一様せん断流中の球形気泡に働く抗力と揚力の評価*

黒瀬 良一^{*1}, 三角 隆太^{*2}, 小森 悟^{*3}Numerical Study for Estimating Drag and Lift Forces
Acting on a Spherical Bubble in a Homogeneous Shear Flow

Ryoichi KUROSE, Ryuta MISUMI and Satoru KOMORI

Drag and lift forces acting on a spherical bubble in a homogeneous linear shear flow are numerically studied by means of a three-dimensional direct numerical simulation based on a marker and cell (MAC) method for high Reynolds numbers of $0.5 \leq Re \leq 200$. The effects of fluid shear rate and the Reynolds number on drag and lift forces acting on a spherical bubble are compared with those on a spherical solid particle. The results show that the drag on a spherical bubble in a linear shear flow increases with the shear rate. The lift force acts on a spherical bubble from the low-speed side to the high-speed side in a linear shear flow. The direction of the lift force on a spherical bubble is different from that on a spherical solid particle for $Re \geq 100$. The difference can be well explained with the distributions of pressure and viscous lift acting on the surfaces of bubble and solid particle.

Key Words: Fluid Force, Finite Difference Method, Linear Shear Flow, Spherical Bubble, Numerical Simulation

1. 緒 言

流体中での気泡の運動機構を明らかにすることは、通気かくはん槽や気泡塔などの気泡流を取扱う工業装置の設計制御の問題と関連して重要である。一般にこのような流体中には、静止壁などの存在により速度こう配が存在する場合が多い。そのため、気泡の運動に及ぼす流体中の速度こう配の影響を十分に把握することが必要である。

せん断流中の球形粒子には流れとは垂直な方向の流体力、つまり揚力が働くことがこれまでの研究によりよく知られている。既往研究においては、揚力は流体速度の遅い領域側から早い領域側へ働くというのが定説になっていた(例えば、Saffman⁽¹⁾, Dandy-Dwyer⁽²⁾, McLaughlin⁽³⁾, Mei⁽⁴⁾)。しかし、最近、黒瀬・小森⁽⁵⁾は一様せん断流中の固体球まわりの流れに三次元直接数値計算法を適用することにより、球径 $2a$ と球の中心に相当する位置での流体の速度 U_c を

基準にしたレイノルズ数 $Re(=2aU_c/\nu)$ が 100 以上の高 Re を伴う場合の球形粒子に働く揚力は逆に流体速度の遅い領域側へ働くことを明らかにした。ここで、 ν は流体の動粘性係数である。また、彼らは流体中の速度こう配は抗力を増大させる効果があることも示した。

これに対して、一様等速流中の球形気泡に働く抗力についての研究は最近では Magnaudet, Rivero-Fabre⁽⁶⁾ らによっても行われているが、せん断流中の球形気泡に働く抗力や揚力についての研究例は意外にも非常に少ない。Mei-Klausnert⁽⁷⁾ は、球形固体粒子についての Saffman⁽¹⁾-McLaughlin⁽³⁾ の解析結果 ($Re \ll 1$) および Dandy-Dwyer⁽²⁾ の数値計算結果 ($1 \leq Re \leq 100$) をもとに、一様せん断流中の球形気泡に働く揚力の評価式を $10^{-2} \leq Re \leq 10^3$ の範囲に対して提案した。しかし、一様せん断流中の球形気泡に働く抗力や揚力を実験的、あるいは数値的な手法を用いて実際に評価した研究例がこれまで報告されていないため、Mei-Klausnert⁽⁷⁾ の評価式の信頼性については確認がなされていない。

そこで本研究は、一様せん断流中の球形気泡まわりの流れに三次元直接数値計算法を適用することにより、球形気泡に働く抗力と揚力に及ぼす流体中の速度

* 原稿受付 1997 年 6 月 2 日。

^{*1} 正員, (財)電力中央研究所(☎ 240-0196 横須賀市長坂 2-6-1)。^{*2} 学生員, 京都大学大学院(☎ 606-8501 京都市左京区吉田本町)。^{*3} 正員, 京都大学大学院工学研究科。

こう配の効果をも $0.5 \leq Re \leq 200$ の範囲に対して明らかにすることを目的とした。また、その結果を黒瀬・小森⁽⁵⁾の球形固体粒子に対する計算結果と比較することにより、一様せん断流中におかれた固体粒子と気泡との間の揚力発生メカニズムの違いについて検討を行った。

2. 三次元直接数値計算法

図1に計算対象とした一様せん断流中の球形気泡まわりの流れの三次元直接数値計算のための座標系を示す。本計算では円筒座標系を用いており、流れの支配方程式である連続の式と Navier-Stokes 方程式を連立させて解くための方法として、有限差分法に基づく marker and cell (MAC)法を採用した。計算手法の詳細については黒瀬・小森⁽⁵⁾と Hanazaki⁽⁶⁾の論文を参照していただきたい。

無次元化した一様せん断流の速度分布を

$$U = 1 + \alpha^* y \quad \dots\dots\dots (1)$$

の式で与えた。ここで、 $\alpha^* [= (a/U_c)(\partial U/\partial y)]$ は流体中の速度こう配を無次元化したものであり、 a , U_c はそれぞれ球の半径および球の中心に相当する位置 ($y=0$) での一様せん断流の主流方向速度を示す。また、気泡球表面の境界条件には、slip 条件(法線方向速度 $=0$, 接線方向応力 $=0$)を採用した⁽⁶⁾。なお、球形固体粒子の球表面の境界条件には通常 non-slip 条件が用いられる。

球に働く流体力 F_i は圧力の寄与 $F_{i,p}$ と粘性による摩擦力の寄与 $F_{i,f}$ との和

$$F_i = F_{i,p} + F_{i,f} = - \int_S p e_i \cdot n dS + \int_S n \cdot \tau \cdot e_i dS \quad \dots\dots\dots (2)$$

Fig.1 Coordinate system for a spherical bubble in a linear shear flow

で与えられ、その x 方向および y 方向に働く流体力をそれぞれ抗力、揚力とする。また、抗力と揚力の無次元数である抗力係数および揚力係数は

$$C_i = \frac{F_i}{\frac{1}{2} \rho_f U_c^2 \pi a^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

で定義される。ここで、 ρ_f は流体の密度であり、重力は考慮されていない。

レイノルズ数 Re を 9 ケース ($Re=0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200$), 流体中の速度こう配 α^* を 4 ケース ($\alpha^*=0, 0.1, 0.2, 0.4$) に変えた計 36 ケースに対して計算を実行した。なお、一様に一様等速流中の気泡は $Re=200$ 程度のレイノルズ数を境に、それ以上の高レイノルズ数をもつ場合には球形から変形するといわれているが、流体中に速度こう配が存在する場合にはさらに小さなレイノルズ数をもつ場合でも変形することが考えられる。しかし、今回の数値計算ではその効果を無視した。気泡の変形に及ぼすレイノルズ数および流体中の速度こう配の影響については今後詳しく検討する必要があると思われる。計算は流れが定常になるまで行い、1 ケース当たりにより計算 (CPU) 時間は国立環境研究所のスーパーコンピュータ NEC SX-3 (0.63 GFLOPS) を用いて平均約 1 000 s であった。

3. 結果および考察

3.1 抗力に及ぼす流体中の速度こう配の効果

図2に一様等速流中の球形気泡に働く抗力係数 C_x のレイノルズ数 Re に対する変化を球形固体粒子の場合と比較して示す。なお、図2中には気泡と固体粒子の C_x について、ストークス近似の仮定 ($Re \ll 1$) に基づく解析解(破線)

Fig.2 Comparison of drag coefficient C_x for a spherical bubble (○) with that for a spherical solid particle (●) in a uniform unsheared flow

$$C_{x, \text{Bubble}} = \frac{16}{Re} \dots\dots\dots (4)$$

$$C_{x, \text{Particle}} = \frac{24}{Re} \dots\dots\dots (5)$$

および, Magnaudet, Rivero-Fabre⁽⁶⁾ により得られた経験式(実線)

$$C_{x, \text{Bubble}} = \frac{16}{Re} \{1 + 0.15 Re^{0.5}\} \dots\dots\dots (6)$$

$$C_{x, \text{Particle}} = \frac{24}{Re} \{1 + 0.15 Re^{0.687}\} \dots\dots\dots (7)$$

を併せて載せた。図2から、気泡と固体粒子に働く C_x の数値計算値はともに Magnaudet, Rivero-Fabre⁽⁶⁾ の経験式(6), (7)とよく一致することがわかる。

一様せん断流中の球形気泡に働く抗力係数 C_x のレイノルズ数 Re と流体中の速度こう配 α^* に対する変化を図3に示す。 C_x の値は α^* の増加に伴い増大し、この値と一様等速流中 ($\alpha^*=0$) の気泡に働く C_x との差は $Re \geq 100$ の高レイノルズ数領域で顕著になることがわかる。この傾向は、固体粒子に働く C_x の Re と α^* に対する変化⁽²⁾⁽⁵⁾と同様である。

3.2 揚力に及ぼす流体中の速度こう配の効果

図4に一様せん断流中の球形気泡に働く揚力係数 C_y のレイノルズ数 Re と流体中の速度こう配 α^* に対する変化を球形固体粒子の場合と比較して示す。図4中の実線は Mei-Klausnert⁽⁷⁾ が提案した一様せん断流中での気泡に働く揚力の評価式から、また、破線は固体粒子に対して導出された McLaughlin⁽³⁾ の評価式からそれぞれ算出した C_y の値である。固体粒子に働く C_y は Re の増加に伴い $Re=10$ までは McLaughlin⁽³⁾ の計算値と良好に一致しながら減少し、その後、負の値をとる⁽⁵⁾。これに対して、気泡に働く C_y は、 $Re=10$ までは Re の増加に伴い緩やかに減少

するが $Re \geq 10$ ではほぼ正の一定値を示す。Mei-Klausnert⁽⁷⁾ の評価式から算出した C_y の値は低 Re 数域では数値計算値に近い値を示すが、 C_y が一定値をとる $Re \geq 10$ の高 Re 数領域では C_y の値を2倍程度過大評価することがわかる。

Fig. 4 Comparison of lift coefficient C_y for a spherical bubble (open symbols) with that for a spherical solid particle (filled symbols) in a linear shear flow. The symbols are the same as in fig. 3

Fig. 5 Contributions of pressure and viscous forces, $C_{y,p}$ and $C_{y,f}$, acting on a bubble and a solid particle to the total lift coefficient C_y at $\alpha^*=0.4$: (a) bubble, (b) solid particle

Fig. 3 Drag coefficient C_x for a spherical bubble in a linear shear flow at $\alpha^*=0$ ($\circ$), 0.1 ($\triangle$), 0.2 ($\square$), 0.4 (∇)

(a)

(b)

Fig. 6 Surface contours of y -component of pressure on a bubble and a solid particle in a linear shear flow at $Re=200$ and $\alpha^*=0.4$: (a) bubble, (b) solid particle

気泡と固体粒子に働く揚力がこのように異なる挙動を示す理由を説明するために、 $\alpha^*=0.4$ の場合の揚力係数 C_y を圧力の寄与分 $C_{y,p}$ と粘性による摩擦力の寄与分 $C_{y,f}$ とに分けてレイノルズ数 Re に対してプロットした。その結果を図5(a), (b)に示す。気泡の場合、 $C_{y,p}$ と $C_{y,f}$ はともに Re の増加に伴い減少するが、つねに正の値を示すことがわかる。この傾向は、 $C_{y,p}$ および $C_{y,f}$ の値がともに $10 \leq Re \leq 100$ の範囲内で正から負へと変化する固体粒子の場合とはまったく異なる。気泡と固体粒子に対する $C_{y,p}$ と $C_{y,f}$ がそれぞれ負値と正値をとる $Re=200$ の場合について球表面に働く圧力の y 方向成分を計算した。球表面に働く圧力の y 方向成分の分布を図6に、摩擦力の y 方向成分の分布を図7にそれぞれ示す。

(a)

(b)

Fig. 7 Surface contours of y -component of viscous force on a bubble and a solid particle in a linear shear flow at $Re=200$ and $\alpha^*=0.4$: (a) bubble, (b) solid particle

図6, 7ともに、(a)が気泡、(b)が固体粒子の場合である。固体粒子の場合の $C_{y,p}$ が負の値をとるのは、流体中の速度こう配の影響により正面上部の位置(矢印A)において高圧力部が生じるためである⁽⁵⁾ [図6(b)]。これに対して、気泡表面の高圧力部は正面上部(矢印A)ばかりでなく正下面部(矢印B)および後面上部(矢印C, D)にも見られ、上部よりも下部に広く分布する [図6(a)]。このため、気泡の場合の $C_{y,p}$ は正の値を示す。

一方、気泡に対する摩擦力の y 方向成分は固体粒子とまったく異なる分布を示す。固体粒子の場合は正面の上下部にそれぞれ上向き(矢印E)と下向き(矢印F)の強い摩擦力が働くが [図7(b)]、気泡では摩擦力

の強い部分が後方(矢印 G, H)へと移動する [図 7(a)]。また、気泡の正面の上下部に働く摩擦力の向きは固体粒子の場合とは逆にそれぞれ下向きと上向きに作用する。固体粒子の場合の $C_{y,f}$ は固体粒子後部において下向きの摩擦力を示す部分が広く分布するために負の値をとるが、気泡の場合の $C_{y,f}$ は気泡上部に強い上向きの摩擦力が作用するために正の値を示す。固体粒子と気泡の正面部分の摩擦力がまったく異なる向きに働く理由は、球表面と球表面から少し離れた位置での流体速度の差から説明することができる。つまり、固体粒子の表面では流体速度が零であるから、球表面から少し離れた位置での流体速度は球表面の流体速度よりも大きくなる。そのため、固体粒子正面の上下部は固体粒子により押しのけられた上下向きの速度をもつ流体によりそれぞれ上向き、および下向きの摩擦力を受ける。これに対して、気泡まわりの流れでは slip 条件により気泡表面において流体速度が最大値をとる⁽⁶⁾ ため、気泡正面部分は固体粒子の場合とは逆向きの摩擦力を受ける。また、固体粒子の場合にははく離の影響により後部面で流れの逆流が起こることと、気泡の場合にははく離が生じないものの⁽⁶⁾ 気泡表面の速度のほうが流体よりも大きいことにより、固体粒子と気泡の後方上下部においては摩擦力が働く向きは両者の場合で一致する。

4. 結 言

一様せん断流中の球形気泡と球形固体粒子のまわり

の流れに三次元直接数値計算法を適用することにより、以下の結論を得た。

(1) 一様せん断流の球形気泡に働く抗力係数は流体中の速度こう配の増加に伴い増大し、その速度こう配の影響は高レイノルズ数領域で顕著になる。

(2) 一様せん断流中の球形気泡に働く揚力はレイノルズ数によらずつねに流体速度の遅い領域側から速い領域側へと働き、揚力係数はレイノルズ数の増加につれて減少した後、高レイノルズ数域で一定値に漸近する。また、Mei-Klausnert⁽⁷⁾ の評価式は気泡に働く揚力を 2 倍程度過大評価する。

最後に、本研究は九州大学大学院生 中村憲一氏、山下哲生氏、ならびに柴田百合子氏の協力を得た。記して謝意を表する。本研究は文部省科学研究費補助金(課題番号 072274)の援助を受けて行われた。本数値計算は国立環境研究所地球環境センターのスーパーコンピュータ NEC SX-3 を用いて行われた。

文 献

- (1) Saffman, P. G., *J. Fluid Mech.*, **22**(1965), 385-400.
- (2) Dandy, D. S. and Dwyer, H. A., *J. Fluid Mech.*, **216**(1989), 381-410.
- (3) McLaughlin, J. B., *J. Fluid Mech.*, **224**(1991), 262-274.
- (4) Mei, R., *Int. J. Multiphase Flow*, **18**(1992), 145-147.
- (5) 黒瀬良一, 小森悟, 機論, **62**-599, B(1996), 10-17.
- (6) Magnaudet, J., Rivero, M. and Fabre, J., *J. Fluid Mech.*, **284**(1995), 97-135.
- (7) Mei, R. and Klausnert, J. F., *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **15**(1994), 62-65.
- (8) Hanazaki, H., *J. Fluid Mech.*, **192**(1988), 393-419.