非定常粘性圧縮性流体の粒子法的解析法における 精度と安定性の研究, およびその応用*

大 上 芳 文^{*1}

Study of Accuracy and Stability of the Particle Method for Compressible Viscous Flows in Unsteady Motion and Its Application

Yoshifumi OGAMI

A grid-free particle method is developed for solving Navier-Stokes equations of one dimensional viscous compressible fluids in unsteady motion. The particles, representing fluid density, are moved at the acceleration derived from the motion equation, and the total energy of each moving particle is increased/decreased according to the energy equation. A shock wave and an expansion wave in a shock tube are simulated as numerical experiments to study the accuracy and the stability of the present method. The structures of a steady shock wave of Argon simulated by our method, the finite difference method and the direct-simulation Monte Carlo method were compared.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Compressible Flow, Viscous Flow, Particle Method, Shock Wave, Numerical Simulation

1. 緒 言

粒子法は質量、電荷、渦度などの物理量をもつ粒子がそれぞれの物理法則に従いながら運動するようすを、ラグランジュ的に追跡することで運動方程式を数値的に解く方法である。その長所として、差分法や有限要素法に不可欠な格子を形成する必要がないということが挙げられ、流体力学の分野では渦法が粒子法の一つとして用いられている。ところが、扱える流体は非粘性かつ非圧縮性であるという制限がある。

圧縮性流体に関してはSPH法(Smoothed Particle Hydrodynamics)が提示されており、一次元の衝撃波管内の流れ⁽¹⁾や二次元の段差を通過する流れ⁽²⁾のシミュレーションに応用されている。これらは非粘性流体を扱っており、解の不安定性を抑えるために人工粘性項を導入している。その結果、衝撃波の構造は本来の粘性構造とは異なったものになっている。SPH法で粘性を考慮する手法が提示されているが⁽³⁾、得られた一次元衝撃波の解にはばらつきがあり、滑らかではない。また、衝撃波の背後に振動が生じるという問題も明らかにされている。

一方、圧縮性流体を扱う粒子法として大上ら⁽⁴⁾の報告がある。この方法は粒子にガウス分布を与えるという点でSPH法と似ているが、定式化はより簡便であり、得られる解も滑らかである。しかしながら、流体は等エントロピーとして扱われており、エネルギー方程式は扱われていない。そのために得られる解は既知のものとは異なったものになっている。

そこで、本研究では大上らの粒子的解析法に改良を加え、エネルギー式をも含めたシミュレーションを行い、本方法の精度、安定性を明らかにし、あわせてその応用的研究も行う。

初めにモデル気体を対象に衝撃波、膨張波の発生シミュレーションを行い、本方法の精度と安定性を明らかにする。さらに、非粘性理論との比較を行う。次に実在気体としてアルゴンを対象にシミュレーションを行い、衝撃波の構造に関して他の方法(差分法、DSMC法⁽⁵⁾)と比較し、本方法の妥当性を検討する。

2. 計 算 方 法

2・1 方程式 本方法で扱う方程式は以下に示すように、一次元の粘性圧縮性流体の運動を支配する連続の式、運動量の式、エネルギー式である。

* 原稿受付 1997年7月22日。

*1 正員、立命館大学(☎ 525-8577 草津市野路東1-1-1)。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial(e+p)u}{\partial x} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\gamma\mu}{Pr} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \dots\dots\dots (3)$$

記号は ρ が密度, u が流体の速度, p が圧力, e が全エネルギー, ε が内部エネルギー, μ が粘性係数, λ が第2粘性係数, γ が比熱比, Pr がプラントル数である。

2・2 粒子法的解析 粒子法では流体自身を粒子の集合として扱う。すなわち各粒子にはガウス分布を与えておき, i 番目の粒子の中心座標 x_i における密度 $\rho(x_i)$ を次式のように中心座標 x_j , 大きさ $\rho_j \Delta x_j$ の粒子の総和で表す(図1参照)。

$$\rho(x_i) = \sum_{j=1}^N \frac{\rho_j \Delta x_j}{\sqrt{\pi} \sigma_j} \exp \left[-\frac{(x_i - x_j)^2}{\sigma_j^2} \right] \dots\dots\dots (4)$$

その粒子に生じる加速度は式(1), (2)より

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \dots\dots\dots (5)$$

となる。また, 体積(長さ)変化率⁽⁶⁾

$$\frac{1}{\Delta x_i} \frac{d\Delta x_i}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} \dots\dots\dots (6)$$

を用いると式(1)は

$$\frac{d(\Delta x_i \rho)}{dt} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

となる。この式は粒子(その大きさを Δx_i とする)は移動とともにその大きさは変化しても, 質量($\Delta x_i \rho$)は一定であることを示す。さらに, 式(3)は

$$\begin{aligned} \frac{d(e\Delta x_i)}{dt} &= -\Delta x_i \frac{\partial(u p)}{\partial x} \\ &+ \Delta x_i \left[(\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\gamma\mu}{Pr} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (8)$$

Fig. 1 The continuous density distribution is represented by particles each with a Gaussian core

となる。これは移動する粒子のもつ全エネルギーの変化率を表す。このとき, 全エネルギーは以下の式で計算されるものとする。

$$e(x_i) = \sum_{j=1}^N \frac{e_j \Delta x_j}{\sqrt{\pi} \sigma_j} \exp \left[-\frac{(x_i - x_j)^2}{\sigma_j^2} \right] \dots\dots\dots (9)$$

さらに, 粒子半径 σ_j も式(6)と同様に

$$\frac{1}{\sigma_j} \frac{d\sigma_j}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} \dots\dots\dots (10)$$

に支配される。

結局, 本粒子法では, 各粒子は式(5)で与えられる加速度で運動し, 同時に式(8), (10)に従い全エネルギーと粒子半径が変化する(図2, 3)。これらの粒子の集合が粘性圧縮性流体の非定常運動を記述する。

なお, 関数 df/dt の数値積分の方法としてオイラー法

$$f_i^{k+1} = f_i^k + \frac{df_i^k}{dt} \Delta t \dots\dots\dots (11)$$

を用いる。また, 運動方程式中に現れる物理量の偏微分値($\partial u/\partial x$ など)はスプライン補間法を用いて, 容易に求めることができる。

3. モデル気体

この章ではモデル気体(粘性係数, 密度が実在気体よりも大きい)を用いて, 一次元の衝撃波管内に発生する衝撃波と膨張波をシミュレートし, 本方法の精度と安定性を明らかにする。モデル気体を用いるのは, より少ない粒子で効率よく数値実験ができるからである。なお, 実在の気体については4章で取り上げる。

3・1 衝撃波と膨張波の発生 初期状態における衝撃波管内の高圧部と低圧部を, 式(4)で示される粒子の集合として表す。高圧部と低圧部の圧力比を $r_{hi}(>1)$ とすれば, $x < x_D$ (x_D は隔膜の位置)では

Fig. 2 Mass of a particle does not vary while energy does

Fig. 3 Core radius of a particle varies

$\Delta x/r_{hl}$ 間隔で, $x > x_D$ では Δx 間隔で粒子を配置すればよい(図4). ただし, 高圧部と低圧部での温度は同温一定とする.

一例として高圧部と低圧部の圧力比 $r_{hl}=2$, 粒子間隔 $\Delta x=2.0 \times 10^{-4}$ m, 隔膜の位置 $x_D=7.5 \times 10^{-2}$ m, 低圧部と高圧部の初期温度 $T_0=300$ K, 低圧部の密度と圧力 $\rho_l=1.0 \times 10^3$ kg/m³, $p_l=300$ Pa, さらに粒子数 $N=1500$, 粘性係数 $\mu=20$ Pa·s, 比熱比 $\gamma=1.4$, プラントル数 $Pr=0.72$, 気体定数 $R=1.0 \times 10^{-3}$ J/(kg·K), 粒子半径比 $\Delta x/\sigma=1$ ($x > x_D$), $\Delta x/\sigma=0.5$ ($x < x_D$), 時間刻み $\Delta t=6.4 \times 10^{-6}$ s とした場合の計算結果を図5に示す. なお, モデル気体では粘性係数の温度による変化は考慮しない.

図5は密度分布を表しており, 実線で表される時刻 $t=0$ でのステップ状の密度分布から, 膨張波と衝撃波が生まれていることがわかる. 衝撃波はステップ状ではなく, 滑らかに変化する形状となっているが, これは衝撃波の構造を反映しているからである(4章参照). また, 本計算結果はSPH法の解⁽³⁾と比較すると, 格段に滑らかである.

図6は各時刻における粒子分布を表している. 時刻

Fig. 4 Initial distribution

Fig. 5 Density distribution

0において密度分布が不連続な点(接触面)が時間の経過とともに右方向へ移動しているようすがわかる. このことは計算格子が時間とともに移動していることに対応し, 衝撃波の捕そくが問題なく行える要因である. 差分法などではあらかじめ衝撃波が生じる領域を予測し, 細かいグリッドを生成しておかなければならないが, 粒子法にはそのようなわずらわしさが無い.

なお, 計算結果についての検討は3・3節(非粘性理論との比較)で行う.

3・2 精度と安定性 この節では本方法の精度と安定性を明らかにする. これらに影響を与えるパラメータとして時間刻み Δt , 粒子間隔 Δx , 粒子間隔と粒子半径の比 $\Delta x/\sigma$ を取り上げる.

3・2・1 時間刻み Δt , 粒子間隔 Δx と精度 厳密解が未知のために次のようにして時間刻み Δt と誤差の関係を調べる. 時間刻み Δt_1 を用いて計算し, 時刻 T での i 番目の粒子の座標 x_i における密度を $\rho_{\Delta t_1}^T(x_i)$ とする. 二つの時間刻み $\Delta t_1, \Delta t_2$ の与える解の差を

$$E_{\Delta t_1, \Delta t_2}^T = \sum_{i=1}^N |\rho_{\Delta t_1}^T(x_i) - \rho_{\Delta t_2}^T(x_i)| \quad \dots\dots\dots (12)$$

とする. 誤差は $(\Delta t)^m$ に比例すると考えられるから, 上式は

$$E_{\Delta t_1, \Delta t_2}^T = k(\Delta t_1)^m - k(\Delta t_2)^m \quad \dots\dots\dots (13)$$

とおける. k は比例定数である. 次に $\Delta t_2 = n\Delta t_1$, $\Delta t_3 = n\Delta t_2 = n^2\Delta t_1$ となる三つの時間刻みを用いると

$$\frac{E_{\Delta t_1, \Delta t_2}^T}{E_{\Delta t_2, \Delta t_3}^T} = \frac{1}{n^m} \quad \dots\dots\dots (14)$$

が得られる. すなわち三つの時間刻みを用いて解を求め, 式(14)の左辺を求めれば m が求まることになる.

いくつかの時間刻みを用いて時刻 0.02 s まで計算し, 得られた密度分布から式(14)を求め, 誤差 $k\Delta t^m$ の指数 m を決定した. この結果を表1に示す. ただ

Fig. 6 Particle distribution

Table 1 Error is proportional to Δt^m

$\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$	n	$1/n^m$	m
8×10^{-6}	2	0.49918	1.0024
4×10^{-6}			
2×10^{-6}			
1×10^{-6}	2	0.50094	0.9973
5×10^{-7}			
2.5×10^{-7}			

Table 2 Error is proportional to Δx^m

$\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$	N	n	$1/n^m$	m
0.02	500	2	0.50217	0.99374
0.01	1000			
0.005	2000			
0.02	500	1.5	0.49965	1.00101
0.0133	750			
0.00888	1125			

し, 粒子数は $N=500$ とし, その他のパラメータは 3・1 節のものを用いた. この結果から $m=1$ となることがわかる. すなわち計算誤差は Δt に比例する. 積分方法として一次精度のオイラー法を用いているので当然の結果ではある.

次に粒子間隔 Δx と精度の関係を調べる. 紙面の関係で詳細は略するが前述の時間刻みに関する考察と同様にして, 計算誤差が粒子間隔 Δx の何乗に比例するかを数値実験によって調べた. その結果を表 2 に示しており, これから計算誤差は Δx に比例することがわかる.

3・2・2 粒子半径比 $\Delta x/\sigma$ と精度 次に粒子間隔 Δx と粒子半径 σ の比が計算精度に与える影響を調べる. これらの値は時刻と座標によって変化するため, ここでは時刻 $t=0$ での初期状態の平均値 $\overline{\Delta x/\sigma}$ をパラメータとする. このとき粒子間隔は場所により異なるが, 粒子半径は一定である. 3・2・1 項同様厳密解が未知のために, この項では以下のような推測を行う.

まず初めに, 図 7, 8 にそれぞれ $\overline{\Delta x/\sigma}$ の値が小さすぎる場合 ($\overline{\Delta x/\sigma}=0.24$), 大きすぎる場合 ($\overline{\Delta x/\sigma}=1.2$) の例を示す. 図からわかるようにいずれの場合も解が不安定となり振動が生じている. 振動の原因であるが, $\overline{\Delta x/\sigma}$ の値が大きすぎる場合, 密度分布が滑らかにはならず, おおのこの粒子の形状が浮き出てしまうためであり⁽⁷⁾, $\overline{\Delta x/\sigma}$ の値が小さすぎる場合, 拡散が進まないために⁽⁷⁾ 扱う方程式が非粘性方程式と見なされてしまい, その結果, 非粘性方程式としての解の不安

Fig. 7 $\overline{\Delta x/\sigma}=0.24$ Fig. 8 $\overline{\Delta x/\sigma}=1.2$

定性が発現するためであると考えられる⁽⁸⁾.

また, 図 5 ($\overline{\Delta x/\sigma}=0.83$ に相当) ではこのような振動は起こらない. このことから $\overline{\Delta x/\sigma}$ には, 最良の解を与える最適値が存在することが期待されるが, このことは以下のようにして示される.

まず, 誤差を以下のように定義する.

$$E_{\Delta x/\sigma} = \sum_{i=1}^N |\rho_{\Delta x/\sigma+0.1}^T(x_i) - \rho_{\Delta x/\sigma}^T(x_i)| \quad \dots\dots\dots (15)$$

$\rho_{\Delta x/\sigma}^T(x_i)$ は i 番めの粒子の座標 x_i における時刻 T での密度であり, 粒子半径比として $\overline{\Delta x/\sigma}$ を用いている. $\rho_{\Delta x/\sigma+0.1}^T(x_i)$ も同様であるが, 粒子半径比として $\overline{\Delta x/\sigma}+0.1$ を用いている.

図 9 には $\overline{\Delta x/\sigma}$ の値を 0.1 刻みで 0.2 から 1.1 まで変化させた場合の式 (15) の値を示す. 時間刻みは $\Delta t = 8 \times 10^{-6}$ とした. これ以外のパラメータは 3・1 節のものと同じである. 図 9 を見ると $\overline{\Delta x/\sigma}=0.5 \sim 0.6$ 付近で最低となっていることがわかる. この誤差は厳密解との差を示しているわけではないので, 最小になれば精度が最良というわけではない. しかし, 以下の事実

(1) $\overline{\Delta x/\sigma}$ の値が大きすぎたり, 小さすぎたりする場合には明らかに誤差が大きくなること (図 7, 8),

(2) したがって 0.24 から 1.2 の間にある適当な $\overline{\Delta x/\sigma}$ の値に対して, 最良の解が存在すること (すべて

Fig. 9 Error depending on $\overline{\Delta x/\sigma}$ Fig. 10 Velocity distribution with a large time step ($\mu\Delta t r_{hl}=9.104 \times 10^{-5}$) at time $\mu t r_{hl}=4.151 \times 10^{-2}$ (iteration steps=456)

の $\overline{\Delta x/\sigma}$ の値に対して誤差が大きいとは考えにくい) が期待できること,

(3) $\overline{\Delta x/\sigma}$ の値を変化させることで解も変化するが, その変化量が $\overline{\Delta x/\sigma}=0.5 \sim 0.6$ 付近で最低となっていること (図 15),

から $\overline{\Delta x/\sigma}$ の変化に対する数値解の変化が零となる $\overline{\Delta x/\sigma}=0.5 \sim 0.6$ 付近で極値としての数値解, すなわち最高精度の解が得られると考えられる。

3・2・3 時間刻みと安定性 次に本方法の安定性を調べる。時間刻み幅として

$$\mu\Delta t r_{hl} \dots\dots\dots (16)$$

を定義し, さまざまな時間刻み幅の値に対して計算を進め, 何ステップで解が発散するのかを確かめる。

ここで解の発散とは図 10 に示すように, 大きすぎる時間幅を用いたために, 粒子速度分布において解が振動し, その結果, 速度の最小値の絶対値が速度の最大値を超えることと定義する。参考のために図 11 に適当な時間幅を用いた場合の結果を示す。

図 12 には一連の数値実験の結果を示す。横軸は無次元時間刻みであり, 縦軸は発散に至るステップ数で

Fig. 11 Velocity distribution with an appropriate time step ($\mu\Delta t r_{hl}=4.552 \times 10^{-5}$) at time $\mu t r_{hl}=4.151 \times 10^{-2}$ (iteration steps=912)

Fig. 12 Maximum steps reached stably

ある。いずれも対数で示している。用いたパラメータは $\overline{\Delta x/\sigma}=0.5$ であり, 圧縮比として $r_{hl}=2$ と 4, 粘性係数として $\mu=20 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ と $80 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ を用いた。その他のパラメータは 3・1 節の場合と同じである。図 12 からわかるように圧縮比や粘性係数の変化にあまり影響されずに, 左上がり傾きが大きい直線が得られている。すなわち, 時間幅はほぼ 5×10^{-5} よりも小さければ安定に計算が行えるといえる。この値は流体の密度や気体定数などにも依存するために, ここで求めた値が必ずしもすべての場合に当てはまるわけではないが, 時間刻み幅には安定限界値が存在することが示された。

3・3 非粘性理論との比較 この節では非粘性理論との比較を行う。初めに圧縮比 $r_{hl}=2$, 粘性係数 $\mu=20 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 粒子半径比 $\overline{\Delta x/\sigma}=0.5$, 時間刻み $\Delta t=6.4 \times 10^{-6} \text{ s}$, 粒子数 $N=1500$ として計算を行った。その他のパラメータは 3・1 節のものと同じである。

表 3 には本シミュレーションで得られた値と非粘性理論のものとの比較を示している。表 3 中の記号 $p_1 \sim p_4$, $\rho_1 \sim \rho_4$, $T_1 \sim T_4$ の定義は図 13~15 に示している。また, u_s は衝撃波の速度, u_2 は接触面の速度である。

Table 3 Comparison with inviscid theory

	Present results	Inviscid theory
p_2/p_1	1.38	1.40
u_s/a_1	1.17	1.16
ρ_2/ρ_1	1.25	1.27
ρ_3/ρ_4	0.80	0.78
u_2	0.1519 m/s	0.1604 m/s
T_2/T_1	1.11	1.10
T_3/T_4	0.86	0.90

Fig. 13 Pressure distribution

両者にはわずかではあるが差異があり, これは本計算で扱った方程式には粘性項が含まれていること, 等エントロピー変化を記述するものではないことによる結果であると考えられる。

4. アルゴンの場合

3章ではモデル気体を扱ったが, この章では実在の気体としてアルゴンを取り上げる。計算に用いるパラメータは密度 $\rho=1.784 \text{ kg/m}^3$ (0°C , 1 atm), 気体定数 $R=208.2 \text{ J/(Kg}\cdot\text{K)}$, プラントル数 $Pr=0.67$, 比熱比 $\gamma=1.67$, 粘性係数 $2.1\times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ (0°C , 1 atm)である。なお, Sutherland の公式⁹⁾を用いて温度による粘性係数の変化を考慮する。

4.1 初期条件とパラメータ 高圧部と低圧部の初期の圧力比を $r_{hi}=50$ とする。このとき隔膜より右側(低圧部)では粒子を Δx 間隔で, 左側(高圧部)では $\Delta x/50$ 間隔で配置すればよいのだが, 隔膜の位置において粒子間隔が急に变化するために, 計算が安定に行えないという問題があった。それを避けるために隔膜近傍の粒子間隔は

$$\dots, \Delta x, \frac{\Delta x}{2}, \frac{\Delta x}{3}, \frac{\Delta x}{4}, \dots, \frac{\Delta x}{48}, \frac{\Delta x}{49}, \frac{\Delta x}{50}, \dots$$

とし, 連続的に变化するようにした。 Δx が十分に小

Fig. 14 Density distribution

Fig. 15 Temperature distribution

さければ, 初期における圧力分布はステップ状であるとみなせる。また, i 番めの粒子の占める長さを $\Delta x_i (=x_{i+1}-x_{i-1}/2)$, 粒子半径を σ_i としたとき, $\Delta x_i/\sigma_i=0.5$ となるように各粒子の形状を設定した。

初期温度は高圧部, 低圧部とも $T=300 \text{ K}$ とした。粒子間隔 $\Delta x=5\times 10^{-8} \text{ m}$, 時間刻み $\Delta t=5\times 10^{-15} \text{ s}$, 粒子数 $N=8000$, 隔膜の位置 $x_D=7.841\times 10^{-6} \text{ m}$ である。隔膜より左側には 7840 個の粒子が, 右側には 160 個の粒子が配置されている。このとき計算領域は幅 $1.366\times 10^{-5} \text{ m}$ という非常に狭い空間となる。

4.2 結果 図 16, 17 には時刻 $t=0 \text{ s}$, $4.0\times 10^{-9} \text{ s}$, $8.0\times 10^{-9} \text{ s}$ における密度分布と圧力分布を示す。モデル気体の場合と同様に, 密度分布には二つのステップが生じそのうちの一つが衝撃波となっている。

図 18 には時刻 $t=8.0\times 10^{-9} \text{ s}$, $9.0\times 10^{-9} \text{ s}$ の衝撃波の拡大図を示す。図 18 中のシンボルマーク (●, □) の x 座標は粒子のそれと一致する。すなわち 20 個程度の粒子で衝撃波が表されていることがわかる。二つの衝撃波の形状には差異が見られず, ほぼ定常状態になっていると考えられる。また, この衝撃波の進行速度は $5.60\times 10^2 \text{ m/s}$ であり, マッハ数は $M_s=1.73$ となる。

Fig. 16 Density distribution of Argon

Fig. 18 Shock wave

Fig. 17 Pressure distribution of Argon

Fig. 19 Comparison with Finite Difference Method and DSMC

図 19 には本粒子法による解 ($M_s=1.73$), 差分法による NS 方程式の解 ($M_s=1.73$), および直接モンテカルロシミュレーション法 (DSMC, $M_s=1.73$) による解の比較を示す^{**1}。横軸は座標 x を平均自由行程 λ で無次元化しており, 縦軸は衝撃波前後の密度が $-0.5 < \rho^* < 0.5$ となるよう規格化している。

これを見ると本粒子法による解と差分法による NS 方程式の解とはよく一致していることがわかる。DSMC 法の解とのずれは扱う方程式の違いによるためであると考えられる。また, 図 19 の本方法の解の記号 (●) の x 座標は, 対応する粒子の x 座標に一致する。これから粒子間隔は平均自由行程 λ のオーダーであることがわかる。

5. 結 言

本論文で提示した粒子法では, 流体は離散的な粒子の集合として表され, その運動は Navier-Stokes 方程式を直接, Lagrange 微分の形式に変換した常微分方程式に支配される。その結果, 差分法で必要となる

計算格子は用いないで, 容易に解を求めることができる。

本論文では一次元の粘性を考慮した圧縮性流体の非定常運動を扱い, 衝撃波と膨張波の発生のシミュレーションを行った。本研究の結果をまとめると

(1) 非定常粘性圧縮性流れの解析が粒子法の手法で行えることを示した。

(2) SPH 法に比べると格段に滑らかな解が得られる。

(3) 本粒子法の誤差は Δt , および Δx に比例する。

(4) $\overline{\Delta x/\sigma} = 0.5 \sim 0.6$ で精度が最良になる。

(5) 時間刻みには安定限界値が存在する。

(6) 粘性項を考慮する結果, 衝撃波の構造を捕らえることができる。

さらに, 検討を要する課題として以下があげられる。

(1) 粒子法の手法で衝撃波の構造がどの程度正しく捕らえられるのか明らかにする。

(2) そのために希薄流体力学的モデル (ボルツマン方程式, DSMC 法) の導入や融合が不可欠である。

^{**1} 差分法, DSMC 法による解は横浜国立大学工学部生産工学科の松本裕昭先生よりご提供いただいた。ここに感謝の意を表するものである。

(3) 多次元への拡張や物体周りの流れ解析への応用が必要である。

最後に有益な助言と貴重なデータをご提供くださった横浜国立大学工学部生産工学科の松本裕昭先生に深く感謝の意を表するものである。

文 献

- (1) Monaghan, J. J. and Gingold, R. A., Shock Simulation by the Particle Method SPH, *J. Comput. Phys.*, **52** (1983), 374-389.
- (2) Henneken, E. A. C. and Icke, V., SPH Faces Emery's Jump, *Comput. Phys. Commun.*, **74**(1993), 239-246.
- (3) Watkins, S. J., Bhattal, A. S., Francis, N., Turner, J. A. and Whitworth, A. P., A New Prescription for Viscosity in Smoothed Particle Hydrodynamics, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **119**(1996), 177-187.
- (4) 大上芳文・有本功・藤原良樹・細川力, 粒子法による一次元粘性圧縮性流体の数値シミュレーション, *機論*, **62**-604, B(1996), 4084-4089.
- (5) 松本裕昭・小林敏雄, 直接シミュレーション・モンテカルロ法における Lennard-Jones ポテンシャル型等方散乱モデル(第1報), *60*-572, B(1994), 1269-1274.
- (6) 巽友正, 流体力学, (1982), 24, 培風館.
- (7) 大上芳文・藤原良樹・細川力, 粒子法による拡散方程式の決定論的一解法における精度と安定性, *機論*, **57**-544, B(1991), 4092-4099.
- (8) Ogami, Y. and Cheer, A. Y., Simulation of Unsteady Compressible Fluid Motion by an Interactive Cored Particle Method, *SIAM J. Appl. Math.*, **55**-5(1995), 1204-1226.
- (9) 数値流体力学編集委員会編, 圧縮性流体力学, (1995), 10, 東京大学出版会.