壁面の局所的振動が流れのはく離に及ぼす影響*

中村雅英^{*1}, 船田泰史^{*2}

Effect of Locally Oscillating Wall on the Structure of Separation Bubble

Masahide NAKAMURA and Yasushi FUNADA

The laminar flows through a two-dimensional channel constructed of a fixed stenosis and a oscillating wall were calculated numerically in order to evaluate the effect of locally oscillating wall on the structure of separation bubble. In this study, the moving boundary problem was transformed into the fixed boundary problem using the coordinate transformation method. The calculated results are summarized as follows: (1) The local oscillation of wall has an effect to decrease the length of separation bubble. This effect becomes clear with the increase in the amplitude of wall oscillation. (2) Time averaged pressure drop of the flow through a channel is hardly affected by the local oscillation of wall. (3) The time course of the pressure difference across the oscillating region is strongly affected by the time course of the wall height even if the amplitude of wall oscillation is much smaller than the width of channel.

Key Words: Viscous Flow, Separation, Pressure Distribution, Finite Difference Method, Internal Flow, Moving Boundary Problem

1. 緒 言

能動的に振動する壁面近傍の流れは、工学的および生体工学的な観点から極めて興味深い流れである。しかし、そのような流れに関する理論的な研究は、解析の困難さのためあまり多くない。そこで著者らは、能動的に振動する壁面を有する二次元平行平板間の流れを数値的に解析して、壁面の能動的な振動が流れ場や圧力分布に与える影響を明らかにしてきた⁽¹⁾⁽²⁾。

さてこれらの研究⁽¹⁾⁽²⁾では、二次元平行平板間の流れを対象としているので、壁面が振動しないときにははく離は存在せず、一方向に流れることになる。しかしながら、現実の流れはこのような単純な流ればかりでないことはあきらかである。そこで本研究では、固定狭さくを含む二次元平行平板間の流れを解析の対象とした。このような流れでは、狭さくの形やレイノルズ数にも依存するが、多くの場合狭さくの背後ではく離が発生する。このとき、「はく離領域の近傍で壁面の一部を能動的に振動させると、このはく離領域はど

のように変化するのだろうか」という疑問が沸く。その疑問に答えるのが本研究の目的である。壁面の振動がはく離域の構造に何らかの影響を与えることは容易に予想されるがこの問題に関する理論的な研究はまだほとんど行われていない。

実際の解析では、まず壁面の高さが時間とともに正弦波状に変化する場合に対して解析を行い、壁面を振動させる位置、壁面の振動周波数、壁面の振動振幅の3個のパラメータが流れ場に及ぼす影響について考察した。さらに、壁面の高さが時間とともに正弦波状に変化しない場合についても解析を行い、正弦波状に変化する場合との相違についても考察した。

2. 主 要 記 号

D_0 : チャネルの幅
 F : 壁の高さを示す関数
 G_0 : 固定狭さくの形状を示す関数
 G_1 : 振動壁の形状を示す関数
 h : 壁の高さの時間変化を示す関数
 h_w : 振動壁の最大高さ(振幅の2倍)
 L_s : はく離領域の長さ
 p : 圧力
 $\bar{p}$: y 軸方向に平均した圧力

* 原稿受付 1997年3月25日。

^{*1} 正員、秋田大学鉱山学部 (☎ 010-8502 秋田市手形学園町1-1)。^{*2} 学生員、秋田大学大学院。

Re : レイノルズ数
 St : ストローク数
 t : 時間
 T_w : 壁の振動周期
 u_f : 代表速度 (入口における断面平均速度)
 x, y : 座標成分
 Δp : $x=0$ および $x=10D_0$ 間の圧力差
 β : 振動壁の中心位置
 μ : 粘性係数
 ν : 動粘性係数
 ξ, η : 変換後の座標成分
 ρ : 密度
 τ : 変換後の時間
 τ_w : 壁面せん断応力
 ϕ : 流れ関数
 ω : 渦度

3. 解析モデル・解析方法

3.1 解析モデル 解析モデルを図1に示す。今回の研究では、形状が時間とともに変化しない固定狭さく、形状が時間とともに変化する振動壁を含む二次元チャンネル内流れを解析の対象とした。図1において下部の壁の高さを表す関数 F は次式で与えられるものとする。

$$F = G_0 + G_1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$G_0 = 0.2D_0 \cdot \exp[-5.0(x/D_0 - 2)^2] \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$G_1 = h_w \cdot \exp[-5.0(x/D_0 - \beta)^2] \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$h = [1 - \cos(2\pi t/T_w)]/2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで π は円周率である。これらの式において、 G_0 は固定狭さくの形状を示しており、 G_1 は振動壁の形状を示している。よってこれらの式から、壁面振動の中心位置は β で表され、壁面の高さの時間変化は関数 h で表されることがわかる。また壁面の振動振幅が $h_w/2$ であることもこれらの式から容易に理解することができる。次に入口速度分布であるが、本研究では簡単のため、入口速度分布として完全に発達した定常流の分布を用いた。そしてその断面平均値を u_f とし、この値を代表速度として用いた。

今回の解析において、流れ場を特徴づける無次元数

Fig.1 Schematic view of flow configuration

は容易に予想されるようにレイノルズ数とストローハル数である。これらの無次元数は u_f 等を用いて次式で定義される。

$$Re = \rho u_f D_0 / \mu, \quad St = D_0 / (u_f T_w) \quad \dots\dots\dots (5)$$

3.2 基礎方程式・解析方法 本研究における基礎方程式および解析方法は既報⁽²⁾とほぼ同じであるため、要点のみ示す。

(1) 基礎方程式はもちろんナビエ・ストークスの方程式であるが、ここでは渦度 ω と流れ関数 ϕ を用いて書き直した式を用いる。すなわち

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial y} \right] = \nu \Delta \omega \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$-\omega = \Delta \phi \quad \dots\dots\dots (7)$$

である。ただし Δ は二次元のラプラシアンである。

(2) 次に Ralph Pedley⁽³⁾にしたがって、独立変数を x, y, t から ξ, η, τ に変換する。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= x, & \eta &= D_0(y - F)/(D_0 - F) \\ \tau &= t \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

この変換により、壁は $y = F$ および $y = D_0$ であったのが、 $\eta = 0$ および $\eta = D_0$ になる。すなわち ξ - η - τ 系では壁は時間とともに変形しない矩形になるので、問題は固定境界値問題に変換される。本研究では、 F を表す式が既報⁽²⁾よりも複雑になるが、本質的には同じ式で固定境界値問題に変換することができる。

今回の解析において、式(8)の座標変換を用いることの利点について少し説明を行う。このような移動境界値問題を解析する方法には、Boundary Fit 法⁽⁴⁾などが挙げられ、Boundary Fit 法のほうがはるかにはん用性に富んでいる。しかしながら、本解析において実用上最も重要かつ興味深いのは、式(3)における h_w の値が十分小さいときの結果であると思われる。すなわち、壁を大きな振幅で振動させることは必要となるエネルギー等の理由から実用上困難になることが多いからである。さて h_w が小さいときには、容易に予想されるように壁の運動に伴うメッシュの変形は小さい。そのため、Boundary Fit 法のようにメッシュの位置を数値的に計算する場合には数値誤差が相対的に無視できなくなり、結果の信頼度が低下する可能性がある。これに対して本手法では、変換方法が解析的に与えられているので座標変換に伴う数値誤差は考慮しなくてもよい。そのため、精度の高い解が得られることが予想される。以上の議論から、式(8)の変換は適用範囲に限られるものの、本研究で対象とする問題には極めて適していることがわかる。

(3) 次に境界条件について述べる。今回の解析では、先に述べたように入口では完全に発達した二次元

チャンネル内定常流の速度分布を与え、出口では自由流出条件を用いた。またチャンネル上面では、流れ関数に関しては ϕ —一定の条件を用い、渦度に関してはいわゆる Woods の条件⁽⁵⁾を用いた。さらにチャンネル下面に関しては、壁の運動を考慮した流れ関数の境界条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \partial\phi/\partial y|_{y=F} &= 0 \\ \partial\phi/\partial x|_{y=F} &= -\partial F/\partial t|_{y=F} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

なお渦度に関しては、下面でも上面と同じく Woods の条件を用いたが、実際の解析では座標を ξ - η - τ 系に変換し、固定境界値問題にしてから Woods の条件を適用した。

(4) 最後に圧力分布の解析方法について述べる。式(6)および式(7)から流れ関数は求められるので、それを微分することにより速度分布は計算できる。その結果を ξ - η - τ 系におけるナビエ・ストークスの方程式に代入することにより圧力の微分係数は求まる。そしてその値を数値積分することにより、圧力分布は計算できることになる。なお、圧力の境界条件として入口で $p=0$ とした。

今回の解析は既報⁽²⁾ とほぼ同じであるが、基礎方程式がやや複雑になったことと、多くのパラメータを変化させたことにより、多くの計算時間を要した。すなわち、本研究での数値計算にはエンジニアリングワークステーション NEC EWS 4800/320 を用いたが、すべての計算を行うためには 300 h 程度必要であった。

4. 解析結果および考察

4.1 解析条件 今回の解析は層流の範囲内で行ったので、レイノルズ数の値は $Re=500$ に固定した。そして壁面の振動周期、壁面を振動させる位置、および壁面の振動振幅の3個のパラメータを変化させて解析を行った。なお、壁面の振動周期を無次元化した値はストローハル数 St で表され、壁面を振動させる位置と壁面の振動振幅を無次元化した値はそれぞれ β および h_w/D_0 で表される。先に述べたように、今回の解析では h_w の値が小さいときの結果が実用上重要

Fig. 2 Flow pattern (Fixed wall, $Re=500$)

であるから、ここでは $h_w/D_0=0.02, 0.04$ と定め、この2ケースに対し解析を行った。

4.2 解析結果・考察 まず流線に関する結果から考察する。壁が振動しないときの結果を図2に、壁が振動するときの結果を図3にそれぞれ示す。図2, 3において、レイノルズ数の値は先に述べたように $Re=500$ である。また図3における壁の振動条件は $St=0.1$, $\beta=3.0$, $h_w/D_0=0.02$ で与えられる。なお図2, 3では、図を見やすくするために流線間の間隔(流量)を変化させていることに注意すべきである。さら

(a) $t/T_w=0.0$

(b) $t/T_w=0.25$

(c) $t/T_w=0.50$

(d) $t/T_w=0.75$

Fig. 3 Flow pattern (Oscillating wall, $Re=500$, $St=0.1$, $\beta=3.0$, $h_w/D_0=0.02$)

に本研究における最も興味深い結果は、はく離領域近傍の結果であるから、図2および図3では $2.0 \leq x/D_0 \leq 4.0$ における結果が示されている。図2は壁面が振動しないときの結果であり、狭さくの背後においてははく離泡の存在が認められる。壁の振動に伴うはく離泡の変化は図3に示されている。図3から $t/T_w=0.0$ のときの流線の分布は図2の結果とほとんど同じであることがわかる。しかし、時刻が $t/T_w=1/4$ になると、はく離泡の形状は大きく変化する。これは壁が上昇することにより流体を押し出し、あたかも壁から流体が沸き出しているような効果を生じさせるからである。流線が壁と交差している理由もこの考察から明らかであろう。その後、時刻が $t/T_w=1/2$ になり、振動壁の高さが最大になると、はく離泡の大きさが図2のときよりも小さくなることがはっきりと認められる。なお図3では β の値は3.0なので、 $x/D_0=3.0$ の位置(図の中央)において突起が見られるはずである。しかし、 h_w の値は D_0 よりもはるかに小さいので図3からはそのような突起がほとんど認められない。したがってこの結果は、このような小さな振幅の振動でもはく離泡の大きさを変化させることができるということを示しており、注目し得る結果であることがわかる。その後 $t/T_w=3/4$ にあると、壁は下に動くので流体は下向きの速度をもつようになる。その結果、壁が流体を吸い込んだように見え、はく離泡の形状は大きく変化する。

続いて壁面せん断応力について考察する。結果の一例を図4および図5に示す。図4は図3と同じ条件下で解析したものであり、はく離領域近傍における壁面せん断応力の分布を示している。図4において、壁面を振動させないときの結果は実線で示されている。図4から、壁面を振動させないときには $x/D_0=2.3$ 付近

において流れがはく離し、 $x/D_0=3.4$ 付近で再付着していることがわかる。しかし壁面を振動させると図4のように再付着位置が変化し、はく離領域が短くなることがわかる。この結果は流線に関する考察から得られたことと当然一致する。 h_w/D_0 の値をさらに大きくした場合の壁面せん断応力の分布は図5に示されている。図5から、 h_w/D_0 の値を大きくすると壁面の振動がはく離領域を小さくする効果はさらに顕著になることがわかる。この結果は直感的に納得できるものである。

血液流の観点からすると、はく離は動脈硬化や血栓などのさまざまな病変の原因となる可能性がある⁽⁹⁾。そのため、壁面の振動がはく離領域を小さくする効果を有するというこの結果は極めて興味深いものである。ただし、実際の生体内でこの効果が存在しているか否かはいまだ不明である。これに関する議論は今後の課題であろう。また工業的な観点からすれば乱流の場合に対する検討が重要である。これに関する研究も今後の重要な課題である。

次にはく離領域の長さに及ぼすさまざまなパラメータの影響について考察する。 h_w/D_0 の値がチャネル幅で無次元化したはく離領域の長さ L_s/D_0 に及ぼす影響は図6に示されている。なお図6において、はく離領域の長さは壁面せん断応力がマイナスとなる領域の長さとして定義している。図6から、はく離領域の長さは時間とともに変化していることがわかるが、壁面を振動させないときにはく離領域の長さは $L_s/D_0=1.1$ であることに注意すれば(図4)、振動を与えることによりはく離領域の長さが短くなっていることが認められる。そして h_w/D_0 の増加とともにこの効果は顕著になることもわかる。当然、これらの結果は壁面せん断応力の結果から得られたことと矛盾しない。続いて

Fig. 4 Distribution of wall shear stress ($Re=500$, $St=0.1$, $\beta=3.0$, $h_w/D_0=0.02$)

Fig. 5 Distribution of wall shear stress ($Re=500$, $St=0.1$, $\beta=3.0$, $h_w/D_0=0.04$)

Fig. 6 Length of the separated flow region (Effect of h_w/D_0 , $Re=500$, $St=0.1$, $\beta=3.0$)

Fig. 8 Length of the separated flow region (Effect of St , $Re=500$, $\beta=3.0$, $h_w/D_0=0.02$)

Fig. 7 Length of the separated flow region (Effect of β , $Re=500$, $St=0.1$, $h_w/D_0=0.02$)

Fig. 9 Pressure distribution ($Re=500$, $St=0.1$, $\beta=3.0$, $h_w/D_0=0.02$)

壁面を振動させる位置 β の効果について考察する。 β の値がはく離領域の長さを与える影響は図7に示されている。図7から、この3個のパラメータの中では $\beta=3.0$ が最もはく離領域を小さくすることがわかる。さて先ほど述べたように、壁を振動させないときにははく離領域は $2.3 \leq x/D_0 \leq 3.4$ にあることが図4よりわかる。そのため、 $\beta=3.0$ が最もはく離領域を小さくするという結果は、「はく離領域の長さを短くするためには、はく離領域の中心付近において壁面を振動させることが最も有効である」と言い換えることができる。この結果も直感的に理解できるものであるが、理論的に示されたのは本研究が初めてであると思われる。図8は壁の振動周期がはく離長さに及ぼす影響を示している。ここで壁の振動周期はストローハル数 St で表されている。図8から、 t/T_w の値が0.5以下の領域では、ストローハル数を増加させるとはく離領域は短くなるが t/T_w の値が0.5を超えたあたりからこの関係は逆転し、ストローハル数を増加させるとはく離領域は長くなることがわかる。このように、スト

ローハル数がはく離領域の長さに与える影響は複雑であることがわかる。

次に圧力分布について考察する。結果の一例を図9に示す。図9は y 軸方向に平均した圧力 $\bar{p}$ の軸方向分布を示しており、 $Re=500$, $St=0.1$, $\beta=3.0$, $h_w/D_0=0.02$ の結果である。ただし $\bar{p}$ は次式で定義される。

$$\bar{p} = \frac{1}{D_0 - F} \int_F^{D_0} p dy \dots\dots\dots (10)$$

また図9中に実線で示されているのは、壁を振動させないときの結果である。図9において β の値は3.0であるから、壁面の振動は振動している部分の下流側すなわち x/D_0 の値がほぼ3.0以上の領域において圧力分布に影響を与えていることがわかる。そして壁面の振動により流れは非定常流になるので、圧力は周期的に変化していることがわかる。この圧力の変化を時間積分して一周期における平均圧力損失を計算してみるとその値は壁面を振動させないときの値と一致した(図は省略)。さらに、今回解析したすべての結果に対

して同じ解析を行ったところ、すべての場合に対して壁を振動させたときの平均圧力損失は壁を振動させないときの値と一致した(図は省略)。すなわち今回の解析範囲内で、壁の局所的振動ははく離領域を小さくする効果を有するが平均圧力損失には影響を与えないことがわかった。

以上の解析は式(4)からわかるように、壁の高さが時間とともに正弦波状に変化するという条件のもとで行われたものである。しかし、この h の関数形が変化すれば、異なった結果が得られることは容易に予想できる。そこで、 h の関数形を変えてその影響について考察する。ここでもう一度図8を見てみよう。先に述べたように $t/T_w < 0.5$ ではストローハル数が大きいほどはく離域は短くなり、 $t/T_w > 0.5$ ではストローハル数が小さいほどはく離域は短くなる。さて式(4)より、 $t/T_w < 0.5$ では壁面は上昇し、 $t/T_w > 0.5$ では壁面は下降することがわかる。このことと、先のストローハル数依存性とを加味すれば、壁面が素早く上昇しゆっくり下降するときにはく離域は最も短くなることが予想される。そのような挙動を示すように、ここでは次なる関数を用いる。

$$h = k \frac{(t/T_w)^3(1-t/T_w)^3}{300(t/T_w)^3 + 0.1} \quad \text{.....(11)}$$

ここで k は h の最大値が1になるように定める。この関数を図10に示す。

式(11)を用いて解析を行い、式(4)を用いたときの結果と比較しよう。図11にはく離領域の長さ時間変化を示す。図11において、用いたパラメータの値は $Re=500$, $St=0.1$, $h_w/D_0=0.02$, $\beta=3.0$ である。図11から、式(11)を用いるとはく離域は最初急激に小さくなるが、これは式(11)の関数形から明らかである。しかしながら、はく離域はその後しだいに長くなり式(4)に従った場合の結果よりも長くなることわかる。これは、当初の予想とは異なる結果であ

Fig. 10 Time course of function h

り、 h の関数形とはく離領域の長さとの関係は当初予想したほど単純ではないことがわかる。しかしながら、 h の関数形がはく離領域の変化に強い影響を与えることは図11からも明らかである。今後、 h の関数形とはく離領域の長さとの関連はさらに研究する必要があると思われる。

このように h の関数形ははく離域の長さに強い影響を与えるが、圧力差にも強い影響を与えることが解析の結果示された。 $x/D_0=0.0$ と $x/D_0=10.0$ の間における圧力差を Δp とする。 Δp を動圧で無次元化した値を図12に示す。なお図12における解析条件は図11の解析条件と同じである。図12から、壁の高さの時間変化が式(4)で表される場合と、式(11)で表される場合とでは Δp の変化に大きな差が生じることがわかる。さらにこの値を1周期に対して積分し、1周期における平均圧力損失を調べてみると、その値は壁が振動しないときの値と一致することがわかった(図は省略)。すなわち h の関数形を変えても1周期におけ

Fig. 11 Length of the separated flow region (Effect of the form of h , $Re=500$, $St=0.05$, $\beta=3.0$, $h_w/D_0=0.02$)

Fig. 12 Time course of pressure difference (Effect of the form of h , $Re=500$, $St=0.05$, $\beta=3.0$, $h_w/D_0=0.02$)

る平均圧力損失は変化しないことがわかる。

本研究において示された結果は、壁面の振動とはく離領域との関連を理解するうえで極めて重要な意義を有するものと考えられる。今後、さらに多くのパラメータを変化させ、壁面の振動がはく離領域に与える影響を系統的に考察することが必要であると思われる。

5. 結 言

固定狭さくを含む二次元平行平板間流れにおいて、壁面の局所的な振動がはく離に与える影響を数値的に解析した。この問題は移動境界値問題となるので、本研究では座標変換により固定境界値問題に変換する方法を採用して解析した。

まず、壁面の高さが時間とともに正弦波状に変化する場合について解析した。この結果、壁面の局所的な振動は、はく離領域を小さくする効果を有することが示された。さらにこの効果は、壁の振幅が大きく、はく離領域の中心付近において壁面を振動させたとき顕

著になることがわかった。しかしながら、壁面を振動させても1周期における平均圧力損失は変化しないことが示された。

さらに壁面の高さが時間とともに正弦波状に変化しない場合についても解析した。その結果、はく離領域の時間変化などが先の場合と比べ異なってくるが、最も顕著な差は圧力差の時間変化に現れることがわかった。

文 献

- (1) 中村雅英・木場光哉・佐藤温志, 機論, **59**-567, B (1993), 3308-3312.
- (2) 中村雅英・有藤嘉郎, 機論, **62**-595, B (1996), 940-945.
- (3) Ralph, M. E. and Pedley, T. J., *J. Fluid Mech.*, **190** (1988), 87-112.
- (4) 梅垣菊男, 機論, **54**-505, B (1988), 2399-2407.
- (5) 日本機械学会編, 流れの数値シミュレーション, (1988), 90-91, コロナ社.
- (6) 岡小天, バイオレオロジー, (1984), 251-270, 裳華房.