矩形容器内に置かれた二円筒回りの水の非定常自然対流* (円筒間隔が水の冷却過程に及ぼす影響)

笹口 健吾^{*1}, 桑原 功治^{*2}, 浅井 隆史^{*3}

Transient Cooling of Water around Two Cylinders in a Rectangular Cavity (The Effect of the Spacing between the Cylinders)

Kengo SASAGUCHI, Koji KUWABARA and Takashi ASAI

Transient cooling of water around two cooled horizontal cylinders placed in a rectangular enclosure has been studied. The governing equations were solved by a finite difference method, and the flow structure and temperature distributions have been predicted. The purpose of the present study is to examine the effects of the spacing between the cylinders and the initial temperature of water on the cooling process of water. The initial water temperature was varied at 4, 6, 8 and 12°C, and timewise variations of the temperature field and the velocity field as well as the mean Nusselt numbers on the cylinder surfaces were compared. The effect of a change in the spacing between the cylinders on the cooling process appears earlier stage as the initial temperature of water is increased. Complicated flow patterns are observed for initial water temperatures larger than 4°C due to the density inversion of water, irrespective of the extent of the spacing.

Key Words: Transient Cooling of Water, Density Inversion of Water, Cylinders in Rectangular Cavity, Spacing between Cylinders

1. 緒 言

電力需要の平準化が緊急な課題となっている今日、顕熱蓄冷や潜熱蓄冷技術に関する多くの研究がなされている。いずれの技術においても、密度逆転を有する水の過渡的な冷却過程を理解することが、システム設計の際に重要となる。従って、現在まで、水の密度逆転が自然対流に及ぼす影響に関する研究は多くなされてきた(例えば文献(1-8))。しかし、これらの研究の多くは、矩形領域の両側面を加熱及び冷却面とした定常熱伝達を扱っており、実際の蓄冷システムにおいて基本的な系である、矩形容器内に設置された円筒回りの水の非定常自然対流熱伝達に関する研究は非常に少ない⁽⁹⁾。著者らは最近、矩形容器内の中央に置かれた単円筒回りの水の冷却過程に及ぼす水の初期温度の影響⁽¹⁰⁾、並びに容器内における単円筒の位置の影響⁽¹¹⁾を調べた。その結果、水の初期温度の値によっては、水の密度逆転のために、流動状態及び熱伝達が時間とともに複雑に変化すること、並びに円筒位置の変化が水の冷却過程に及ぼす影響は、水の初期温度の値によって、かなり異なることを示した。

さて、一般の蓄冷システムでは管群タイプの熱交換器がよく使用される。従って、本研究の最終目標は管群回りの非定常自然対流現象を解明することにあるが、

本報告では、その第一歩として、矩形容器内に置かれた二円筒回りの水の非定常自然対流を数値シミュレーションによって調べた。計算に際しては、円筒間隔が熱伝達に及ぼす影響を調べるために、円筒間隔を変化させるとともに、単円筒の場合との冷却速度の比較も行った。円筒間隔は d と $3d$ (d :円筒直径)の場合を考え、水の初期温度 T_i は4, 6, 8及び12°Cに変化させた。

主な記号

a : 温度伝導度
 c : 比熱
 d : 円筒直径
 g : 重力加速度ベクトル
 $\bar{h}$: 円筒表面平均熱伝達係数
 $\overline{Nu}$: 円筒表面平均ヌセルト数
 n : 円筒表面に垂直な外向き方向
 P : 圧力
 Pr : プラントル数, ν/a
 $\bar{q}$: 円筒表面平均熱流束
 Ra : レーレー数, $\rho_{\max} g \alpha d^3 (T_i - T_w)^q / (\rho \alpha \nu)$
 R_N : 上下円筒表面平均ヌセルト数の比 (式(6))
 S : 円筒間隔
 T : 温度
 $\bar{T}$: 平均温度
 t : 時間
 u : 速度ベクトル
 $\bar{\theta}$: 無次元平均水温 $= (\bar{T} - T_i) / (T_w - T_i)$
 λ : 熱伝導率

* 原稿受付 1997年11月19日。

*¹ 正員, 熊本大学工学部(☎ 860-8555 熊本市黒髪2-39-1)。

*² 熊本大学大学院。

*³ 学生員, 熊本大学大学院。

ρ : 密度
 τ : 無次元時間 $= a \cdot t / d^2$
 ν : 動粘性係数
 (添字)
 i : 初期状態
 w : 円筒表面
 ref : 代表値 $(= (T_w + T_i) / 2)$

2. 物理モデルと支配方程式

解析を行った物理モデルを図 1 に示す. 系は四方を断熱壁によって囲まれ, 内部には直径 $d (= 15 \times 10^{-3} \text{ m})$ の二本の水平円筒が設置されており, その回りには水が封入されている. 図に示すように, 円筒間隔 S が d (図 1(a)) と $3d$ (図 1(b)) の二つの場合を考えた. 最初, 水は一樣な初期温度 T_i で, 時刻 $t = 0 \text{ s}$ において円筒表面が T_i より低い温度 $T_w (= 0^\circ \text{C})$ に変化することによって冷却が開始するものとする. 非圧縮二次元層流でブジネスク近似が成り立つと仮定すると, 支配方程式は次のようになる.

連続の式

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

運動量の式

$$\rho_{ref} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho_{ref} (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \rho_{ref} \nu \Delta \mathbf{u} + (\rho_{ref} - \rho) \mathbf{g} \quad (2)$$

エネルギー式

$$\rho_{ref} c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_{ref} c (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = \lambda \Delta T \quad (3)$$

Fig.1 Physical model

なお, 式 (2) の右辺第 3 項における水の密度と温度の関係式としては文献 (12) の次式を用いた.

$$\rho = \rho_{\max} (1 - \omega |T - T_{\max}|^q), \quad (4)$$

ここで, $\rho_{\max} = 999.972 \text{ kg/m}^3$, $\omega = 9.297173 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-q}$, $T_{\max} = 4.0293^\circ\text{C}$, $q = 1.894816$.

基礎式は, 計算格子と固体壁の境界を一致させるため, 一般座標系に写像した. また, 実際の物理空間と写像空間の格

子座標を一对一に対応させるための座標変換式としてポアソン方程式を用いた⁽¹³⁾. これらの詳細については, 著者らの以前の論文^(10, 14)に既に記述しているため, ここでは省略する.

図 2 に, 計算格子の配置を示す. 図 2 (c) が計算面に配置した格子を示しており, 図 2 (a) 及び図 2 (b) は図 2 (c) の格子をそれぞれ $S = d$ 及び $3d$ の場合に対し物理面に写像したものである. 図 2 (c) 中の主要な点に付けた番号は図 2 (a) 及び図 2 (b) の番号に対応している. 一般座標系に変換された支配方程式は元の式より複雑になるが, 計算領域は, 図 2 (c) に示したように, 簡単な矩形領域となり, 物理面での境界が計算面での境界と一致するため, 境界での複雑な緒量の補間が不要で, 精度の良い計算が可能となる. 一般座標系に変換

Fig.2 Grid system

された支配方程式をMAC法⁽¹⁵⁾に基づいて離散化し、反復的に解いた（反復の前後の温度、速度及び圧力の相対誤差が 10^{-4} 以下になった時、収束したとみなした）。なお、時間微分には一次精度の前進差分、空間二次微分には二次精度の中心差分及び対流項には三次精度風上差分⁽¹⁶⁾を適用した。格子数としては、いずれの円筒位置に対しても、予備計算で十分な精度が得られた 80×300 格子を用い、時間刻みは0.025秒～0.2秒まで変化させた。無次元化された基礎式にはレーレー数 Ra 及びプラントル数 Pr が無次元パラメータとして現れるが、それらの値は $T_i=4^\circ\text{C}$, 6°C , 8°C 及び 12°C に対して、それぞれ $Ra=1.84 \times 10^4$, 4.08×10^4 , 7.22×10^4 , 1.65×10^5 及び $Pr=12.5$, 12.1 , 11.7 , 10.9 である。なお、物性値は $(T_i+T_w)/2$ の温度で算出した。解析方法の詳細及び実験結果との比較などによる本数値モデルの妥当性の検討などについては文献(10, 14)を参照願いたい。

3. 解析結果と考察

3.1 $T_i=4^\circ\text{C}$ の場合 まず、水の初期温度 $T_i=4^\circ\text{C}$ の場合に対し、円筒間隔の影響を見るため、図3に $S=d$ 及び $3d$ の場合のそれぞれに対し、 $\tau=0.073$ 及び0.584における温度分布の比較を示した。なお、 τ は無次元時間で $\tau=a \cdot t/d^2$ と定義した。さて、 $T_i=4^\circ\text{C}$ の場合、初期状態の水は密度最大付近にあり、円筒付近の冷却された水は密度が小さくなるため、円筒に沿う上向きの対流が生じる。まず、 $S=d$ の場合を見ると、初期では強いこの上昇流のために、上部円筒より上方の領域で水の冷却が急速に進む(図3(a))。時間の経過とともに、水と円筒の温度差が減少するため、上昇流は弱くなる(図3(b))。下部円筒より下方の領域では、全時間において、対流は非常に弱く熱伝導が支配的であり、図3(b)から明らかなように、成層化した温度分布となる。 $S=3d$ の場合では(図3(a)')及び3(b)'), 流れは定性的には $S=d$ の場合と同様であるが、 $S=3d$ では下部円筒が容器の下方に位置しているため、 $S=d$ の場合と比較し、容器下部における水の冷却が速いことが分かる。

図4に各円筒表面に渡って平均した平均ヌセルト数 $\overline{Nu}$ の時間変化の比較を示した。なお、 $\overline{Nu}$ は次のように定義した。

$$\overline{Nu} = (\bar{h} \cdot d) / \lambda \quad (5)$$

$$\text{ここに、} \bar{h} = \bar{q} / (T_w - T_i) = \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_w / (T_w - T_i)$$

なお、円筒表面平均熱流束 $\bar{q}$ は円筒中心へ向かう方向を正とした。図4で、実線及び破線はそれぞれ上部円筒及び下部円筒の $\overline{Nu}$ を示している。図から、下部円筒

Fig.3 Timewise variations of temperature field for $T_i=4^\circ\text{C}$

Fig.4 Timewise variations of $\overline{Nu}$ for $T_i=4^\circ\text{C}$

Fig.5 Timewise variations of R_N for $T_i=4^\circ\text{C}$

$\overline{Nu}$ がほぼ一定に保たれている初期の短い時間を除いて（この期間では対流が非常に強い）、全ての $\overline{Nu}$ は時間と共に単調に減少していることが分かる。また、円筒間隔 S を変化させても、上部及び下部円筒の $\overline{Nu}$ の値に大差はないことが分かる。更に、 S の値によらず、下部円筒の $\overline{Nu}$ は上部円筒の場合より、ほぼ全時間にわたって大きい値を示すことも明らかである。

次に、二本の円筒のうちいずれが水の冷却により大きく貢献しているかを明確にするため、次式で定義される、下部円筒に対する上部円筒のヌセルト数の比 R_N の時間変化を図 5 に示す。

$$R_N = \frac{(\overline{Nu})_{\text{for upper cylinder}}}{(\overline{Nu})_{\text{for lower cylinder}}} \quad (6)$$

$R_N > 1$ は上部円筒が下部円筒に比べ、水をより冷却していることを意味している。さて、図 5 を見ると、ごく初期の時間を除いて、 $R_N < 1$ となっており、上部円筒は下部円筒に比べ水の冷却に対する貢献は小さい。これは、前述したように、 $T_i = 4^\circ\text{C}$ では対流は常に上向きであり、上部円筒には下部円筒で冷却された水が到達するため、上部円筒の温度境界層は下部円筒のそれより厚くなるためである。また、 $\tau = 0.8$ 付近まで $S = d$ 及び $3d$ の場合の R_N はいずれも時間と共に単調に減少する。しかし、それ以降、 $S = 3d$ では R_N はほぼ一定の値をとる。これは、 $S = d$ に比べ $S = 3d$ の場合の方が、冷却が速く行われるため、下方円筒の $\overline{Nu}$ の低下が上方円筒のそれとほぼ等しくなるためである。なお、ごく初期で、 $S = d$ 及び $3d$ のいずれの場合も、 $R_N > 1$ となっているのは、下方円筒からのブルームが上方円筒に衝突して、瞬間的に上方円筒の熱伝達が増加するためである。

3.2 $T_i = 8^\circ\text{C}$ の場合 次に、 $T_i = 8^\circ\text{C}$ の場合に対する温度分布、 $\overline{Nu}$ 及び R_N の時間変化をそれぞれ図 6～図 8 に示す。まず、図 6 の $S = d$ の場合を見ると、初期の時間では、 $T_i = 4^\circ\text{C}$ の場合と異なり、円筒に沿う下向きの対流が支配的である（図 6(a)）。この下降流による冷却によって容器下部に 4°C 程度の水が蓄積し始めると、下部円筒回りで流れの逆転が起こり、上昇流が生じ始める（図 6(b) ではこれが明白であるが、図 6(a) の時刻でも既に弱い上昇流が観察される）。この上昇流は次第に発達し、上部円筒回りにおいても上昇流が優勢となり（図 6(c)）、

Fig.6 Timewise variations of temperature field for $T_i = 8^\circ\text{C}$

Fig.7 Timewise variations of $\overline{Nu}$ for $T_i = 8^\circ\text{C}$

Fig.8 Timewise variations of R_N for $T_i = 8^\circ\text{C}$

ついいは容器全体を支配するようになる。その後、更に時間が経過すると、水と円筒表面の温度差が徐々に小さくなるに従って、上昇流も衰退していく。

なお、この場合、上方円筒からの弱くなりつつある下降流と下方円筒からの強くなりつつある上昇流の衝突により、上昇流が左右に分かれることが特徴的である(例えば図6(b))。また $S=3d$ では、下方円筒からの上昇流が発達していく過程で、上方円筒からの比較的強い下降流との衝突のために、二円筒間の midpoint 付近まで下方円筒からの上昇流が発達した時に、この流れは右側に傾く。その後、右側に偏流したまま(図6(c))、大きく揺動することはなく、次第に衰退していく。なお、 $S=d$ の場合、この偏流は観察されなかった(図6(c))。

次に、 $S=d$ での $\overline{Nu}$ の変化を見ると(図7)、下部円筒(破線)の $\overline{Nu}$ は温度境界層が厚くなるにつれて最初急激に減少し極小となる。その後、下部円筒回りで流れの逆転が生じ、発達するにつれて、 $\overline{Nu}$ はわずかに増加する。更に時間が経過し、上昇流の減衰と共に $\overline{Nu}$ は再び減少し始める($\tau=0.55$ 程度から)。一方、 $S=d$ の上部円筒の場合(実線)を見ると、 $\overline{Nu}$ は最初急激に減少するが、上述した強い下降流が発達するため、その後短時間($\tau=0.005$ 程度まで)ほぼ一定になる。更に時間が経過すると、温度境界層が厚くなるにつれて、 $\overline{Nu}$ は再び減少し極小となる。次に、下部円筒から発達した上昇流が上部円筒に達し、上部円筒回りでも上昇流が発達し始めると、 $\overline{Nu}$ はわずかに増加し、その後、上昇流の衰退と共に再び減少することが分かる。

$S=3d$ の場合の $\overline{Nu}$ も上記の $S=d$ の場合と同様な変化をするが、 $S=3d$ の場合では、 $S=d$ の場合に比較し、下部円筒で発生した上昇流が上部円筒に達するまでにより長い時間を要するため、 $S=3d$ の上部円筒の $\overline{Nu}$ が極小となるのは遅くなる。また、下降流が支配的な期間においては、 S の値によらず、上部円筒の $\overline{Nu}$ は下部円筒のそれより大きく、流れの逆転が生じ始めてからは、逆に下部円筒の $\overline{Nu}$ のほうが大きくなることも分かる。

以上のように、 $T_i=8^\circ\text{C}$ では $T_i=4^\circ\text{C}$ の場合(図4)と異なり、各円筒の $\overline{Nu}$ は時間と共に複雑な変化をし、また上部と下部円筒が水の冷却に及

ぼす効果の大小関係も時間と共に変わることが明らかとなった。従って、図8に示したように、 R_N は初期では1以上の値を取るが、その後1以下となる。また、図8で R_N の極大点($\tau=0.2$ 程度)は、下部円筒で上昇流が生じ始める点に対応している。

なお、 $T_i=6^\circ\text{C}$ の場合、現象は定性的には $T_i=8^\circ\text{C}$ の場合と同様であったが、 $T_i=6^\circ\text{C}$ では流れの逆転が $T_i=8^\circ\text{C}$ の場合よりわずかに早く生じ、従って $\overline{Nu}$ が極小及び R_N が極大になる時間が早くなった。

3.3 $T_i=12^\circ\text{C}$ の場合 更に水の初期温度が大きい $T_i=12^\circ\text{C}$ の場合においても流動状態の時間変化は $T_i=8^\circ\text{C}$ の場合と定性的には類似したものとなった。ただし、図9と図6の比較から明らかなように、 $T_i=12^\circ\text{C}$ では下部円筒回りの水が 4°C 程度まで冷却されるのに時間がかかるため、流れの逆転が生じるのが遅れる。また、容器上部での強い温度成層のため、流れの逆転が生じ始めてから容器全体で上昇流が支配的になるまでに長い時間を要する。従って、 $T_i=12^\circ\text{C}$ の場合、 $\overline{Nu}$ が極小になるまでに時間がかかり(特に、上部円筒において)、またその後 $\overline{Nu}$ がほぼ一定となる期間も長い(図10と図7を比較)。また、図11の R_N が極大になる時間も遅れる。なお、 $T_i=12^\circ\text{C}$ の $S=3d$ の場合では、 $T_i=8^\circ\text{C}$ の場合より流れの不安定性が更により強くなり、図9に示したように、下方円筒からの上昇流が発達し始めると、上方円筒からの下降流が左右に、20秒程度の周期で揺動し始める(図9(a))。図10及び図11で $S=3d$ の場合の $\overline{Nu}$ 及び R_N が初期の時間でかなり振動しているのはこのためである。その後、下方円筒からの上昇流の発達と共に、この下降流は急速に弱まるが(図9(b))、この段階での、下降流の揺動は小さい。なお、下方円筒から発達した上昇流は、図9(c)に示したように、偏流してはいるが、 $T_i=8^\circ\text{C}$ の場合と同様に、揺動は小さかった。なお、 $T_i=12^\circ\text{C}$ の場合においても、 $S=d$ では、上述したような流れの不安定性は観察されなかった。

3.4 平均水温の時間変化の比較 次に、各 T_i に対し、 $S=d$ 及び $3d$ の場合に対する無次元平均水温 $\bar{\theta}$ (面積平均)の時間変化を図12にまとめて示す。なお、 $\bar{\theta}=(\bar{T}-T_i)/(T_w-T_i)$ と定義しており、水が完全に冷却された時($\bar{T}=T_w$ の時)、 $\bar{\theta}=1.0$ となる。また、図には図1(b)($S=3d$)の上部の

 Fig.9 Timewise variations of temperature field for $T_i = 12^\circ\text{C}$

 Fig.10 Timewise variations of $\overline{Nu}$ for $T_i = 12^\circ\text{C}$

 Fig.11 Timewise variations of R_N for $T_i = 12^\circ\text{C}$

円筒を取り除いた単円筒の場合も比較のために示してある．図 1 2 から，いずれの T_i においても，二円筒の場合， $S=3d$ の方が $S=d$ の場合より水の冷却は速く進むが，その差は小さい．ただし， $T_i=12^\circ\text{C}$ ではその差が他の T_i の場合に比較して大きく，また早い時間から現れていることが分かる．以上のことより，水の冷却過程に及ぼす円筒間隔の変化の影響は小さいと結論される．

一方，単円筒の場合と二円筒の場合を比較すると， T_i が大きい程， $\bar{\theta}$ の値の差が大きくなっており，特に $T_i=12^\circ\text{C}$ では二円筒にすることによって，大きい冷却促進が得られることが明らかである．これは以下の理由による．すなわち，容器の下部に置かれた単円筒の場合は，流れの逆転によって生じる円筒に沿った上昇流の発達に，円筒上方の水の強い温度成層のために，非常に遅れ，水の冷却が遅くなる．一方，容器上方にも円筒が存在する二円筒の場合では，この上方の円筒からの冷却によって，容器上方の温度成層が崩れるため，上昇流の発達が，単円筒の場合に比べかなり速くなり水の冷却を促進する．従って， $T_i=12^\circ\text{C}$ の場合の二円筒と単円筒では $\bar{\theta}$ の時間変化に大きい差が現れることになる．

Fig.12 Comparison of nondimensional averaged water temperature

4. 結 論

矩形容器内に置かれた冷却二円筒回りの水の非定常自然対流を数値解析によって調べ、円筒間隔が水の冷却過程に及ぼす影響を系統的に調べると同時に、単円筒の場合との比較も行った。その結果を要約すると次のとおりである。

(1) $T_w=0^\circ\text{C}$ に固定し、 T_i を4, 6, 8及び12 $^\circ\text{C}$ に変化させて計算を行った結果、 $T_i=4^\circ\text{C}$ では全時間に渡って、円筒に沿って上向きの単純な流動状態が観察された。従って、下部円筒表面平均ヌセルト数 $\overline{Nu}$ に対する上部円筒の $\overline{Nu}$ の比 R_w は、ほぼ全時間にわたって、1より小さい値を示した。また、円筒間隔 S が変化しても、上部及び下部円筒の $\overline{Nu}$ はほとんど変化せず、従って平均水温 $\bar{\theta}$ の時間変化も S の大きさにはほとんど依存しないことが明らかとなった。

(2) $T_i>4^\circ\text{C}$ では、最初下向きの流れが生じ、下部円筒付近に約4 $^\circ\text{C}$ の水の領域が増加すると、流れの逆転が起こる。この上向き対流は、時間と共に強くなり、ついには容器全体を支配する流れとなる。従って、初期の時間では上部円筒の熱伝達が大きいが、流れの逆転が起こると、逆に下部円筒の熱伝達が大きくなる。故に、 R_w の値は初期では1より大きくなり極大となるが(極大値は T_i が大きいほど大きい)、その後流れの逆転に伴って、急激に1より小さくなる。また、 S の変化が $\bar{\theta}$ に及ぼす影響は、 $T_i=4^\circ\text{C}$ の場合と同様、大きくはないが、 $T_i=12^\circ\text{C}$ の場合は他の T_i の場合に比べ、大きく現れた(図12参照)。

(3) 単円筒と二円筒の場合を比較すると、水の冷却に対して、 T_i が大きいほど、二円筒にした効果が大きいことが分かった。これは、 T_i が大きく温度成層が強い場合は、単円筒からの冷却のみではこの成層を崩して上向き流れを発達させるには不十分なため、二円筒にする効果が明確に現れるためである(図12参照)。

文 献

(1) Seki, N., et.al., Free Convection Heat Transfer with Density Inversion in a Confined Rec-

tangular Vessel, *Warme- und Stoffübertragung*, 11(1978), 145-156.

- (2) Lin, D.S. and Nansteel, M.W., Natural Convection Heat Transfer in a Square Enclosure Containing Water Near Its Density Maximum, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 30-11(1987), 2319-2329.
- (3) 石川・他2名, 密閉矩形容器内の密度逆転を伴う自然対流熱伝達の整理式, 機論, 59-558(1993), 564-570.
- (4) Robillard, L. and Vasseur, P., Convective Flow Generated by a Pipe in a Semi-Infinite Porous Medium Saturated with Water in the Neighborhood of 4 $^\circ\text{C}$, in "Freezing and Melting Heat Transfer in Engineering" edited by Cheng, K.C., and Seki, N., (1991), 315-338, Hemisphere, New York.
- (5) Braga, S.L., and Viskanta, R., Transient Natural Convection of Water Near Its Density Extremum in a Rectangular Cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35-4(1992), 861-875.
- (6) Tong, W., and Koster, J.N., Density Inversion Effect on Transient Natural Convection in a Rectangular Enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 37-6(1994), 927-938.
- (7) McDonough, M.W., and Fagri, A., Experimental and Numerical Analyses of the Natural Convection of Water Through Its Density Maximum in a Rectangular Enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 37-5(1994), 783-801.
- (8) Robillard, L., and Vasseur, P., Convective Response of a Mass of Water Near 4 $^\circ\text{C}$ to a Constant Cooling Rate Applied on Its Boundaries, *J. Fluid Mech.*, 37(1982), 123-141.
- (9) 鳴海・他2名, 水平同心円筒内での過冷却を伴う水の冷却・凍結過程に関する研究, 機論, 56-527(1990), 2077-2084.
- (10) Sasaguchi, K. et. al., Effect of Density Inversion on Cooling of Water Around a Cylinder in a Rectangular Cavity, *Numerical Heat Transfer, Part A*, 32-2(1997), 131-148.
- (11) Sasaguchi, K. et. al., Transient Cooling of Water Around a Cylinder in a Rectangular Cavity -A Numerical Analysis on the Effect of the Position of the Cylinder-, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41-20(1998), 3149-3156.

- (12) Gebhart, B. and Mollendorf, J., Buoyancy-Induced Flows in Water Under Conditions in Which Density Extrema May Arise, *J. of Fluid Mechanics*, **89**(1978), 673-707.
 - (13) Thompson, J.F., et. al., TOMCAT-A Code for Numerical Generation of Boundary-Fitted Curvilinear Coordinate Systems on Fields Containing Any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies, *J. of Computational Physics*, **24**(1977), 274-302.
 - (14) 北川, 矩形容器内に置かれた水平円筒回りの水の非定常自然対流に関する研究, 熊本大学修士論文(1996).
 - (15) Takemoto, Y. and Nakamura, Y., Three-Dimensional Incompressible Flow Solver, *Lect. Notes Phys.*, **264**(1986), 594-599.
 - (16) Agarwal, R. K., A Third-Order-Accurate Upwind Scheme for Navier-Stokes Solution at High Reynolds Numbers, *AIAA Paper*, 81-002(1981).
-