側面に細い分岐管を有する血管内における血液の三次元非定常流解析*

中村 雅 英^{*1}, 江 場 俊 則^{*2}, Margot R. ROACH^{*3}
Ralph G. KRATKY^{*3}, 大 友 正 洋^{*4}Numerical Study on the Three-Dimensional Unsteady Blood
Flows through the Artery with a Small Side BranchMasahide NAKAMURA, Toshinori EBA, Margot R. ROACH,
Ralph G. KRATKY and Masahiro OTOMO

Three-dimensional unsteady blood flows through the artery with a small side branch were analyzed numerically using the finite element method. Our main attention was paid to the model that had a large branch angle ($>90^\circ$) between the trunk and side branch. This arterial geometry is easily found in the actual arterial system. In this study, the arterial wall was assumed to be rigid and the non-Newtonian effect of blood was not taken into consideration. The calculated results are summarized as follows: 1) The branch angle does not have a strong effect on the flow rate through the side branch. 2) In the case of large branch angle, the still standing stagnation point appears near the outer wall of side branch. Moreover, this still standing stagnation point has an effect to increase the value of WSSG.

Key Words: Bio-Fluid Mechanics, Computational Fluid Dynamics, Unsteady Flow, Three-Dimensional Flow, Stagnation

1. 緒 言

血管分岐部近傍に多発する動脈硬化の原因を探るためには、血管分岐部近傍における血液の流動特性を明らかにすることが必要になる⁽¹⁾。この流動特性は多くの要因によって定まるが、最も強い影響を与える因子の一つは血管分岐部近傍の幾何形状であると考えられる。一般に血管分岐部の幾何形状は極めて複雑で部位に応じて大きく変化しているが、ある程度の規則性を有しており、それは Roux の経験則⁽²⁾と呼ばれている。しかしながら、実際の血管分岐部のなかにはこの法則に従わない例もよく見受けられる。その例を図1に示す。図1はウサギの腹こう動脈の一部を再現したモデルであり、主流の向きは左から右である⁽³⁾。図1において特に注目すべきことは、下部にある細い分岐管が主流とは逆の方向に接続されていることである。このような分岐は工学的な見地からしても奇妙なものであり、このような分岐形状下での血液の流動特性は、

他の分岐形状下での流動特性に比べて大きく異なることが予想される。しかしながら、このような分岐を通る血液の三次元非定常流はこれまでほとんど解析されておらず、不明なことがまだ多く残されている。

本研究は、図1の腹こう動脈の下部に見られるような血管分岐部を対象として、その近傍における血液の三次元非定常流を数値的に解析したものである。そしてその結果に基づき、この分岐形状が血液の流動特性に与える影響を明らかにすることを目的としている。

Fig.1 Model of rabbit's aorta at coeliac bifurcation. The length of bar is 1 cm and the direction of blood flow is left to right

* 原稿受付 1997年12月5日.

^{*1} 正員, 秋田大学鉱山学部(☎010-8502 秋田市手形学園町1-1).

^{*2} 学生員, 秋田大学大学院.

^{*3} University of Western Ontario (London, Canada, N6A 5C1).

^{*4} 秋田県庁(☎010-0951 秋田市山王4-1-1).

今回の解析において特に注目したパラメータは主管と分岐管とのなす角(分岐角)であり、この値をさまざまに変化させて、分岐角が分岐を通る血液の流動特性に与える影響について考察した。さらに動脈硬化の発生と関連して注目されている壁面せん断応力や WSSG (Wall Shear Stress Gradient)⁽⁴⁾ についても検討を行い、この分岐形状がこれらの値に及ぼす影響についても考察を行った。

2. 解析モデル・解析方法

2.1 解析モデル 図1からわかるように、今回の解析対象とする血管分岐では主管と分岐管との直径は大きく異なっている。そのため、分岐部での特性を明らかにするためには主管全体を解析する必要はないものと考えられる。よって分岐管との接合部近傍のみを切り出し、その部分を解析する。また同じ理由から、主管表面における曲率は無視できるものと考えられる。以上の理由から解析対象のモデルとして直方体に円柱が斜めに接続された形状を採用する。メッシュ分割の一例を図2に示す。図2はモデルを三次元的に表したものであり、座標軸は図2中に示されているとおりである。図2においてモデルの節点数は約20 000である。さらに今回の解析において壁の変形は無視し境界形状は変化しないものとした。図2からわかるように、今回の解析対象とするモデルの幾何形状と実際の血管の幾何形状とは厳密には一致しない。しかしながら、先の説明から理解できるように分岐近傍における流れの本質的な特徴は十分再現できるものと考えられる。また形状が単純なため、本解析結果は生体問題以外への適用も期待できる。以上の理由から本研究の意義は明らかであると考えられる。もちろん実際の血管内における血液流動の詳細を明らかにするには、主管と分岐管との接合部における曲率などさらに考慮す

べき因子も存在するが、それらの効果は今後の課題に残される。

図2のモデルにおいて、分岐管の直径は図1を参考にして0.6 mmとし、長さは1.5 mmとした。そして主管と分岐管とのなす角(分岐角)は30, 90, 150°の三とおりに変化させた。さらにこのモデルにおいて、直方体の x 軸方向の長さ、 y 軸方向の長さ、 z 軸方向の長さはそれぞれ3.6, 1.8, 0.9 mmとしたが、これらの値が分岐部近傍での解析結果に影響を及ぼさないことはこれらの値を変化させて解析を行うことにより数値的に確認した。

2.2 基礎方程式・境界条件・解析方法 今回の解析では血液は非圧縮性ニュートン流体として扱い血液の非ニュートン性は無視した。血液の非ニュートン性は必ず速度が大きな領域では無視できるので⁽⁵⁾ 非ニュートン性を考慮しないことは妥当な近似であると思われる。このとき、流れが層流であるとすれば基礎方程式は直交座標系において次のようになる。

$$\partial u_i / \partial x_i = 0 \cdots \cdots \cdots (1)$$

$$\rho(\partial u_i / \partial t) + u_j \partial u_i / \partial x_j = -\partial p / \partial x_i + \mu \partial^2 u_i / \partial x_j^2 \quad (i, j=1, 2, 3) \cdots (2)$$

ここで t は時間であり、 x_i は座標成分である($x_1=x$, $x_2=y$, $x_3=z$)。そして u_i は x_i 方向の速度成分、 ρ は密度、 p は圧力であり、 μ は粘性係数である。今回の解析は血液を対象としているので $\rho=1\,050\text{ kg/m}^3$, μ

Fig. 3 Schematic figure of cross section at symmetric plane

Fig. 2 Three-dimensional view of calculation model

Fig. 4 Time course of $h(t)$

$=3.5 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ とした。

次に図3を用いて境界条件について説明する。図3は、今回解析するモデルを y 軸に垂直な対称面において切断した断面の模式図である。先に述べたように直方体の部分(図3においては $z < 0$ の部分)は主管の壁近傍の領域を表しているから、入口速度分布として次式を仮定する。

$$u_2 = u_3 = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$u_1 = -K \cdot h(t) \cdot z \quad \dots\dots\dots (4)$$

これらの式において、関数 $h(t)$ は主管における流量の時間変化を示す関数であり、ここではDaly⁽⁶⁾に従い、図4に示される波形を用いた。また周期 T_0 は 0.36 s とした。さらに式(4)の K は壁面上における主流の最大ずり速度を表す定数であり、ここでは文献(7)を参考にして 100 s^{-1} および 300 s^{-1} とした。なお壁面上では速度 $=0$ の条件を用い、主管および分岐管の出口では圧力 $=0$ かつ自由流出条件を用いた。さらにそれ以外のところでは滑り境界条件を用いた。これらの境界条件はどれも自然なものである。

今回の研究では複雑な幾何形状の効果を正しく取り入れるため、有限要素法を用いて解析を行った。用いた要素は六面体要素であり、使用したプログラムははん用熱流体解析プログラムFIDAP Ver. 7.5である。解析はエンジニアリングワークステーションHP 9000 モデル 715/64を用いて行った。解析の結果、第2周期から現象はほぼ周期的になることがわかったので、以下の考察はすべて第3周期の結果に対して行った。

3. 解析結果および考察

3・1 速度分布に関する考察 まず速度分布に関する結果から考察する。 y 軸に垂直な対称面で切断した断面内における速度分布を図5および図6に示す。ここで、図5は分岐角が 150° の場合の結果であり、図6は分岐角が 30° の場合の結果である。なお図5, 6において、式(4)における K の値は 100 s^{-1} としたが K の値を 300 s^{-1} としても定性的な傾向は変化しなかった。さらに図5, 6では、速度分布が見やすくなるように図に応じて速度のスケールを変化させていることに注意する必要がある。

さて図5から、分岐角が 150° のときには分岐管内によどみ点が存在することがわかる。この結果は直感的に理解できることであるが、最も注目すべきことは、流れが非定常流であるにもかかわらずこのよどみ点の位置はほとんど変化しないということである。これまで、流れのよどみはさまざまな病変の原因になること

Fig. 5 Velocity vector
($K=100 \text{ s}^{-1}$, branch angle= 150°)

Fig. 6 Velocity vector
($K=100 \text{ s}^{-1}$, branch angle= 30°)

が多くの研究者によって指摘されてきた。そのなかには、流れによどみが存在すると血小板とフィブリンとが網目構造をつくり、動脈硬化の原因になるという指摘⁽⁸⁾もある。しかしながら、実際の血管では主流に脈動があるためこのような静止したよどみ点は存在しないものと考えられてきた⁽⁹⁾。そのため先のメカニズムはあまり重視されなかったように思われる。これに対し、本研究は上で述べたように分岐角が大きくなると静止したよどみ点が発生することを示している。したがって、本研究で解析したような分岐角の大きな血管近傍での挙動に注目すれば、よどみと動脈硬化との関連を明らかにする手掛かりが得られる可能性があると思われる。今後の発展が期待される。なお図6は分岐角が 30° のときの結果である。分岐管内の流れは極めてスムーズで、静止したよどみ点は存在しないことがわかる。

次に、分岐管内の断面平均速度の時間変化について考える。結果を図7に示す。図7中の破線は式(4)に現れる関数 $h(t)$ の時間変化を示し、主管内における断面平均速度の時間変化に対応している。図7から、分岐角は分岐管内の断面平均速度にあまり強い影響を与えないことがわかる。これは分岐管が主管に比べ極めて細いため、分岐管内における損失が分岐管内を流れる流量をほぼ決定してしまうからであると考えられる。また分岐管内の断面平均速度と主流の断面平均速度との間には位相差があることもわかる。当然これらの結果は、流路の幾何形状によって異なることが予想される。今後、幾何形状をさらに変化させて解析を行う必要があるものと考えられる。また、これらの結果が実際の血液流においてどのような意義を有しているか検討することも今後の重要な課題と思われる。

3.2 壁面せん断応力および WSSG の値に関する考察

まず式(4)における K の値が 100 s^{-1} 、分岐

Fig. 7 Section averaged axial velocity through the side branch

Fig. 8 Distribution of wall shear stress along s_1 axis and s_2 axis ($K=100 \text{ s}^{-1}$, branch angle= 150°)

Fig. 10 Distribution of $|WSSG|$ along s_1 axis and s_2 axis ($K=100 \text{ s}^{-1}$, branch angle= 150°)

Fig. 9 Distribution of wall shear stress along s_1 axis and s_2 axis ($K=100 \text{ s}^{-1}$, branch angle= 30°)

Fig. 11 Distribution of $|WSSG|$ along s_1 axis and s_2 axis ($K=100 \text{ s}^{-1}$, branch angle= 30°)

角が 150° のときの壁面せん断応力の分布を図 8 に示す。図 8 において, s_1, s_2 軸は図 3 で定義されており, それぞれの軸と x 軸との交点を原点としている。図 8 から壁面せん断応力は主管と分岐管との接合部付近で大きく変化するが, 接合部から離れるにつれて一定になることがわかる。これは極めて自然な結果である。もう一つ注目すべきことは, s_1 軸上に壁面せん断応力の値がつねに零となる点が存在することである。もちろんこの結果は, 先の速度分布の解析結果において示された静止しているよどみ点の存在に対応している。図 9 は式 (4) における K の値が 100 s^{-1} , 分岐角が 30° のときの壁面せん断応力の分布を示している。図 8 と図 9 では, その分布にはっきりとした相違があることが容易に認められる。すなわち, 分岐角は壁面せん断応力の分布にも強い影響を与えていることがわかる。続いて WSSG の分布について考察する。WSSG は動脈硬化の発生に関連して現在最も注目を集めているパラメータであるが, その厳密な定義はまだ定まっていないように思われる。そして研究者によって, 少しずつ異なる定義が用いられているように思われる⁽⁴⁾⁽⁹⁾。そこでここでは簡単に, 壁面せん断応力の大きさ τ_w の空間微分を WSSG の大きさ $|\text{WSSG}|$ と定義する。すなわち $|\text{WSSG}|$ は次式で与えられる。

$$|\text{WSSG}| = \{(\partial \tau_w / \partial m)^2 + (\partial \tau_w / \partial n)^2\}^{1/2} \dots\dots\dots (5)$$

ここで τ_w は壁面せん断応力の大きさであり, m, n は壁面に添った直交する二つの方向(円管では, 軸方向と周方向)を示す。 $|\text{WSSG}|$ の分布を図 10 および図 11 に示す。図 10, 11 は, 分岐角がそれぞれ $150^\circ, 30^\circ$ の場合の結果であり, 式 (4) における K の値はどちらも 100 s^{-1} である。壁面せん断応力の解析結果から予想できるように, $|\text{WSSG}|$ の値は主管と分岐管との接合部近傍で大きくなり, 接合部から離れるにつれてその値は小さくなる。しかし, 分岐角が大きいたときには(図 10), s_1 軸に添った $|\text{WSSG}|$ の値は接合部から離れてもなかなか小さくならないことがわかる。そしてこの結果と先に述べた静止したよどみ点の存在とは明らかに対応している。すなわち, 分岐角は $|\text{WSSG}|$ の分布にも強い影響を与えており, 分岐角が大きくなると $|\text{WSSG}|$ の値も大きくなることがわかった。

次に, 主管内における $|\text{WSSG}|$ の分布について考察する。結論から先にいえば, 主管内における $|\text{WSSG}|$ の分布は分岐角に強く依存することはなく, どの分岐角でも定性的には同じ傾向を示した。そのため, 結果の一例のみ示すことにする。図 12 は, 式 (4) における K の値が 100 s^{-1} で分岐角が 150° のときの結果である。中間部分でデータが欠けている理由は図 3 を見

Fig. 12 Distribution of $|\text{WSSG}|$ along x axis
($K=100 \text{ s}^{-1}$, branch angle $=150^\circ$)

Fig. 13 Distribution of wall shear stress along s_1 axis and s_2 axis
($K=300 \text{ s}^{-1}$, branch angle $=150^\circ$)

れば明らかであろう。図 12 から, $|\text{WSSG}|$ の値は主管と分岐管との接合部で大きくなり, そこから離れるにつれて急速に小さくなることがわかる。

最後に式 (4) における K の値が 300 s^{-1} のときの結果について考察する。 K の値が大きくなると壁面せん断応力の値や $|\text{WSSG}|$ の値が大きくなることは容易に予想される。しかしこのときも解析結果の定性的な傾向は $K=100 \text{ s}^{-1}$ の場合と同じであった。そのため $K=300 \text{ s}^{-1}$ で分岐角が 150° のときの壁面せん断応力の分布に関する結果のみ図 13 に示す。壁面せん断応力の大きさは図 8 よりも大きくなっているが, 定性

的な傾向は図8とよく似ている。そしてこのときにも、s1軸上には壁面せん断応力の値がつねに零になる点が存在することがわかる。

以上の解析結果より、血管の分岐角はその内部を流れる流量にはあまり強い影響を与えないが、壁面せん断応力や|WSSG|の分布は分岐角に応じて強い影響を受けることが明らかになった。さらに、分岐角が大きくなると静止したよどみ点が現れることも明らかになった。これらの結果は、分岐角が大きくなるとその近傍で動脈硬化等の病変が発生しやすくなることを示唆している。そのため、今後は図1に示されるような分岐管近傍における病変の発生に対して研究を行うことが必要になるものと思われる。

4. 結 言

実際の血管系では分岐角が 90° よりも大きくなる血管分岐が存在する。そこでこのような分岐を対象として、その内部を流れる血液の三次元非定常流を有限要素法により解析した。実際には、分岐角をさまざまに変化させて解析を行い、分岐角が局所的な流動特性や壁面せん断応力、さらには|WSSG|の値に及ぼす影響

について考察を行った。その結果、分岐角はその内部を流れる血液の流量にはあまり強い影響を与えないが壁面せん断応力の分布や|WSSG|の分布には強い影響を与えることが示された。さらに、分岐角が大きくなると静止したよどみ点が現れることも示された。これらの結果は、血液流動と病変の発生を明らかにするうえで重要な役割を演ずるものと考えられる。今後、さらなる検討が必要であると考えられる。

文 献

- (1) Giddens, D. P., Zarins, C. K. and Glagov, S., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **115**(1993), 588-594.
- (2) 岡小天, バイオレオロジー, (1984), 278-279, 裳華房.
- (3) Kratky, R. G. and Roach, M. R., *Scanning Electron Microscopy*, **III**(1983), 1461-1466.
- (4) Lei, M., Kleinstreuer, C. and Truskey, G. A., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **117**(1995), 350-357.
- (5) 文献(2)の57ページ.
- (6) Daly, B. J., *J. Biomech.*, **9**(1976), 465-475.
- (7) 文献(2)の36ページ.
- (8) 文献(2)の255ページ.
- (9) Kleinstreuer, C., Lei, M. and Archie, J. P., Jr., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **118**(1996), 506-510.