クエット・ポアズイユ形乱流の乱れ統計量*
(第2報, 高次統計量)中 林 功 一^{*1}, 鬼 頭 修 己^{*1}, 加 藤 義 孝^{*2}Turbulence Statistics of Couette · Poiseuille Turbulent Flow
(2nd Report, Higher Order Turbulence Statistics)

Koichi NAKABAYASHI, Osami KITO and Yoshitaka KATOU

Turbulence statistics in Couette · Poiseuille flow are obtained by measurements. These include correlation coefficient, skewness and flatness factors and four-quadrant analysis of Reynolds shear stress $-\rho \overline{uv}$. In the region of $y^+ \leq 30 \sim 40$, the distributions of all these quantities are only affected by non-dimensional parameter $\mu (= u_*^3 / \alpha \nu)$, as the mean velocity and the turbulence intensities profiles are. The four-quadrant analysis shows that the fractional contribution from 4th-quadrant is affected largely by parameter μ whereas that from 2nd-quadrant remains unaffected. In the case of $0 < \mu \leq 94$, the fractional contribution from 4th-quadrant is greater than that from 2nd-quadrant, unlike the conventional wall turbulent flow.

Key Words: Turbulent Flow, Shear Flow, Turbulence, Couette · Poiseuille Flow, Shear Stress Gradient, Correlation Coefficient, Skewness and Flatness Factors, Four-quadrant Analysis

1. 緒 言

前報⁽¹⁾では, クエット・ポアズイユ形乱流の乱れ強さ分布に及ぼす流れパラメータ (Re^* , μ , β) の影響を調べ, その結果を平板ポアズイユ流れ, 平板クエット流れおよび El Telbany-Reynolds の結果⁽²⁾ と比較検討した. そして, 壁領域の乱れ強さ分布に及ぼす μ と Re^* の効果を明らかにした. また, 乱流コア領域における速度スケールがポアズイユ形とクエット形とで異なることを示した. しかし, 壁近傍におけるレイノルズせん断応力生成のメカニズムに対する考察や μ の影響などは議論されていない. また, 乱流コア領域の乱れ構造に与える β の効果も不明である.

そこで, 本報では相関係数, スキューネスおよびフラットネス係数の分布, レイノルズ応力を四象限分解し各象限の成分の寄与割合と頻度の分布に及ぼす各種パラメータの影響について考察し, 壁乱流の高次乱れ統計量分布に及ぼすせん断応力こう配の効果を明らかにする. 本論文のような, 高次統計量や四象限分解を

用いた研究には, Kim ら⁽³⁾ による平板ポアズイユ流れの DNS や, Beck ら⁽⁴⁾ による平板クエット流れの DNS などがあるのみで, クエット・ポアズイユ形流れに対するせん断応力こう配の影響を扱った系統的な研究はほかに見あたらない.

2. おもな記号およびパラメータ

$$F(u') : u' \text{ のフラットネスファクタ} = \overline{u'^4} / \overline{u'^2}^2$$

$$F(v') : v' \text{ のフラットネスファクタ} = \overline{v'^4} / \overline{v'^2}^2$$

$$Fr_i (i=1 \sim 4)$$

: 1~4 の各象限での頻度

h : 流路高さの 1/2

$$Re^* : \text{レイノルズ数} = hu_* / \nu = h / \delta_v$$

$$S(u') : u' \text{ のスキューネスファクタ} = \overline{u'^3} / \overline{u'^2}^{3/2}$$

$$S(v') : v' \text{ のスキューネスファクタ} = \overline{v'^3} / \overline{v'^2}^{3/2}$$

u' : 流れ方向乱れ強さ

$$u_* : \text{壁面摩擦速度} = \sqrt{\tau_w / \rho}$$

$$-\rho \overline{uv} : \text{レイノルズせん断応力}$$

$$(-uv)_i : (i=1 \sim 4)$$

: 1~4 の各象限における $-\overline{uv}$ の値

v' : 高さ方向乱れ強さ

y : 静止壁からの距離

* 原稿受付 1998 年 1 月 8 日.

^{*1} 正員, 名古屋工業大学工学部 (☎ 466-8555 名古屋市中昭和区御器所町).

^{*2} 正員, 名古屋工業大学大学院.

- y^+ : 壁からの無次元距離 $= yu_*/\nu$
 α : セン断応力こう配 $= 1/\rho \cdot d\tau/dy$
 β : 流れタイプパラメータ $= ah/u_*^2 = h/\delta_p \cdot \text{sgn}(\alpha)$
 δ_p : セン断応力こう配長さスケール $= |u_*^2/\alpha|$
 δ_v : 粘性長さスケール $= \nu/u_*$
 μ : セン断応力こう配パラメータ $= u_*^3/\alpha\nu = \delta_p/\delta_v \cdot \text{sgn}(\alpha)$
 τ_w : 壁面せん断応力

3. 実験結果および考察

実験装置は既報⁽¹⁾⁽⁵⁾と同じであるので省略する。実験条件 (μ , Re^* , β) と図中のシンボルを表1に示す。クエット形流れでは、高せん断応力壁を座標原点として考察する場合があるので、高せん断応力壁側におけるパラメータを表2に示す。

3.1 相関係数 相関係数 $-\overline{uv}/(u'v')$ を横軸 y/h に対して示す。図1(a)はポアズイユ形流れの相関係数の分布を示す。実線で示した平板ポアズイユ流れのDNS⁽⁶⁾の結果に見られる壁のごく近傍の極大値が実験結果に現れないのは、高さ方向乱れ強さをX形熱線流速計で測定する際、壁近傍での値を過大に見積もってしまうためである。 β が増大すると相関係数が零になる位置が壁から遠ざかる。これは、せん断応力 $\tau=0$ となる位置が $y=\delta_p=|\beta|h$ であることから明

らかである。

クエット形流れ [図1(b)] では、高せん断応力壁を原点 ($y/h=0$) になるよう座標変換して、相関係数分布を示した。図1(b)の実線は平板クエット流れの実験結果⁽⁷⁾($Re^*=192$, $\beta=0$) である。クエット形流れでは流路内に $\tau=0$ となる位置が存在しないので、相関係数の分布はポアズイユ形流れに比べ平坦であるが、高せん断応力壁側では低せん断応力壁側に比べ相関係数が大きくなるので、流路中央部のこう配は負になる。 β が零から減少するほど、このこう配は急になる。また、 β の値が近い条件の分布を比べると、 Re^* が大きいほどその値が減少する傾向がある。El Telbany-Reynolds⁽²⁾の結果は、本実験結果の値より非常に大きい。これは、彼らの実験では流れが未発達で、

Table 1 Parameters and symbols

Poiseuille-type				Couette-type			
	μ	Re^*	β		μ	Re^*	β
●	-60	100	-1.66	⊠	-1334	105	-0.08
○	-127	96	-0.76	⊞	-464	112	-0.24
⊙	-137	164	-1.20	⊡	-413	175	-0.42
⊖	-195	277	-1.42	■	35	156	4.48
⊗	-216	455	-2.11	□	55	177	3.23
⊕	-264	370	-1.40	◻	85	103	1.22
⊗	-275	653	-2.37	◻	94	145	1.54
⊗	-376	568	-1.51	■	222	278	1.25
⊗	-383	421	-1.10	■	258	99	0.38
⊗	-531	679	-1.28	■	451	160	0.35
				■	780	316	0.41
				⊗	902	100	0.11
				⊗	1333	159	0.12

Table 2 Parameters and symbols of Couette-type flow based on high shear stress wall side

μ Re^* β			μ Re^* β
-1334	105 -0.08		-1456	521 -0.36
-464	112 -0.24		-605	131 -0.22
-413	175 -0.42		-1009	210 -0.21
-1092	491 -0.45		-1901	426 -0.22
-1115	482 -0.43		-1216	110 -0.09
-541	192 -0.35		-1839	177 -0.10
-774	292 -0.38

(a) Poiseuille-type flow

(b) Couette-type flow

Fig. 1 Shear correlation coefficient

測定が助走区間で行われた結果, 乱れ強さが小さくなっているためである⁽⁸⁾.

3.2 スキューネスおよびフラットネス係数 図2, 3, 5, 6に流れ方向および高さ方向のスキューネス係数, フラットネス係数を y^+ に対して示す. 高さ方向成分の分布については $y^+ < 40$ では十分な精度が得られなかったため, $y^+ \geq 40$ の範囲を示した. 図には平板クエット流れの実験結果⁽⁷⁾(実線)と平板ポアズイユ流れのDNS⁽⁶⁾の結果(破線)も併せて示した. これらの分布に及ぼす μ, Re^* の影響を, パラメータ μ の影響の現れ方を考慮しながら考察する.

図2は流れ方向成分のスキューネス係数 $S(u')$ の分布を示す. 図2より壁領域での $S(u')$ の分布形状は μ の値により変化する. しかし, μ の値がほぼ等しくて Re^* の値が異なる場合 [例えば(⊕)と(⊙)], その分布形状はほぼ同じであることより, 分布形状への Re^* の依存性は見られない. $y^+ \leq 12$ の壁のごく近傍では $S(u')$ は y^+ が增大するにつれ減少するが, その値はいずれの場合も正であり, この領域ではスィープ現象が支配的であると考えられる. $\mu < 0$ では分布形状への μ の影響は見られないが, $\mu > 0$ では $S(u')$ の値は μ が小さくなるにしたがい大きくなる. これ

について図4に乱れの生成項 $-\overline{uv}^+ dU^+/dy^+$ を示す. $\mu > 0$ の場合, μ が小さいほど生成項の値が大きくなりバフファ領域の乱れのアクティビティが高いため, より高速の (u' が大きい) 流体塊が壁のごく近傍まで入り込み強いスィープが現れるためである. $12 < y^+ \leq 30 \sim 40$ での $S(u')$ の分布は, $\mu = \infty$ の平板クエット流れ (実線) の分布を境に $\mu > 0$ ではこれより上に, $\mu < 0$ では下に分布し, 実線からのずれは $|\mu|$ が小さいほど大きい. この領域では $S(u') < 0$ となる場合が多く, イゼクションの寄与が大きくなっていると考えられる.

Fig. 4 Production term

Fig. 2 Skewness factor of u'

Fig. 5 Skewness factor of v'

Fig. 3 Flatness factor of u'

Fig. 6 Flatness factor of v'

しかし、 $\mu > 0$ の場合 μ が減少するにつれ $S(u')$ が増大し、 $\mu \leq 94$ では $S(u')$ は全領域で正となり、この場合には後に四象限分解の章で述べるように、イゼクションよりスweepの寄与が大きい。 $y^+ > 40$ では $\mu = \infty$ の平板クエット流れの分布を境にして $\mu > 0$ では上に、 $\mu < 0$ では下に分布し、 $|\mu|$ が減少するにしたがい平板クエット流れの分布との差は拡大する。

図3は流れ方向フラットネス係数 $F(u')$ の分布を示す。 $y^+ < 12$ での $F(u')$ は y^+ が大きくなるにつれ減少する。 $\mu > 0$ の場合、 μ の減少にしたがい $F(u')$ は増大する。 $12 < y^+ \leq 30$ では、 $\mu > 0$ では μ の減少にしたがい $F(u')$ は増大するが、 $\mu < 0$ の場合は μ の変化に対する $F(u')$ の変化は小さい。また、 $y^+ = 12 \sim 20$ において $F(u')$ の極小値をもつ場合が多い。 $y^+ \approx 30 \sim 40$ ではいずれの場合もほぼ同じ値 [$F(u') = 2.6 \sim 2.8$] であり、ここを境に $F(u')$ の値の μ による大小関係が逆転する。 $y^+ > 40$ では、低レイノルズ数のポアズイユ形流れを除き $F(u')$ の y^+ に対する変化は小さい。クエット形流れの $F(u')$ はほぼ一定値 (2.6~2.8) である。ポアズイユ形流れは、乱流コア部で $F(u') > 3$ となる。 μ が大きい ($|\mu| \geq 216$) 場合には、ポアズイユ形流れでもクエット形流れと同様、ほぼ一定 [$F(u') = 2.8 \sim 3.0$] となる領域が現れる。

高さ方向成分のスキューネス係数 $S(v')$ (図5) は、クエット形流れでは y^+ に対しほぼ一定 ($-0.4 \sim 0.4$) であり、平板クエット流れの値を境に $\mu > 0$ では上に、 $\mu < 0$ では下に分布し、平板クエット流れからのずれは $|\mu|$ が減少するにつれ拡大する。ポアズイユ形流れでは流路中央部 ($y^+ \approx |\mu|$) で $S(v')$ が零になる。 $|\mu|$ が大きい ($|\mu| \geq 216$) 場合には、 $y^+ > 40$ でクエット形流れと同様ほぼ一定になる領域が見られる。高さ方向成分のフラットネス係数 $F(v')$ (図6) は、壁から離れるにしたがい値が減少するが、つねに3より大きい。ポアズイユ形流れでは流路中央部で値が増大するのに対し、クエット形流れではほぼ一定であり流れタイプにより相違が見られる。

3.3 レイノルズせん断応力の四象限分解

図7に、ポアズイユ形流れとクエット形流れの四つの象限とイベントの名称(スweep, イゼクション, インタアクション)の関係を示す。静止壁側から移動壁側への座標変換の式がポアズイユ形とクエット形で異なるので、移動壁側の各象限とイベントの対応が、流れタイプによって異なる。ポアズイユ形流れではイゼクションもスweepも反対壁ではインタアクションに相当し、クエット形流れのスweepとイゼクションは反対壁ではイゼクションとスweepに対応している。

(a) Poiseuille-type flow

(b) Couette-type flow

Fig. 7 Classification of turbulent events

(a) Fractional contribution

(b) Frequency

Fig. 8 Examples of four-quadrant analysis Poiseuille-type flow ($Re^* = 277$, $\mu = -195$)

ポアズイユ形流れとクエット形流れのそれぞれについて、各象限における寄与割合と頻度の分布例を $\mu = -195$ と $\mu = 780$ に対して図8, 9に示す。寄与割合は壁面せん断応力で無次元化している。寄与割合に関して、後述するように $0 < \mu \leq 94$ ではスweepがイゼク

(a) Fractional contribution

(b) Frequency

Fig. 9 Examples of four-quadrant analysis Couette-type flow ($Re^*=316$, $\mu=780$)

ションより大きくなるが、この例ではいずれの流れタイプにおいても壁のごく近傍を除けば、第2象限(イゼクション)が第4象限(スweep)より大きく、レイノルズせん断応力の生成に対し主要な役割を果たしている。第1, 3象限(インタアクション)は値が小さく、その絶対値は断面にわたりほぼ一定である。頻度分布については、第4象限が第2象限より多い。スweepは数多く発生しているがレイノルズせん断応力の生成に対する寄与は小さく、これより発生数は少ないが、強いイゼクションがレイノルズせん断応力に大きく寄与していることがわかる。ポアズイユ形流れでは、寄与割合も頻度分布も $y/h=\delta_p/h=|\beta|$ で各象限がもっている作用の役割が入れ替わるが、クエット形流れでは各象限の作用の役割が入れ替わる位置がはっきりしない。ポアズイユ形流れでは寄与割合と頻度の第2象限と第4象限に現れる値の差が比較的大きいが、クエット形流れでは寄与割合も頻度も第2象限と第4象限との差が小さい。

第2象限と第4象限の寄与割合と頻度の分布が μ によってどのように変化するかを調べるため、これら

Fig. 10 Fractional contribution from quadrant_2 of Poiseuille-type flow

Fig. 11 Fractional contribution from quadrant_4 of Poiseuille-type flow

Fig. 12 Frequency from quadrant_2 of Poiseuille-type flow

を壁変数 $y^+(\geq 40)$ に対し図10から図17に示した。寄与割合についてはレイノルズせん断応力 $-\rho \overline{uv}$ を用いて無次元化した。それぞれの分布の μ による変化の傾向をわかりやすくするため、ポアズイユ形(図10~13)とクエット形(図14~17)を別々の図に示す。

Fig. 13 Frequency from quadrant_4 of Poiseuille-type flow

Fig. 16 Frequency from quadrant_2 of Couette-type flow

Fig. 14 Fractional contribution from quadrant_2 of Couette-type flow

Fig. 17 Frequency from quadrant_4 of Couette-type flow

Fig. 15 Fractional contribution from quadrant_4 of Couette-type flow

ポアズイユ形流れの寄与割合(図 10, 11)には Kim ら⁽³⁾の平板ポアズイユ流れの DNS も併せて示した。ポアズイユ形流れの寄与割合 $(-uv)_i / (\overline{uv})$ が壁から離れた位置で急激に増大するのは、流路中央部で $\overline{uv} = 0$ となる位置が存在するためである。この領域での

寄与割合の増大につれ頻度は減少する。

ポアズイユ形流れでは第 2 象限の寄与割合と頻度は、乱流コア部を除けば μ に対する依存性に定まった傾向は見られず、寄与割合は約 0.75~0.85 頻度は約 0.25~3.3 の値となる。これに対し第 4 象限では壁領域において $|\mu|$ が減少するにつれて、寄与割合は低下し、頻度は増加する。この結果、 $40 \leq y^+ \leq 100$ の壁領域では、 $|(-uv)_2| > |(-uv)_4|$ が成立し、両者の差は $|\mu|$ が減少するにつれ拡大する。

クエット形流れでは、第 2 象限の寄与割合と頻度の分布(図 14, 16)のパラメータ μ に対する依存性は小さく明確でないが、 μ の値にかかわらず、寄与割合は y^+ に対し右下がり、頻度は右上がりに分布している。一方、第 4 象限の寄与割合と頻度の分布(図 15, 17)はパラメータ μ の影響を強く受ける。寄与割合は $|\mu|$ の減少につれて、 $|\mu| \approx 1300$ の分布を境に $\mu < 0$ の場合には下へずれ、 $\mu > 0$ の場合には上へずれる傾向をもつ。この結果、 $0 < \mu \leq 94$ の場合第 4 象限の寄与割合

が第2象限のそれよりも大きくなる ($|\overline{(-uv)}_4| > |\overline{(-uv)}_2|$)。一方、頻度分布も μ の絶対値が小さい場合その符号にしたがって値が上下する。その際のずれる方向は寄与割合とは逆に、 $|\mu| \approx 1300$ の分布を境に $\mu < 0$ の場合には上にずれ、 $\mu > 0$ の場合には下にずれる傾向をもつ。よって、 $\mu > 0$ でその値が小さい場合には頻度が小さいが強いスweepがレイノルズせん断応力の生成に大きく寄与していることが知られる。

4. 結 言

クエット・ポアズイユ形流れの高次乱れ統計量を測定し、その分布形状に及ぼすパラメータ Re^* , μ , β の影響を調べ、以下のような結論を得た。

(1) レイノルズせん断応力生成のメカニズムは、 $0 < \mu \leq 94$ の場合には頻度が小さいが強いスweepが支配的である。しかし、それ以外の μ の範囲ではチャネル乱流と同じくイゼクションの効果が大きい。

(2) 壁領域ではレイノルズせん断応力の四象限分解におけるパラメータ μ の影響は、第4象限の寄与割合と頻度の分布に大きく現れるのに対し、第2象限にはほとんど現れない。 $|\mu|$ の減少に伴って、 $\mu < 0$ では第4象限の寄与割合が減少するのに対し、 $\mu > 0$ ではそれが増大する。

(3) 流れ方向成分のスキューネス $S(u')$ およびフラットネス係数 $F(u')$ の分布形状はバッファ領域 ($y^+ \leq 30 \sim 40$) で μ に依存して変化し、 Re^* には依存しない。 $y^+ \leq 12$ では、 $\mu < 0$ の場合には分布形状が変化しないが、 $\mu > 0$ の場合には μ が減少するにしたが

い $S(u')$, $F(u')$ は増大する。

(4) 相関係数は、クエット形流れでは低せん断応力壁側より高せん断応力壁側で値が大きい。乱流コア部での相関係数は、 β が零から減少するにつれ平坦な分布からこう配をもつ分布になる。

文 献

- (1) 中林功一・ほか2名, クエット・ポアズイユ形乱流の乱れ統計量(第1報, 乱れ強さ), 機論, **64**-626, B(1998), 3272-3278.
- (2) El Telbany, M. M. M. and Reynolds, A. J., Turbulence in Plane Channel Flows, *J. Fluid Mech.*, **111** (1981), 283-318.
- (3) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number, *J. Fluid Mech.*, **177** (1987), 133-166.
- (4) Bech, K. H., Tillmark, N., Alfredsson, P. H. and Andersson, H. I., An investigation of turbulent Couette flow at low Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.*, **286** (1995), 291-325.
- (5) 中林功一・ほか2名, クエット・ポアズイユ形乱流の平均速度分布, 機論, **61**-589, B (1995), 3122-3129.
- (6) 堀内潔, 直接数値シミュレーションによる乱流輸送現象のデータベース構築に関する研究(研究課題番号02302043)平成3年度科学研究費補助金[総合研究(A)]研究成果報告書, (1990-92), 添付フロッピーディスクファイル名: CH12_PG.WL3.
- (7) Nakabayashi, K., Kitoh, O. and Nishimura, F., Experimental Study of a Turbulent Couette Flow at Low-Reynolds Number, *Proc. 11th Symp. Turbulent Shear Flows*, (1997), 11-10-11-15.
- (8) 中林功一・ほか4名, 乱流潤滑に関する基礎研究(第1報, 平板間乱流クエット流れ), 機論, **54**-499, B (1988), 547-552.