なお 641×127 の格子についても計算を行い、格子への依存性はないことを確認している。また計算はレイノルズ数 $Re = 100 \sim 1000$ 、プラントル数 $Pr = 0.7$ のもとで行った。

計算は時間間隔 $\Delta t = 0.001 h/U_o$ で行った。 $Re \geq 400$ で流れは非定常となったのでサンプリング時間 $200 h/U_o$ の平均を取り、時間平均値とした。なお、以下に示す結果ではデータのサンプリング開始時刻を $T = 0$ とする。

4. 結果および考察

図3に流線のレイノルズ数 Re による変化を示す。 $Re \geq 400$ については時間平均を示す。 Re が 400 までははく離せん断層の不安定化は突起のかなり下流において生じるため、突起背面のはく離泡は Re とともに大きくなる。 $Re \geq 200$ で流れは突起前縁においてはく離し、 $Re = 300$ までは突起上面に再付着する。 $Re \geq 400$ では突起前縁よりはく離したせん断層は突起後方の壁面に再付着し一つの大きなはく離泡を形成する。また、はく離泡の中心部には時間平均的に順流が生じているのがわかる。 $Re = 700, 1000$ になるとせん

Fig. 2 Computational grid

Fig. 3 Streamlines

Fig. 4 Reattachment length

断層の不安定さが著しくなる結果急激にはく離領域は小さくなり、突起背面直後にかなり大きな二次渦が形成され、また突起上流に形成されるはく離泡も大きくなり上流側に伸張した形となっている。なお、 $Re=700, 1000$ において流線は多少振動しているが、これは二次元計算のためにスパン方向の渦度拡散がなく、再付着点よりかなり下流においても放出された渦塊が存在し、きわめて複雑な流れとなっていることによる。一方、 $Re \geq 300$ でははく離せん断層の下壁面への再付着により主流流路が増加するためはく離泡後半部に逆圧力こう配が生じ上壁にもはく離泡が形成されるのがわかる。

図4にレイノルズ数による時間平均再付着長さ X_R

の変化を表す。また本計算と同一条件下の Ota-Kaga⁽⁷⁾ の計算結果を比較のために示す。流れは $Re=300$ までは定常であり、 $Re \geq 400$ では非定常となる。 $Re=400$ までは Re とともに慣性力が增大するため X_R は増加するが、 $Re \geq 500$ では急激に減少する。これは Re の増加に伴い流れの非定常性が著しくなることにより、はく離せん断層の揺動が大きくなり、下流壁面への再付着が早まることによる。同様な傾向は Tropea ら⁽³⁾ の実験でも確認されている。 $Re=1000$ と 700 の結果の相違は小さく、そのような比較的高いレイノルズ数になるとはく離せん断層の不安定性に大きな変化は生じないことを示している。また本計算と Ota-Kaga の結果と比較すると、 Re の増加に伴い本計算値はいくぶん低い値となっているが、彼らの計算格子に比較し本計算ではかなり細かい格子を使用して計算精度の向上をはかっていることが主要な原因と考えている。

図5は $Re=500$ における渦度分布と温度分布の時間変化を示す。突起前縁ではく離したせん断層は下流に行くに従い渦に巻き上がり、はく離泡を形成し、再付着点近傍から放出される。放出された渦は、合体・成長を繰返しながら下流へと流される。また、上壁面に形成された渦も合体・成長後下壁面に接近し、再付着点近傍より放出された渦と互いに複雑に干渉しながら下流へと流されていく。温度分布については、突起面で加熱された流体がはく離せん断層に沿って下流に拡散しながら流されているのが確認できる。しかし、突起近傍では等温線は時間とともにほとんど変化していない。これはせん断層の渦への巻き上がりと下流への放出が突起よりかなり下流において生じるためにそれらの突起まわりの温度場に与える影響がごく小さいことによる。

図6は $Re=1000$ における渦度分布と温度分布の時間変化を示す。 $Re=500$ とは異なり突起のすぐ背後で渦の巻き上がりが生じている。時間の経過とともに大規模渦へと成長し、突起背面下端の二次渦を伴って下流側に放出される。下流における流れは渦による強い混合作用によりかなり乱れている。また、 $Re=500$ と比較してかなり周期的に渦が放出される。その放出周波数はおよそ $0.098 U_o/h$ である。温度分布については、突起面で加熱された流体塊は大規模渦とともに下流に流され、強い混合作用によってより上流側で流路幅全体に拡散されている。また突起背面では $Re=500$ の場合に比較して、等温線がかなり密となり、大規模渦により熱伝達が促進されている。

図7は各突起面における壁面摩擦係数 C_f とヌッセ

 (a) Vorticity contours ($Re=500$)

 (b) Temperature contours ($Re=500$)

Fig. 5

ルト数 Nu 分布の時間変化を $Re=1000$ の場合について示す。突起前面では C_f および Nu 共に時間による変化はほとんどみられず、角近傍で C_f および Nu ともに大きな値を示す。突起上面では再循環領域内にあるために C_f は負の値を示し、 Nu も低い。突起背面では C_f および Nu とも時間とともに大きく変化し、 $T=0$ においては C_f が負となる位置近傍で Nu が極大値を示し、時間の進行とともにその位置が突起上端に近づくことが示されている。これは突起背面近傍において大規模渦が形成され、また二次渦が形成される

 (a) Vorticity contours ($Re=1000$)

 (b) Temperature contours ($Re=1000$)

Fig. 6

 Fig. 7 Time variations of instantaneous Nusselt number and friction coefficient ($Re=1000$)

ことにより主流の低温流体が突起背面近傍に流入することによる。また $T=2$ において最も熱伝達が促進されているのがわかる。結果は省略するが $Re=700$ についても同様である。しかしながら、 $Re=500$ では突起面における C_f および Nu の時間による変化はほとんどない。これは突起前面の角ではなく離れたせん断層は、突起のかなり下流において渦に巻き上がるため、渦構造は突起近傍の熱移動に影響を及ぼさないことによる。

(a) $Re=500$ (b) $Re=1000$

Fig. 8 Time variation of friction coefficient

図8に突起後方下壁における壁面摩擦係数 C_f の時間変化を示す。 $Re=500$ においては、 $(x-W)/h=4$ 近傍まで $C_f=0$ となっており、それより下流において C_f の変化がみられる。 C_f が負の極値を取る位置に大規模渦が存在しており、その位置は時間とともに下流へと移動する。 $T=6$ において上流に存在する二つの C_f 負の極値が、 $T=8, 10$ においては合体し、一つの渦となっている。下流に行くに従い C_f は減少し下流において渦はかなり拡散されている。 $Re=1000$ においては、 $Re=500$ 同様大規模渦の存在する位置で C_f は負の値を取り時間とともに下流へと移動するが、 $|C_f|$ の値は $Re=500$ と比較して大きく下流においても大きな値となっている。下流においては上壁面で形成された渦との干渉により、新たな C_f 負の極値が形成されている。突起背面近傍においては、せん断層が巻き上がるときに形成される二次渦により C_f が正の値となっている。

図9に時間平均局所ヌセルト数 $\overline{Nu}$ 分布を示す。突起前面では Re の増加とともに $\overline{Nu}$ は増加する。突起上面では Re が300までは Re とともに $\overline{Nu}$ はわずかながら増加するが、 Re が400になると突起上面ははく離泡の内部に没入し $\overline{Nu}$ は低下する。 $Re=700, 1000$ では突起背面近傍からの渦放出に伴い突起上面後方部において渦が形成され、後縁に近づくにつれ $\overline{Nu}$ は著しく大きな値を示す。また突起背面では他の面と同様に $Re \leq 500$ では Re の増加とともに $\overline{Nu}$ はわずかに増加する。 $Re=400, 500$ においては、突起前縁ではなく離れたせん断層は、突起の十分下流において渦に巻き上がるため、渦構造による混合作用が突起背面にほとんど影響を及ぼさないことがわかる。しかしながら $Re=700, 1000$ においては、突起背面の近傍においてせん断層の巻上がりが生じ、大規模渦へと急速に成長するため、この渦構造によって背面で加熱された流体は下流へ持ち去られる。したがって Re

Fig. 9 Time averaged local Nusselt number

Fig. 10 Time averaged mean Nusselt number

$Re=700, 1000$ では突起背面において $\overline{Nu}$ はきわめて高い値を示す。

図 10 には各面における平均ヌッセルト数 $\overline{Nu_m}$ の Re による変化を示す。突起前面の値は Re とともにほぼ直線的に増加する。突起前面、上面、背面の値を比較すると、 $Re \leq 300$ においては突起上面の値が大きく、突起背面の値は小さいが、 $Re=400, 500$ では突起上面の値が Re とともに減少し突起前面の値が最大となり、 $Re=700, 1000$ においては突起背面で最大値、前面で最小値となる。これは、 $Re=700$ 以上においては前述のごとく突起背面近傍から渦が放出され、またそれによって上面下流においても熱伝達が促進されるためである。突起全面の平均値は $Re=300$ までは Re とともに増加し、 $Re=500$ までいったん減少した後再び Re とともに増加する。

5. 結 言

平行壁面流路内の角柱状突起まわりの二次元流れおよび熱伝達に関して、 $H/h=3$, $W/h=2$, $Re=100 \sim 1000$, $Pr=0.7$ について数値計算を行った。特に流れの非定常特性と熱伝達特性との関連を明らかにした。得られた結果は次のとおりである。

- (1) 再付着長さはレイノルズ数とともに増加するが、 $Re \geq 500$ になると流れの非定常性が強くなって急激に減少し、 $Re=700, 1000$ では著しく短くなる。
- (2) $Re \geq 500$ では突起前縁ではなく離れたせん断

層は、下流に行くに従い渦に巻き上がり大規模渦へと成長し、再付着点近傍より放出される。この放出された渦は、上壁面で発生した渦と複雑に干渉しながら下流へと流されていく。

(3) $Re=400, 500$ では、突起前縁ではなく離れたせん断層は突起のかなり下流において渦に巻上がるため、大規模渦による局所ヌッセルト数の促進はほとんどない。しかしながら $Re=700, 1000$ においては、突起背面近傍においては離れたせん断層の巻上がりが生じ、大規模渦へと成長するために、この渦構造による混合作用によって突起背面の局所ヌッセルト数分布の時間変化は著しい。したがって、時間平均局所ヌッセルト数は特に背面において著しく増加する。

(4) 突起全面の平均ヌッセルト数は $Re \leq 300$ まではレイノルズ数とともに増加し、 $Re=400, 500$ でいったん減少した後再び増加する。突起背面では $Re \geq 700$ において突起背面近傍の渦放出により急激に増加する。

なお本研究を行うにあたり当時東北大学学生であった梅野英智氏に協力いただいた。また本計算は東北大学大型計算機センターのスーパーコンピュータ SX-3/44 R と東北大学流体科学研究所のスーパーコンピュータ CRAY-YMP 8 を使用して行った。ここに併せて謝意を表する。

文 献

- (1) 柳田武彦・中山恒・根本武夫, 機論, **50**-453, B(1984), 1294-1301.
- (2) Hsieh, S. S., Shih, H. J. and Hong, Y. J., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **33** (1990), 1987-1999.
- (3) Tropea, C. D. and Gackstatter, R., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **107** (1985), 489-494.
- (4) 斉田浩明・非澤成聡・本間克則・河村洋, 第31回日本伝熱シンポジウム講演論文集, **3**(1994), 847-849.
- (5) 五十嵐保・高崎博美, 機論, **55**-519, B(1989), 3341-3348.
- (6) Aiba, S., *Wärme Stoffübertrag.* **25** (1990), 85-91.
- (7) Ota, T. and Kaga, Y., *Heat Transf. 3rd UK Natl. Conf. Incorpor. 1st Europ. Conf. Thermal Sci.* **2** (1992), 797-804.
- (8) Amsden, A. A. and Harlow, F. H., *J. Comput. Phys.*, **6** (1970), 322-325.
- (9) 太田照和・柳岡英樹, 機論, **61**, B(1995), 2213-2220.
- (10) Han, T. Y., Meng, J. C. S. and Innis, G. E., *J. Comput. Phys.*, **49** (1983), 276-297.