密度成層下にある地衡流の組織構造*

辻村 真治^{*1}, 飯田 雄章^{*2}, 長野 靖尚^{*2}

Coherent Structure in Geostrophic Flow under Density Stratification

Shinji TSUJIMURA, Oaki IIDA and Yasutaka NAGANO

The coherent structure and relevant heat transport in geostrophic flows under various density stratification has been studied by using both direct numerical simulation and rapid distortion theory. It is found that in a neutrally stratified flow under system rotation, the temperature fluctuations become very close to two-dimensional and their variation is very small in the direction parallel to the axis of rotation. Under the stable stratification, the velocity and temperature fluctuations tend to oscillate with the Brunt-Väisälä frequency. Under the unstable stratification, on the other hand, vortex columns are formed in the direction parallel to the axis of rotation. However, the generation of the elongated vortex columns cannot be predicted by the rapid distortion theory. The non-linear term is required to generate these characteristic vortex columns.

Key Words: Turbulent Flow, Heat Transfer, Stratified Flow, Computational Fluid Dynamics, Geostrophic Flow, Coherent Structure, Vortex Stretching, Rapid Distortion Theory

1. 緒 言

地球物理学や天体物理学上重要な流れ場では、浮力とコリオリ力といった2つの体積力が重畳して影響することがよくある。流れ場は、浮力の条件により一般に不安定成層と安定成層に分類できる。このうち、2平板間において、不安定成層による対流が系の回転により受ける影響については、比較的多くの実験的研究がなされている。これらの研究により、回転系では対流が抑制されるため、いわゆるレイリー・ベナール対流は生じず、回転軸を渦軸とする細長い渦柱により熱輸送が行われることが明らかにされた⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾。このような渦柱は、地表近くの大気で観測されるダストデビルや、海洋でのサーマルブルームに関係している⁽⁴⁾⁽⁵⁾。また、この不安定成層下の回転乱流に関する研究は、数値シミュレーションでも行われている⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾。これらの研究はすべて固体壁を境界条件とする流れ場に限定されており、より基本的な一様乱流についての研究は行われていない。また、安定成層下にある回転系流れについての研究は、

主に鉛直軸に沿って静水力学平衡を仮定し、内部重力波を無視した方程式系に基づいて行われている⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。著者らの知る限り、内部重力波を伴う回転効果についての数値的、理論的な研究はまだ行われていない。

本研究では、密度成層下にある回転流に生じる大規模構造と熱輸送特性について検討するため、一様等方性乱れを初期値とした直接数値シミュレーション(DNS)およびラピッドディストーション理論(RDT)による解析を行った。そして、中立、安定および不安定密度成層下にある回転流の熱輸送機構を、乱流構造的見地から検討する。

2. 記 号

Bo : 浮力パラメータ $= \varepsilon / (\sqrt{k} g \beta \Delta T)$

$E_{33}(\kappa)$: $\overline{u_3^2}$ の3次元エネルギースペクトル

$E_{w3}(\kappa)$: $\overline{\omega_3^2}$ の3次元エネルギースペクトル

Ek : エクマン数 $= \nu \varepsilon^2 / (2\Omega k^3)$

f : RDTによる流れ場の角振動数

k : 乱流エネルギー $= \overline{u_i u_i} / 2$

N : プラント・バイサラ振動数 $= \sqrt{g \beta S_\theta}$

N_g : 格子点数

Pr : プラントル数 $= \nu / \alpha$

* 原稿受付 1998年3月16日。

*¹ 学生員, 名古屋工業大学大学院 (☎ 466-8555 名古屋市昭和区御器所町)。

*² 正員, 名古屋工業大学。

- p : 圧力変動
 Re : レイノルズ数 $= k^2/(\varepsilon\nu)$
 Ro : ロズビー数 $= \varepsilon/(2\Omega k)$
 $R_{3\theta}$: u_3 と θ の相関係数 $= \overline{u_3\theta}/\sqrt{\overline{u_3^2}\overline{\theta^2}}$
 S : プラント・バイサラ振動数と回転角振動数の比率 $= N/2\Omega$
 S_θ : 平均温度勾配 $= d\theta/dx_3$
 t : 時間
 u_i : x_i 方向の変動速度成分
 x_i : 物理空間の i 方向座標
 α : 温度伝導率
 β : 体膨張係数
 ε : 乱流エネルギー k の散逸率
 Θ, θ : 平均温度および温度変動
 κ : 波数 $= |\vec{\kappa}| = \sqrt{\kappa_i\kappa_i}$
 κ_i : i 方向波数
 $\vec{\kappa}$: 波数ベクトル $= (\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)$
 ν : 動粘性係数
 Ω : 回転角速度
 ω_i : x_i 方向の変動渦度成分

添 字

- $(\overline{\quad})$: アンサンブル平均
 $(\hat{\quad})$: フーリエスペクトル

3. 計算手法

3.1 計算条件 図1に座標系を示す。本研究では、一様乱数により作り出した低レイノルズ数一様等方性乱れの減衰過程を検討対象とする。計算領域は、辺長 2π の立方体であり、各断面に周期境界条件を課した。また、鉛直軸 (x_3 軸) を中心軸として系全体を Ω の角速度で回転させた。さらに、 x_3 軸方向に一定の平均温度勾配 S_θ と重力加速度 g が重畳し、流れ場は密度成層下にある。本研究では、 g が x_3 軸に平行下向きに作用するため、 S_θ が正の場合には安定成層、また負の場合には不安定成層となる。

数値的に解いた支配方程式は、ブジネスク近似 (浮力を考慮、コリオリ力及び遠心力に加わる密度変化は無

Fig.1 Flow geometry and coordinate system.

視) を仮定した非圧縮性ナビエ・ストークス方程式、連続の式およびエネルギー方程式からなる。

計算条件を表1に示す。ここで、記号 N, S, U はそれぞれ、中立成層、安定成層および不安定成層を示し、 R は回転系であることを示す。また、表中のパラメータ S は、プラント・バイサラ振動数と回転角振動数との比を示し、次のように定義した。

$$S \equiv \frac{\sqrt{|g\beta S_\theta|}}{2\Omega} \dots\dots\dots (1)$$

安定、不安定成層下の回転系流れ (Case SR1 ~ SR3, Case UR1 ~ UR6) については、 $g\beta$ および Ω を変化させ、浮力の影響に比べ回転の影響が強い $S = 0.05, 0.1, 0.2$ の3通りの流れ場について検討した。また、Case UR7 ~ UR12については、 $g\beta, \Omega$ は UR1 ~ UR6 と同じであるが、格子点数を各方向に倍にした。更に、初期速度場として、回転軸方向に対して最も小さい波数 ($\kappa_3 = 0$) に対する速度スペクトルを、いずれの成分についても零とした。これは、 x_3 方向の初期積分長さスケールを零としたことに相当する。さらに、Case NR1, SR1, UR1, UR7においては、Rapid Distortion Theory (RDT) による解析も行った。

数値計算は、擬スペクトル法のアルゴリズムを基本とし、支配方程式をフーリエ選点法により空間離散した。格子点数 N_g は 32^3 または 64^3 である。時間積分には2次のRunge-Kutta法を用いた。初期条件としては、連続の式を満足する等方的な速度乱れを、一様乱数を用いて作成した。初期温度乱れについては、全てのケースにおいて零とした。

3.2 無次元パラメータ ブジネスク近似のナビエ・ストークス方程式、連続の式およびエネルギー方程式を、適当な代表長さ L 、速度スケール U および代表温度 $\Delta T (\equiv |d\theta/dx_3|L)$ で無次元化すると、以下のようになる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{Ro} (-u_2 \delta_{i1} + u_1 \delta_{i2}) + \frac{\theta}{Bo} \delta_{i3} \dots (2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = -u_3 + \frac{1}{RePr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_j} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $Re = UL/\nu$ 、 $Ro = U/(2\Omega L)$ 、 $Bo = U^2/(Lg\beta\Delta T)$ であり、それぞれレイノルズ数、ロズビー数、および浮力パラメータと呼ばれ、対流項に対する粘性項、コリオリ力項、浮力項の比を表している。また、粘性項とコリオリ力項の比は、 $Ek = \nu/(2\Omega L^2)$ であり、エクマン数と呼ばれる。ここで、代表スケールに大スケール

Table 1 Computational conditions

Case	N	NR1	NR2	S	SR1	SR2	SR3	U	UR1	UR2	UR3	UR4	UR5	UR6	UR7	UR8	UR9	UR10	UR11	UR12
N_g	32 ³														64 ³					
ν	0.0243														0.012					
Pr	0.71	10	0.71																	
S_θ	1							-1												
$g\beta$	0	0	0	4	4	1	16	4	4	1	4	1	4	16	4	1	4	1	4	16
Ω	0	10	0	10				0	10	5	20	10	5	10	10	5	20	10	5	10
S					0.1	0.05	0.2		0.1		0.05		0.2		0.1		0.05		0.2	

渦 (エネルギー保有渦) を表す速度および長さスケール ($\sqrt{k}$ および $k^{3/2}/\varepsilon$) を用いると, 各パラメーターはそれぞれ $Re = k^2/(\varepsilon\nu)$, $Ro = \varepsilon/(2\Omega k)$, $Bo = \varepsilon/(\sqrt{k}g\beta\Delta T)$, $Ek = \nu\varepsilon^2/(2\Omega k^3)$ となる. 安定および中立成層では, Re 数は計算時間全体に亘りほぼ 20 以下となっている. 不安定成層下では, 格子点数が 32^3 および 64^3 の場合について, Re 数はそれぞれ 100, 200 程度まで増加する (この場合でも高波数部におけるエネルギースペクトルの不自然な跳ね上がりは見られず, 格子解像度は十分である). また, 回転系において Ro 数, Ek 数は共に 0.1 以下であり, 回転軸に対して垂直な断面では, 圧力勾配とコリオリ力が釣り合い, 速度ベクトルが等圧線に沿ったいわゆる地衡的な流れ場となる.

4. 計算結果および考察

4.1 中立および安定成層下の回転乱流 中立成層下にある回転系 Case NR1 について, x_1 - x_3 平面での温度変動 θ と速度ベクトルの分布を図 2 に示す. 回転の影響により, 温度乱れの分布が x_3 軸方向 (回転軸方向) に変化がなくなり, 2 次元化しているのが見られる.

この回転系における温度乱れの 2 次元化のメカニズムについて, RDT を用いて検討する. 非線形項および粘性項, 拡散項を省略することで次の解析解が得られる. ただし, $\hat{u}_j(\vec{\kappa}, t)$ は時刻 t での波数 $\vec{\kappa}$ における速度成分 u_j のスペクトルとする. また, 初期温度乱れは零とした.

● $\kappa_3 \neq 0$ の場合

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_1(\vec{\kappa}, t) &= \hat{u}_1(\vec{\kappa}, 0) \cos ft \\ &\quad + \{\gamma \hat{u}_1(\vec{\kappa}, 0) + \zeta \hat{u}_2(\vec{\kappa}, 0)\} \sin ft \\ \hat{u}_2(\vec{\kappa}, t) &= \hat{u}_2(\vec{\kappa}, 0) \cos ft \\ &\quad - \{\eta \hat{u}_1(\vec{\kappa}, 0) + \gamma \hat{u}_2(\vec{\kappa}, 0)\} \sin ft \\ \hat{u}_3(\vec{\kappa}, t) &= \hat{u}_3(\vec{\kappa}, 0) \cos ft \\ &\quad + (1/\kappa) \{\kappa_2 \hat{u}_1(\vec{\kappa}, 0) - \kappa_1 \hat{u}_2(\vec{\kappa}, 0)\} \sin ft \\ \hat{\theta}(\vec{\kappa}, t) &= (S_\theta/2\Omega\kappa_3) [\kappa_2 \{\hat{u}_1(\vec{\kappa}, t) - \hat{u}_1(\vec{\kappa}, 0)\} \\ &\quad - \kappa_1 \{\hat{u}_2(\vec{\kappa}, t) - \hat{u}_2(\vec{\kappa}, 0)\}] \end{aligned} \right\} \cdot (5)$$

ここで,

$$f = 2\Omega \frac{\kappa_3}{\kappa}, \quad \gamma = \frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_3 \kappa}, \quad \zeta = \frac{\kappa^2 - \kappa_1^2}{\kappa_3 \kappa}, \quad \eta = \frac{\kappa^2 - \kappa_2^2}{\kappa_3 \kappa}$$

である.

● $\kappa_3 = 0$ の場合

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_j(\vec{\kappa}, t) &= \hat{u}_j(\vec{\kappa}, 0) \\ \hat{\theta}(\vec{\kappa}, t) &= -S_\theta \hat{u}_3(\vec{\kappa}, 0) t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

回転系での温度乱れは, 式 (6) から時間の増加と共に $\kappa_3 = 0$ の項が線形的に増大することが分かる. これに対し, $\kappa_3 \neq 0$ の項は有限の振幅で振動し, 時間と共に増加できない [式 (5)]. この結果, t が十分に大きくなると, 温度乱れは x_3 軸方向に一様になり 2 次元化する.

図 3(a), (b) に, 乱流熱流束 $\overline{u_3\theta}$ の時間変化を示す. ここで, 図 3(b) については, 時間 t をプラント・バイサラ振動数 $N(= \sqrt{g\beta S_\theta})$ で無次元化した. 中立成層における $\overline{u_3\theta}$ の増加は, 回転系の方が非回転系に比べて明らかに抑えられているのが分かる. これは, 温度乱れの鉛直方向への輸送が, 低波数 ($\kappa_3 = 0$) の速度変動によってのみ生じるためである. 回転の影響による乱流熱流束の抑制は, 中立成層のみならず安定成層と不安定成層の場合にも生じることが分かる. また, 図 3(b) か

Fig.2 Distributions of temperature fluctuation and velocity vectors in the x_1 - x_3 plane at $t = 2.0$ (Case NR1): Black to white, $\theta = -0.5$ to 0.5 .

Fig.3 Time evolution of $\overline{u_3\theta}$. (a) Cases N, NR1, NR2, U, UR1; (b) Cases S, SR1-3.

ら、安定成層下における回転系では、 $\overline{u_3\theta}$ の振動周期が $Nt/2\pi = 1/2$ となるのに対して、非回転系ではそれよりも周期が長くなっている。

ここで、安定成層下における鉛直方向速度 u_3 と温度変動 θ について、中立成層の場合と同様、非線形項および拡散項を無視することにより次の解析解が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_3(\vec{\kappa}, t) &= \hat{u}_3(\vec{\kappa}, 0) \cos ft \\ &+ (2\Omega\kappa_3/f\kappa^2) \{ \kappa_2 \hat{u}_1(\vec{\kappa}, 0) - \kappa_1 \hat{u}_2(\vec{\kappa}, 0) \} \sin ft \\ \hat{\theta}(\vec{\kappa}, t) &= -S_\theta \{ \hat{u}_3(\vec{\kappa}, 0)/f \} \sin ft \\ &+ S_\theta (2\Omega\kappa_3/f^2\kappa^2) \\ &\{ \kappa_2 \hat{u}_1(\vec{\kappa}, 0) - \kappa_1 \hat{u}_2(\vec{\kappa}, 0) \} (\cos ft - 1) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここで f は角振動数であり、以下ようになる。

$$f^2 = \frac{N^2(\kappa_1^2 + \kappa_2^2) + 4\Omega^2\kappa_3^2}{\kappa_1^2 + \kappa_2^2 + \kappa_3^2} \quad (8)$$

回転系では、 $\kappa_3 = 0$ に対応する温度変動 θ が大きな値を持ち、速度変動 u_3 と高い相関を持つ。従って、この波数の速度変動および温度変動が振動を起こしたために、速度変動と温度変動は式 (7), (8) よりそれぞれ $f = N$ の角振動数で振動し、一方これらの相関は、図 3(b) に示したように $2f = 2N$ の角振動数で振動するものと考えられる。

4.2 不安定成層下の回転乱流 図 4 に、不安定成層下の回転系における x_1 - x_3 平面での温度変動 θ と速度ベクトルの分布を示す。この図から、中立成層下にある

Fig.4 Distributions of temperature fluctuation and velocity vectors in the x_1 - x_3 plane at $t = 2.0$ (Case UR1): Black to white, $\theta = -1.8$ to 1.8 .

回転系の場合と同様に、温度変動が回転軸方向に 2 次元化しているのが見られる。さらに、不安定成層下では、温度変動が正の領域では速度ベクトルが上向き、負の領域ならば下向きに対応している。また、この上昇、下降運動は水平方向にねじられており、回転運動を伴うものであることが分かる。

温度乱れおよび速度変動の 2 次元化は、初期積分長さスケールの有無によらず、いずれの DNS においても生じた。初期積分長さスケールが零でない場合には、RDT によっても 2 次元化は生じるが、螺旋状の速度ベクトルの分布は見られなかった。また、積分長さスケールを零とした初期速度場を用いた場合、RDT による解析では、温度乱れは 2 次元化せず、乱流熱流束の増加も見られなかった。

そこで次に、初期条件における積分長さスケールの有無が RDT の解に大きな影響を与える理由を考察する。式 (8) に示した固有振動数が、安定成層下 ($S_\theta > 0$) では常に $f^2 > 0$ となるのに対して、不安定成層下 ($S_\theta < 0$) では $N^2 < 0$ のため、波数 κ_i の値によって $f^2 > 0$ または $f^2 < 0$ となる。 $f^2 < 0$ の場合には、式 (7) の解析解は、周期関数ではなく双曲線関数となり、この波数における $\hat{u}_3, \hat{\theta}$ は、時間と共に増加する。 $f^2 < 0$ となり、乱れが指数関数的に増大するための各波数についての条件は、以下の式 (9) で示される。

$$S^2 > \frac{\kappa_3^2}{\kappa_1^2 + \kappa_2^2} \quad (9)$$

Fig.5 Iso-surfaces of ω_3 . (a) Case UR1, $\omega_3 = 2.0$ at $t = 2.0$; (b) Case U, $\omega_3 = 2.0$ at $t = 2.0$.

回転の影響の強い流れ場では $S(=\sqrt{|g\beta S_\theta|}/2\Omega)$ が小さくなるため、式 (9) より、 $\overline{u_3^2}$ および $\overline{\theta^2}$ の増加は主に $\kappa_3 = 0$ のエネルギーに依存することが分かる。ただし、初期速度場の積分長さスケールが零、すなわち $\kappa_3 = 0$ に対応する u_3 のスペクトルが零の場合には、RDT による解析では $\overline{u_3^2}$, $\overline{\theta^2}$ は増加できず、また温度乱れの 2 次元化も生じない。

次に、Case UR1 での ω_3 の等値面を図 5(a) に示す。また参考のため、不安定成層下での非回転系 Case U における ω_3 の等値面を図 5(b) に示す。不安定成層下の回転系流れでは、回転軸 x_3 を渦軸とする渦管が x_3 方向に長く伸びており、回転のない場合とは際だった違いが見られる。しかし、非線形効果を無視する RDT により回転系の不安定成層流を計算した場合には、初期積分スケールの有無によらず、図 5(a) に示した渦管は確認できなかった。

4.2.1 渦管の生成機構 上述のように、不安定成層下にある回転流れでは渦管が生成される。そこで、この渦管の生成メカニズムについて検討する。Case UR1, Case U についての圧力変動 p と ω_3 の結合確率密度分布を、それぞれ図 6(a), (b) に示す。図 5 で示した渦構造 ($|\omega_3|$ が大きい領域) は、Case U では主に低圧部 ($p < 0$) に対応しているのに対し、Case UR1 では低圧部には正の渦度、高圧部には負の渦度が対応しているのが見られる。これは、長く伸びた渦管が、圧力勾配とコリオリ力が釣り合った地衡流平衡のもとで生成されていることを示すものである。

一方、 $\overline{\omega_3^2}$ の輸送方程式は次の式 (10) で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\omega_3^2}}{\partial t} = & \underbrace{2\overline{\omega_1 \omega_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_1}}}_{V_{1\omega}} + \underbrace{2\overline{\omega_2 \omega_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_2}}}_{V_{2\omega}} + \underbrace{2\overline{\omega_3 \omega_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3}}}_{V_{3\omega}} \\ & + \underbrace{4\overline{\Omega \omega_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3}}}_{V_{L\omega}} - \underbrace{2\nu \overline{\frac{\partial \omega_3}{\partial x_j} \frac{\partial \omega_3}{\partial x_j}}}_{D_\omega} \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

Fig.6 Joint p.d.f. between pressure p and vertical vorticity ω_3 . (a) Case UR1 at $t = 2.0$; (b) Case U at $t = 2.0$.

Fig.7 Joint p.d.f. between vertical vorticity ω_3 and $\partial u_3 / \partial x_3$. (a) Case UR1 at $t = 2.0$; (b) Case U at $t = 2.0$.

式 (10) の $V_{3\omega}$ および $V_{L\omega}$ は、それぞれ非線形、線形の渦伸縮による生成項 (または消滅項) である。そこで、これらの項の効果を見るために、図 7(a), (b) に ω_3 と歪み速度 $\partial u_3 / \partial x_3$ の結合確率密度分布を示した。図 7(a) から、Case UR1 では、正および負の ω_3 はそれぞれ正、負の $\partial u_3 / \partial x_3$ に対応しており、主に線形渦伸縮を示す $V_{L\omega}$ による生成が $\overline{\omega_3^2}$ の増加に貢献していると見なすことができる。従って、Case UR1 で見られた回転軸方向に長く伸びた渦管は、式 (10) 中の線形の渦伸縮によって生成されることが分かる。これに対し、Case U では、図 7(b) から、正負の大きな渦度は主に正の $\partial u_3 / \partial x_3$ に対応しており、 $\overline{\omega_3^2}$ の増加は、主に非線形渦伸縮 $V_{3\omega}$ による生成であると考えられる。

次に、 $g\beta$ と Ω を変化させ、パラメータの影響による渦構造の変化を検討する。図 8 に、Case UR1 ~ UR6 における ω_3 の時間変化を示す。ここで、横軸は Ω で無次元化している。パラメータ $S(=\sqrt{|g\beta S_\theta|}/2\Omega)$ によって ω_3 の時間変化が整理できることが分かる。また、図 9 に u_3 と θ の相関係数 $R_{3\theta}$ の時間変化を示す。 $R_{3\theta}$ は、減衰初期では回転の影響により S によらず一定の勾配で減少し、その後 S によって異なる時刻で再び増加する。相関係数の時間変化についても、 S によって整理できる。そして、図 8 と図 9 を比較することにより、 ω_3

Fig.8 Time evolution of ω_3 in Cases UR1-6. Fig.10 Time evolution of ω_3 in Cases UR7-12. Fig.9 Time evolution of $R_{3\theta}$ in Cases UR1-6. Fig.11 Time evolution of $R_{3\theta}$ in Cases UR7-12.

の増加し始める時間は、相関係数が増加し $R_{3\theta} \simeq 1$ となる時間とほぼ一致していることが分かる。すなわち、速度場と温度場が2次元化した後に渦が発生する。さらに、 S が小さいほど渦の発生が遅れることも分かる。Case UR7 ~ UR12 についても、図 10, 11 に示すように、 ω_3 および $R_{3\theta}$ の時間変化は S によってよく整理される。計算条件で示したように、Case UR7 ~ UR12 の初期速度場 $\hat{u}_j(\vec{r}, 0)$ は、 $\kappa_3 = 0$ に対するエネルギーを零としている。このため、Case UR1 ~ UR6 の場合に比べ、相関係数および渦度が增加するまでに時間がかかる。

典型的な渦構造を見るために図 12(a), (b) に、Case UR7, UR10 についてそれぞれ $\omega_{3\text{rms}}$ が増加した時刻 $\Omega t / 2\pi = 3.98$, $\Omega t / 2\pi = 8.75$ での ω_3 の等値面を示した。Case UR10 では、Case UR7 と比較して、相対的に渦構造が回転軸方向に長く伸びている。また、大スケールの構造のみ確認でき、小スケールの構造は消失している。当然、速度場と温度場の瞬時構造もお互いに異なっているはずである。上述の時刻での x_2 - x_3 平面における温度乱れと速度ベクトルの分布を図 13(a), (b) に示した。Case UR10 では、速度および温度乱れの分布が、はっきりと2次元化しているのに対し、Case UR7 では、どちらも水平方向に大きな変動を持っている。これは、 S が小さい程、回転の影響により一層小スケールの速度変

動がより減衰した後に渦が発生 ($\omega_{3\text{rms}}$ が増加) することに対応する構造である。

4.2.2 非線形効果 最後に、渦管の生成過程における非線形効果について以下に検討する。まず、レイノルズ応力の対角成分の時間変化を図 14 に示した。初期減衰後、回転流の Case UR1 では、レイノルズ応力の水平方向成分 $\overline{u_1^2}, \overline{u_2^2}$ が $t = 1.7$ 付近から増大するのに対し、回転の影響のない Case U では、より早い $t = 0.8$ 付近から増加している。レイノルズ応力の垂直方向成分 $\overline{u_3^2}$ についても、回転の影響により増加の開始が遅れている。また、Case UR1 において RDT による計算を行うと、 $\overline{u_3^2}$ の時間変化は DNS の結果とほぼ一致するのに対し、水平方向成分 $\overline{u_1^2}, \overline{u_2^2}$ の増加は得られない。このことから、 $\overline{u_3^2}$ の増加は主に線形作用であるのに対して、鉛直方向に軸を持つ渦に関係する $\overline{u_1^2}, \overline{u_2^2}$ の増加は、非線形作用によると結論づけられる。この現象を別の観点から調べるために、 $(\partial u_3 / \partial x_3)_{\text{rms}}$ の時間変化を図 15 に示した。Case UR1 では、 $(\partial u_3 / \partial x_3)_{\text{rms}}$ が $t \simeq 1.7$ 付近から急激に増加するのに対し、Case U では、 $t \simeq 0.8$ から徐々に増加している。図 14 と図 15 とを比べると、 $\overline{u_1^2}, \overline{u_2^2}$ の増加と $\partial u_3 / \partial x_3$ の増加の開始が一致していることが分かる。従って、水平方向の速度および鉛直方向渦度 ω_3 の増加は、回転軸方向の渦の伸縮に関係していることが改め

Fig.12 Iso-surfaces of ω_3 . (a) Case UR7, white, $\omega_3/\omega_{3rms} = 2.5$; Black, $\omega_3/\omega_{3rms} = -2.5$ at $\Omega t/2\pi = 3.98$; (b) Case UR10, white, $\omega_3/\omega_{3rms} = 2.5$; Black, $\omega_3/\omega_{3rms} = -2.5$ at $\Omega t/2\pi = 8.75$.

Fig.13 Distributions of temperature fluctuation and velocity vectors in the x_2 - x_3 plane. (a) Case UR7, Black to white, $\theta = -1.0$ to 1.0 at $\Omega t/2\pi = 3.98$; (b) Case UR10, Black to white, $\theta = -2.0$ to 2.0 at $\Omega t/2\pi = 8.75$.

て確認できる。図 15 から明らかなように、RDT では、 $(\partial u_3/\partial x_3)_{rms}$ の増加は得られない。

以上のことから、回転軸方向に長く伸びた渦管の生成は、歪み速度 $\partial u_3/\partial x_3$ に関係する線形の渦伸縮 [式 (10) の $V_{L\omega}$] によるが、 $(\partial u_3/\partial x_3)^2$ そのものの増加には、非線形作用によるエネルギー輸送を必要とすることがわかる。式 (8) に示されるように、RDT による解析では、 $\overline{u_3^2}$ のスペクトルが増加する波数は $f^2 < 0$ となる領域 [式 (9)] で表され、 $\partial u_3/\partial x_3$ に貢献する κ_3 が大きい波数のエネルギーは振動し、 $(\partial u_3/\partial x_3)^2$ は増加できないと考えられる。

このような不安定成層下の回転流の非線形作用を、波数空間で調べてみる。図 16 に、図 12, 図 13 で示した時刻での $\overline{u_3^2}$ の 3 次元エネルギースペクトル $E_{33}(\kappa)$ を示す。ここで、図中の $E_{33}^-(\kappa)$ は、 $E_{33}(\kappa)$ の内 $f^2 < 0$ を満たす波数のエネルギースペクトルであり、線形効果によ

Fig.14 Time evolution of Reynolds stresses in Cases U and UR1.

Fig.15 Time evolution of the r.m.s. value of strain rate $\partial u_3/\partial x_3$ in Cases U and UR1.

Fig.16 Three-dimensional energy spectrum of $\overline{u_3^2}$ in Cases UR7 and UR10.

り得られるエネルギーを示す。この図から、 $\overline{u_3^2}$ のエネルギーは、Case UR7, UR10 共に $\kappa = 4$ より大きい波数で急激に減衰している。特に Case UR10 では高波数部での減衰が大きい。そして、 $\kappa = 1 \sim 4$ 付近のエネルギーは $f^2 < 0$ の領域に支配されているのに対し、 $\kappa = 6 \sim 10$ 付近では、非線形効果を示す $f^2 > 0$ に対応するエネルギーが増大している。なお、 $f^2 < 0$ に対応するエネルギーは、同時に $\kappa_3 = 0$ を満たしている [図省略、式 (9) 参照]。

Fig.17 Three-dimensional energy spectrum of ω_3^2 in Cases UR7 and UR10.

一方、 ω_3^2 の 3 次元エネルギースペクトル $E_{\omega_3}(\kappa)$ は、図 17 のようになっている。時刻は図 16 と同じである。 ω_3^2 のスペクトルは、主に上述の $f^2 > 0$ の領域に相当する $\kappa = 6 \sim 10$ の波数帯にある。これは、鉛直方向渦度 ω_3 の生成が、 $f^2 > 0$ の領域にある鉛直方向速度変動 u_3 と関係することを裏づけるものである。

このような特徴的な現象を、次式の $\overline{u_3^2}$ に関するスペクトル輸送方程式から最後に考察する。

$$\frac{\partial \hat{u}_3 \hat{u}_3^*}{\partial t} = \underbrace{(-i\kappa_j u_3 \hat{u}_3^* - i\kappa_j u_3 \hat{u}_j^* \hat{u}_3)}_{T_{33}} - \underbrace{2\nu \kappa^2 \hat{u}_3 \hat{u}_3^*}_{\hat{\epsilon}_{33}} + \underbrace{(-i\kappa_3 \hat{p} \hat{u}_3^* - i\kappa_3 \hat{p}^* \hat{u}_3)}_{\hat{\phi}_{33}} + \underbrace{(g\beta \hat{\theta} \hat{u}_3^* + g\beta \hat{\theta}^* \hat{u}_3)}_{\hat{F}_{33}} \quad (11)$$

式 (11) において、 T_{33} は伝達関数、 $\hat{\epsilon}_{33}$ は散逸、 $\hat{\phi}_{33}$ は圧力歪み相関、 $\hat{F}_{33}$ は浮力による生成または消滅を表している。図 18 に式 (11) の各項の値を示した。図より、低波数域では浮力による生成が $\overline{u_3^2}$ のゲインとして大きく寄与するのに対して、図 16 に示される $f^2 > 0$ に対応するエネルギーが増大する領域は、伝達関数 (非線形作用を表す) によるゲインが生じる領域と対応することが分かる。従って、伝達関数によるエネルギーの順カスケード輸送が、 $f^2 > 0$ の領域での $\overline{u_3^2}$ のエネルギーを増加させるものと考えられる。

5. 結 論

密度成層下にある回転流に生じる大規模構造と熱輸送特性について、一様等方性乱れを初期値とした直接数値シミュレーションおよびラビッドディストーション理論による解析を行うことにより、以下の結論を得た。

(1) 低レイノルズ数の回転系流れでは、熱は回転軸方向にのみ輸送されるため、温度変動の瞬時分布は軸方向に一様になり 2 次元化する。

(2) 安定成層下の回転系流れでは、 $\kappa_3 = 0$ に対応する速度変動と温度変動が大きな値を持ち、これらはプラント・バイサラ振動数で振動する。

Fig.18 Transport terms of energy spectrum of ω_3^2 . (a) Case UR7; (b) Case UR10.

(3) 不安定成層下の回転系流れでは、回転軸を渦軸とする渦管が長く伸びる。この渦管の生成は、回転角速度 Ω と鉛直方向歪み速度 $\partial u_3 / \partial x_3$ による線形渦伸縮による。しかし、 $\partial u_3 / \partial x_3$ が振動せずに増加するには、非線形作用を必要とする。すなわち、伝達関数による低波数から高波数へのエネルギー輸送により $\partial u_3 / \partial x_3$ が増大することが不可欠である。

本研究は、文部省科学研究費補助金基盤研究 (B)(N0. 10450085) の援助を受けた。ここに記して謝意を表する。

文 献

- (1) Nakagawa, Y. and Frenzen, P., *Tells* **7**, (1955), 1 - 21.
- (2) Rossby, H. T., *J. Fluids Mech.* **36**, (1969), 309 - 335.
- (3) Busse, F. H. and Heikes, K. E., *Science* **208**, (1980), 173 - 174.
- (4) Fernando, H. J. S., Chen, R. and Boyer, D. L., *J. Fluids Mech.* **228**, (1991), 513 - 547.
- (5) Speer, K. G., *Geophys. Res. Lett.* **16**, (1989), 461 - 464.
- (6) Julien, K., Legg, S., McWilliams, J. and Werne, J., *Physical Review E* **53**, (1996), 5557R - 5560R.
- (7) Julien, K., Legg, S., McWilliams, J. and Werne, J., *J. Fluids Mech.* **322**, (1996), 243 - 273.
- (8) Raach, S. and Etling, D., *Beitr. Phys. Atmosph.* **64**, (1991), 185 - 199.
- (9) McWilliams, J. C., *J. Fluids Mech.* **198**, (1990), 199 - 230.
- (10) Lesieur, M., *Turbulence in Fluids*, 2nd ed., Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, (1990).
- (11) McWilliams, J. C., Weiss, J. B. and Yavneh, I., *Science* **264**, (1994), 410 - 413.