乱れの壁面近傍における強い非等方性を考えに入れた 応力方程式モデル*

(第2報, 乱流モデルの評価)

狩 野 正 徳^{*1}

Reynolds-Stress Model Taking into Account Strong Anisotropy of Wall Turbulence

(2nd Report, Assessment of the Model)

Masanori KANO

A new Reynolds-stress model developed by the author is assessed for the computations of turbulent Couette flow and turbulent rotating channel flow. The turbulent Couette flow has two distinctive properties. In the wall layer the flow is a wall turbulence, but the flow is also a plane homogenous shear flow in the core region. The turbulent rotating channel flow is affected with Coriolis forces associated with the rotation. There is no direct effect of rotation on the turbulence energy budget, but in the budget for the Reynolds-stress tensor, the rotational term appears explicitly. Thus, the two flows are suitable for the assessment of the Reynolds-stress model. The computational results are compared with the available experimental data, which shows that the performance of this Reynolds-stress model is good.

Key Words: Shear Flow, Turbulence, Turbulent Flow, Reynolds-Stress Model, Rotating Channel Flow

1. ま え が き

乱流現象を予測する代表的な方法として、応力方程式モデルを挙げることができる。応力方程式モデルはまだ適用例は少ないが、着実に予測範囲を広げつつある。近年に至るまでは、壁面付近で壁法則につなが高レイノルズ数モデルによる予測が大多数を占めていたが⁽¹⁾⁽²⁾、近年では物理的な壁面境界条件を用いる応力方程式モデルが提案され^{(3)~(6)}、エネルギーバランスにまで至ったきめ細かな検討がされつつある⁽⁷⁾⁽⁸⁾。この方法では、Reynolds 応力テンソルはその輸送方程式によって直接求めるため、壁面付近での Reynolds 応力テンソルの非等方性や、Reynolds 応力テンソル間のエネルギー交換に支配されて発生する現象も再現することができると思われ。しかし、現在のところ Reynolds 応力テンソルの非等方性が最も強い壁面近傍での正しい予測は得られていない。

第1報⁽⁹⁾では、壁乱流が壁面近傍で二次元乱流に漸近する事実⁽¹⁰⁾をふまえたうえ、既存の乱流モデルがことごとく三次元乱流を念頭に考案され、壁面近傍の

二次元的な乱流を表現できていないこと、二次元乱流のそれ独特の特徴が回転系に現れること⁽¹¹⁾を根拠に既存の乱流モデルの不足点を明確にし、物理的な壁面境界条件を用いる著者の応力方程式モデルを発展させ、壁面近傍で回転系での Reynolds 応力テンソルの輸送方程式の満たす性質を考慮した応力方程式モデルを提案した。そして、その基本的特性を、提案した乱流モデルによるチャンネル流の予測と実験結果との比較を通じて考察した。その結果、Reynolds 応力テンソルの非等方性が最も強い壁面近傍で、より正しい挙動の予測が得られることを確認している。ただし、乱流現象の予測方法の確立をするには、より広範囲の乱流現象に対して予測性能を評価しなければならない。

本報では、二次元クエット乱流および回転流路内乱流の予測結果を既存の実験結果との比較を通じて検討し、前報で提案した乱流モデルを評価する。二次元クエット乱流は壁領域で壁乱流、コア領域で一様せん断乱流といった二面的な性格をもっており⁽¹²⁾、また壁乱流および一様せん断乱流はともに最も基本的な流れでもあるため、乱流モデルの検証には適している対象であると考えられる⁽⁴⁾。回転流路内乱流(スパン方向の軸のまわりに一定角速度で回転するチャンネル内の乱流)は、乱流構造がコリオリの力の影響を強く受け、回

* 原稿受付 1997年8月11日。

^{*1} 正員、群馬工業高等専門学校(☎ 371-8530 前橋市鳥羽町580)。

転流路の圧力側では不安定化し乱れのエネルギーが増加しており、負圧側では反対に安定化している特徴をもっている^{(13)~(17)}。コリオリの力の効果は二方程式モデル以下のレベルの乱流モデルには輸送方程式の中に間接的にしか含まれないが、応力方程式モデルには直接含まれるため、この流れは応力方程式モデルの検証には適している。また、第1報で提案した乱流モデルの導出された理論的経緯からも、この流れは本乱流モデルを検証するのに適切な流れであるといえる。

2. 基礎方程式

2.1 平均場の基礎方程式 x_3 軸を軸に角速度 Ω で反時計回りに回転するカーチン座標系 x_i をとる。この座標系上で、流速 u_i 、圧力 p を平均部 $\bar{u}_i$, $\bar{p}$ とかく乱部 u'_i , p' に分離する。三次元非圧縮性 Navier-Stokes の方程式および連続の式に、上記回転座標系上でアンサンブル平均操作を施すことにより平均場の基礎方程式が得られる⁽¹⁷⁾。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - 2\Omega \varepsilon_{3ij} \bar{u}_j = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j} - \nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

ここに、 t は時間、 ν は分子動粘性係数、 p は換算圧力⁽¹⁷⁾ および ε_{ijk} はエディントンのイプシロンである。下付き添字 $i, j=1, 2, 3$ で、同じ添字のある項には Einstein の和の規約を当てはめる。応力方程式モデルでは式(1)、(2)以外に Reynolds 応力テンソルと乱流散逸の輸送方程式を加えることにより方程式系を完結する。

2.2 新たな応力方程式モデル 本研究で用いる壁面まで適用できる Reynolds 応力テンソル $\overline{u'_i u'_j}$ のモデル輸送方程式は次のようである⁽⁹⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \overline{u'_i u'_j} + \bar{u}_k \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u'_i u'_j} - 2\Omega (\varepsilon_{3jk} \overline{u'_i u'_k} + \varepsilon_{3ik} \overline{u'_j u'_k}) \\ = P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon + \phi_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(B_{ijk} - \nu \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u'_i u'_j} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)の P_{ij} , ϕ_{ij} および B_{ijk} はそれぞれ生産項、再分配項および乱流拡散項であり、

$$\phi_{ij} = \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{ij,2r} + \phi_{ij,w} + \phi_{ij,wr} + \phi_{ij,w1} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \phi_{ij,1} = -c'_1 \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) \\ - (c'_1 - c_{11}) \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u'_i u'_k n_k n_j} + \overline{u'_j u'_k n_k n_i} \\ + n_i n_j \overline{u'_k u'_i n_k n_l}) f_{w1} \quad \{n_k = (0, 1, 0)\} \quad \cdots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{ij,2} = -\frac{c_2 + 8}{11} \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) \\ - \frac{30c_2 - 2}{55} k \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \\ - \frac{8c_2 - 2}{11} \left(D_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) \quad \cdots (6) \end{aligned}$$

$$\phi_{ij,2r} = \frac{7c_2 - 10}{11} \Omega (\varepsilon_{3jk} \overline{u'_i u'_k} + \varepsilon_{3ik} \overline{u'_j u'_k}) (1 - f_{w1}) \quad \cdots (7)$$

$$\phi_{ij,w} = \left\{ \alpha \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) + rk \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right\} f_w \quad \cdots (8)$$

$$\phi_{ij,wr} = \alpha \Omega (\varepsilon_{3ik} \overline{u'_j u'_k} + \varepsilon_{3jk} \overline{u'_i u'_k}) (f_w - f_{w1}) \quad \cdots (9)$$

$$\phi_{ij,w1} = c_3 \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) f_{w1} \quad \cdots (10)$$

$$\begin{aligned} B_{ijk} = -c_s \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{u'_i u'_l} \frac{\partial}{\partial x_l} \overline{u'_j u'_k} + \overline{u'_j u'_l} \frac{\partial}{\partial x_l} \overline{u'_i u'_k} \right. \\ \left. + \overline{u'_k u'_l} \frac{\partial}{\partial x_l} \overline{u'_i u'_j} \right) \quad \cdots (11) \end{aligned}$$

$$P_{ij} = - \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right) \quad \cdots (12)$$

$$D_{ij} = - \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_j} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_i} \right) \quad \cdots (13)$$

$$P = \frac{1}{2} P_{ii} \quad \cdots (14)$$

$$c'_1 = c_1 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{1}{c_1} \right) f_w \right\} \quad \cdots (15)$$

$$c_3 = 2 - \frac{7c_2 - 10}{11} - \alpha \quad \cdots (16)$$

また、乱流散逸 ε のモデル輸送方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \\ = c_{\varepsilon 1} (1 + c_{\varepsilon 3} f_w) \frac{\varepsilon}{k} P - c_{\varepsilon 2} f_w \frac{\varepsilon \tilde{\varepsilon}}{k} + \xi \\ + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(c_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u'_k u'_l} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_l} + \nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) \quad \cdots (17) \end{aligned}$$

$$\xi = \left\{ \left(-2 + \frac{7}{9} c_{\varepsilon 2} \right) \frac{\varepsilon \tilde{\varepsilon}}{k} - 2 \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} \right\} f_w \quad \cdots (18)$$

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_l} \right)^2 \quad \cdots (19)$$

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon - \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_l \partial x_l} \quad \cdots (20)$$

ここに、モデル定数および修正関数は、

$$\begin{aligned} c_1 = 1.5, c_2 = 0.4, c_s = 0.11, \alpha = 0.45, \gamma = 0.08, \\ c_{\varepsilon} = 0.23, c_{\varepsilon 1} = 1.35, c_{\varepsilon 2} = 1.8, c_{\varepsilon 3} = 2.1, c_{11} = 1.0 \\ f_w = \exp\{-(0.025y^+)^4\} \quad \cdots (21) \end{aligned}$$

$$f_{w1} = \exp\{-(0.25y^+)^4\} \quad \cdots (22)$$

$$f_{\varepsilon} = 1.0 - \frac{0.4}{1.8} \exp\left\{-\left(\frac{R_t}{6}\right)^2\right\} \quad \cdots (23)$$

乱流レイノルズ数

$$R_t = \frac{k^2}{\nu \varepsilon}$$

k : 乱流エネルギー

壁座標

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}$$

u_τ : 壁面摩擦速度

y : 壁面からの距離

式(4)の $\phi_{ij,2r}$ および $\phi_{ij,wr}$ は座標系が回転していることにより生じた項である⁽¹⁷⁾。ただし、本乱流モデルでは壁面近傍で回転変換則を満たす乱流モデルが乱流モデル自体内に再構成されてあるので、壁面近傍でこの項が消えるように修正関数を導入する形をとってある。

上記応力方程式モデルは、Reynolds 応力テンソルと乱流散逸とで厳密な輸送方程式間に壁面において両立性があることに立脚して乱流モデルが構成されている。しかも、乱流モデル構築に際しては期待できる挙動と同程度の精度で議論がなされており、その結果、乱流モデルがバランスのとれた形になっている⁽⁴⁾。次に、本応力方程式モデルは壁乱流が壁面近傍で二次元乱流に漸近する点に着目し、特に回転系では二次元乱流が三次元乱流と著しく異なった特有の性質があり、これを乱流モデルに導入することを試み、再配分項を再構成している。壁面近傍での二次元的乱流場で回転系での変換則を満たすモデルは既存の乱流モデルではなく、この性質は乱流モデルに導入することによって満たすようにできる⁽⁹⁾。

3. 計算方法および境界条件

本報では、二次元クエット乱流および回転流路内乱流の予測結果と既存の実験結果との比較を通じて、第1報で提案した乱流モデルを評価する。座標軸は主流方向に x_1 軸、壁面と垂直な方向に x_2 軸、スパン方向に x_3 軸をとる。この際、スパン方向には流路は無限に広がっているものと仮定する。上記座標系は、二次元クエット乱流の計算においては静止座標系とし、回転流路内乱流の計算においては x_3 軸を軸に反時計回りに一定角速度 Ω で回転する回転座標系とする。また、長さを流路幅 L で、流速を壁面摩擦速度 u_τ で無次元化する。ただし、 u_τ は両壁面 ($x_2=0.0, 1.0$) での壁面摩擦速度 $u_{\tau 1}, u_{\tau 2}$ の平均値

$$u_\tau = \sqrt{\frac{u_{\tau 1}^2 + u_{\tau 2}^2}{2}}$$

で、二次元クエット乱流では $u_{\tau 1} = u_{\tau 2} = u_\tau$ となる。

壁面境界条件は、平均流速に関しては滑りなしの条

件

$$\bar{u}_i = 0 \quad (24)$$

二次元クエット乱流の動壁(速度: U , $x_2=1.0$)においては

$$\bar{u}_1 = U \quad (25)$$

Reynolds 応力テンソルおよび乱流散逸に関しては

$$\bar{u'_i u'_j} = 0 \quad (26)$$

$$\varepsilon = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_2} \right)^2 \quad (27)$$

を適用する。

基礎方程式(1)~(23)の空間微分を中心差分で、時間微分を Adams-Bashforth 差分で近似する。そして、チャンネル幅を壁面近傍で密になるように63点に分割して解く。用いた時間刻みは、二次元クエット乱流に対し0.001、回転流路内乱流に対し0.0001である。ただし、二次元クエット乱流では時間は動壁速度 U で無次元化してある。計算は、二次元クエット乱流では、レイノルズ数 $Re = U_M L / (\nu) = 9.4 \times 10^3$ (U_M : 平均流速の平均値)、回転流路内乱流では、 $Re = U_M L / \nu = 9.6 \times 10^3 \sim 1.2 \times 10^4$ とほぼ固定し、 U_M で無次元化した回転数 $R_0 = \Omega L / U_M = 0.0 \sim 0.18$ の範囲で変えて行い、回転の乱れに及ぼす影響を検討した。これらの場合、粘性底層 ($y^+ < 5$) 内に含まれる格子点数は4点以上である。また、計算は適当な初期状態から時間方向に進め、十分定常になるまで行い、二次元クエット乱流の計算に対し $t=120$ (代表速度: U)、回転流路内乱流の計算に対し $R_0=0.0$ の場合 $t=6.0$ 、それ以外の場合 $t=12.0$ で計算を打ち切っている。使用した計算機は東京大学大型計算機センターの HITAC S-3800, HITAC M682H コンピュータである。

4. 二次元クエット乱流での計算結果

4.1 平均流速の分布 図1に平均流速の分布を示す。図1には、本乱流モデルの土台とした乱流モデル(以後修正Sモデルと呼ぶ)⁽⁴⁾での結果および実験結果⁽¹²⁾も併せて示してある。本乱流モデルでの結果は修正Sモデルでの結果とともに実験結果をよく再現している。

4.2 乱れの分布 図2, 3に乱流せん断応力および乱流強度の分布を示す。二次元クエット乱流は壁面付近では壁乱流の性質を、チャンネル中央付近では乱れは一樣になるという事実が知られている。予測結果は修正Sモデルでの結果⁽⁴⁾も含めて上記事実を再現し、実験結果⁽¹²⁾を表現している。図4に乱流強度の壁面近傍分布を示す。本乱流モデルでの結果は修正Sモデルでの結果⁽⁴⁾とともに実験結果⁽¹²⁾での強い非等

Fig. 1 Mean-velocity profiles

Fig. 2 Turbulence shear stress

Fig. 3 Turbulence intensities

方性を表している。特に本乱流モデルでの結果は修正Sモデルでの結果より $x_2^+ < 10$ で $\overline{u_2'^2}$ の値がやや小さくなっているが、これは本乱流モデルの改善点である⁽⁹⁾。

図5に乱流エネルギーのバランス式の各項の壁面近傍分布を示す。図5(a)に二次元チャネル流れの結果⁽⁹⁾、図5(b)に二次元クエット乱流での結果を示す。二次元クエット乱流は壁面付近で二次元チャネル流れと同様の壁乱流の性質を示すことが知られているが、乱流エネルギーのバランス式の観点からもこのことが

Fig. 4 Turbulence intensities near the wall

うかがえる。なお、二次元チャネル流れでのレイノルズ数 $Re = U_m L / (2\nu)$ (U_m : 平均流速の最大値) である。

5. 回転流路内乱流での計算結果

5.1 平均流速の分布 図6に平均流速の分布を示す⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾。流れは回転の影響で偏り、 $x_2=0.0$ の壁面が圧力側(不安定側)となり、 $x_2=1.0$ の壁面が負圧側(安定側)となる。平均流速のこう配は、流路が静止時に比して、 $x_2=0.0$ の圧力側壁面付近で大きくなり、 $x_2=1.0$ の負圧側壁面付近で小さくなる。また、平均流速の最大値は負圧側に寄る。本乱流モデルでの結果は、島の結果よりわずかに偏りを大きめに予測はしているが、 $Ro \leq 0.07$ においてはこれらの事実を表現しているようにみえる。

5.2 乱れの分布 Reynolds応力テンソルの輸送方程式(3)の左辺3項めは座標系が回転していることにより生じた項である。また、この項は式のうえでは右辺1項めと同じく、Reynolds応力テンソルを生産する役割をもっている。図7に乱流せん断応力の分

(a) Channel flow

(b) Couette flow

Fig. 5 Balance of the turbulence kinetic energy

 (a) $R_0=0.0$

 (b) $R_0=0.07$

Fig. 6 Mean-velocity profiles

Fig. 7 Turbulence shear stress

布を示す。 $-\overline{u_1'u_2'}$ に対しては、式(3)の左辺3項めは大部分の領域で正のエネルギー生産する。そのため、乱流せん断応力は圧力側に偏り、圧力側で増し、負圧側で小さくなっている。図8に乱流強度の分布を示す。乱流強度に対しては、上記式(3)の生産性のある二つの項のうち、壁面付近では右辺1項めが大きく、チャンネル中央付近では左辺3項めが大きくなる。その結果、乱流強度は、壁面付近では平均流速および乱流せん断応力の偏りに伴い、圧力側で増し、負圧側で小さくなっている。他方、チャンネル中央付近では、式(3)の左辺3項めは $\overline{u_1'^2}$ には負のエネルギー生産に、 $\overline{u_2'^2}$ には正のエネルギー生産に作用するため、特に回転数が高いケースについてはチャンネル中央付近で $\overline{u_1'^2}$ と $\overline{u_2'^2}$ とで大きさが逆転している。

図9に回転数が高いケース ($R_0=0.14$) での圧力側および負圧側、それから流路が静止時 ($R_0=0.0$) における乱流エネルギーのバランス式の各項の壁面近傍分布を示す。 $R_0=0.14$ での圧力側の結果は大きさは異なるが $R_0=0.0$ の場合と同じ壁乱流の性質を示している。他方、 $R_0=0.14$ の負圧側の結果は $x_2 \geq 70$ においては、 $R_0=0.0$ の場合と異なり、乱流拡散項が乱流散逸項と釣り合った形になっている。このことは、このケースの負圧側には壁乱流の特徴を示す対数領域が存在しなくなっていることを示唆しているようにみえる。なお、図9(c)の横軸は $x_2=1.0$ の壁面を基準にした壁座標である。

5.3 壁面摩擦速度 図10に両壁面の壁面摩擦速度 $u_{\tau 1}$, $u_{\tau 2}$ の u_τ との比を示す。回転数が増すと圧力側では壁面摩擦速度は増し、負圧側はその反対に減少する。回転数 R_0 が0.10以上になると、負圧側は層流化し壁面摩擦速度の著しい低下がみられる⁽¹⁸⁾。予測結果は本乱流モデルによる結果も含めて⁽¹⁴⁾⁽¹⁷⁾、回転数 R_0 が0.10以下の現象は表しているが、回転数

(a) Streamwise component

(b) Normal component

(c) Spanwise component

Fig. 8 Turbulence intensities

R_0 が 0.10 以上での負圧側の壁面摩擦速度の著しい低下は表現しえていない。

6. ま と め

壁乱流の壁面近傍での二次元性を考慮した応力方程式モデルにより、二次元クエット乱流および本乱流モデルの検証により適切な回転流路内乱流の予測を試み、乱流モデルの予測性能の検討を行い妥当な結果が得られた。特に、この種の低レイノルズ数形乱流モデルによる回転流路内乱流の予測例は数少なく、基礎資料を得ることができた。

なお、回転流路内乱流では、回転数 R_0 が 0.10 以上

(a) $R_0=0.0$ (b) Pressure side, $R_0=0.14$ (c) Suction side, $R_0=0.14$

Fig. 9 Balance of the turbulence kinetic energy

Fig. 10 Wall-friction velocities

になると負圧側で層流化に伴い、壁面摩擦速度の著しい低下がみられるが、この予測に関しては、さらに乱流モデルの改良が必要と思われる。

文 献

- (1) Launder, B. E., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **68**-3 (1975), 537-566.
- (2) 鈴木健二郎・ほか 3 名, 機論, **53**-496, B(1987), 3639-3647.
- (3) Shima, N., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **110** (1988), 38-44.
- (4) 狩野正徳, 機論, **56**-531, B(1990), 3313-3320.
- (5) 島 信行, 機論, **54**-505, B(1988), 2317-2324.
- (6) 島 信行, 機論, **54**-505, B(1988), 2325-2332.
- (7) 島 信行, 機論, **58**-556, B(1992), 3632-3639.
- (8) Lai, Y. G. and So, R. M. C., *J. Fluid Mech.*, **221** (1990), 641-673.
- (9) 狩野正徳, 機論, **63**-610, B(1997), 1938-1945.
- (10) Mansour, N. N., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **194** (1988), 15-44.
- (11) Speziale, C. G., *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **23** (1983), 69-84.
- (12) El Telbany, M. M. M. and Reynolds, A. J., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **104** (1982), 367-372.
- (13) 益田重明・ほか 2 名, 機論, **49**-437, B(1983), 81-90.
- (14) 三宅 裕・梶島岳夫, 機論, **52**-474, B(1986), 758-764.
- (15) 三宅 裕・梶島岳夫, 機論, **52**-474, B(1986), 765-771.
- (16) Launder, B. E., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **183** (1987), 63-75.
- (17) 島 信行, 機論, **55**-516, B(1989), 2198-2204.
- (18) Johnston, J. P., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **56**-3 (1972), 533.