ねじれ管内の気液二相流の流動特性に関する研究*
(単一気泡の数値シミュレーション)渡 辺 敬 三^{*1}, 張 杰^{*2}Characteristics of Gas-Liquid Flow in a Spiral Tube
(Numerical Simulation for Trajectories of a Single Bubble)

Keizo WATANABE and Jie ZHANG

The trajectories of a single bubble in tap water and turbine oil in a horizontal spiral tube, in which a swirling flow occurs, is investigated numerically using the Lagrangian method. Bubbles in the range of 0.5 to 3.0 mm diameter were used in the simulation. The results show that the bubbles converged at a certain radius and the radius increases with an increase of the bubble diameter and viscosity. The formula for critical convergent radius is obtained using dimensional analysis.

Key Words: Multi-Phase Flow, Gas-Liquid Two-Phase Flow, Swirling Flow, Spiral Tube, Bubble Trajectory, Critical Convergent Radius.

1. 緒 言

近年, 気液二相流の流動はキャピテーション, ガス吹込みなどの流れのみならず, 原子力, 地熱発電あるいは各種化学プラントなどの輸送管に多く見られる。それら気液二相流の管内流動において, 液体とともに流動している気泡を半径方向に収束されることが可能ならば, それを分離する工業的なプロセスに応用できる。

気泡分離の方法としては旋回流を利用することが一般的であり, それに関する従来からの研究として, 平田ら⁽¹⁾の円筒体である気泡除去装置内の気泡挙動の数値解析, 大滝ら⁽²⁾の液体サイクロンに関する実験的研究がある。また, 長い垂直管内の気液二相旋回流の流動特性について, 若杉ら⁽³⁾はその流動様式や摩擦損失を実験的に調べている。しかしながら, これらの研究は管路形状が円管で, 管入口で流れに旋回成分を与えるものであり, 異形管を対象とした気液二相流の報告は非常に少なく, 管内にスパイラルリブを付けたリ

ブ付き管の流動特性を調べた Zarnett と Charles⁽⁴⁾ の研究があるのみで, 気泡除去に関連する異形管の報告は見当たらない。

一方, 軸方向に一定のピッチでねじられたねじれ管は流動する際に, その管内で比較的強い旋回流を発生することは知られており, 渡辺らはその流動特性⁽⁵⁾や旋回流を利用して固液⁽⁶⁾⁽⁷⁾および固気二相流^{(8)~(10)}の流動抵抗を低減させる試みなどについて報告している。

それゆえ, 本研究は気液二相流の気泡をその管内の流動過程で半径方向に収束させる試みとして, ねじれ管の利用に注目した。そして, 水平管内の単一気泡の軌道に対する数値シミュレーションを行ったものである。

その結果, 気泡の収束形態に及ぼす気泡径や旋回流の影響が明らかにされ, さらに流体が潤滑油である場合についての結果が求められ, 水の結果と比較された。

記 号

 a : 気泡の半径 m C_D : 気泡の抗力係数 d : 気泡の直径 m

* 原稿受付 1998年2月18日。

^{*1} 正員, 東京都立大学大学院工学研究科(☎192-0397 八王子市南大沢1-1)。^{*2} 東京都立大学大学院。

E_o : エトベス数 $(=g(\rho_L - \rho_g)d^2/\sigma)$

F_i : 気泡に作用する力 N

m : 質量 kg

M : モルトン数 $(=g(\rho_L - \rho_g)\mu^4/(\rho_L^2\sigma^3))$

P : ねじれ管の溝のピッチ m

R_m : 管中心から管壁までの距離 m

r_m : 円周方向速度の最大値の半径位置

u_L : 管軸方向の流体平均速度 m/s

u_{mm} : r_0 部における円周方向最大値 m/s

u_{mi} : r_i 部における円周方向最大値 m/s

u_m : 管軸方向の気液二相流の平均速度 m/s

u_θ : ねじれ管断面内の流体の円周方向速度 m/s

u_r : ねじれ管断面内の流体の半径方向速度 m/s

ω : 気泡の角速度 s^{-1}

Ω : 液体の角速度 s^{-1}

Re : レイノルズ数

ρ : 密度 kg/m^3

μ : 流体の粘度 $Pa \cdot s$

σ : 表面張力 N/m

r, θ, z : 円筒座標

添字 g, L はそれぞれ気泡と流体の値を表す。

2. 気泡軌道の数値シミュレーション

図1(a)および図1(b)に本研究で解析対象としたねじれ管の外形図および断面図を示す。供試ねじれ管は図示されるように、三条のねじれ溝を有し、その管壁は三つの等しい円弧から構成されている。管内の流体は軸方向を流動することによって、その断面内に旋回流が発生する。本論文はその断面内での単一気泡が、与えられた流動条件および気泡の物理的条件によってどのような軌道をとるかラグランジュ的に解析し、その数値シミュレーションを行う。流れは管断面

Pipe	r_0 (mm)	r_i (mm)	r (mm)	Δd (mm)	P (mm)
III-A	25.4	22.25	18.45	5.00	155

Fig. 1 Spiral tube

内の二次元流れとする。

2.1 流体の速度分布 ここでは供試ねじれ管断面内の速度分布の定式化を行う。円周方向速度に対して、すでに報告された渡辺ら⁽⁶⁾の速度分布の実験結果に基づいて以下の近似を行う。

(1) 供試ねじれ管は図1(b)で示されるごとく同一な三つのねじれ管溝から構成されるゆえ、断面内の速度分布はその1/3断面である、 $30^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ 内の速度分布の組合せで与えられる。

(2) 速度分布は管中心から最大流速位置までは半径の増加とともに直線的に増加し、その最大流速位置から管壁までは半径の増加とともに直線的に減少する。本論文ではそれらの流れを強制渦領域および自由渦的領域とそれぞれ分けて呼ぶことにする。

(3) その最大流速の位置 r_m は断面内の半径 r_0 および r_i において、それぞれ $0.8r_0$ および $0.9r_i$ とし、その間の θ 方向に対する変化は連続的な円曲線で近似できる。

(4) その最大流速の値は管軸方向の平均速度 U_m と相関され、半径 r_0 および r_i において、それぞれ $U_{mm} = 0.4U_m$ および $U_{mi} = 0.2U_m$ とする。

これより、円周方向の速度分布は次式のように近似される。

強制渦領域：

$$U_\theta = \left(U_{mm} - H \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) \frac{r}{r_m} \quad (0 \leq r \leq r_m) \quad \dots\dots\dots (1)$$

自由渦的渦領域：

$$U_\theta = \left(U_{mm} - H \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \right) \frac{R_m - r}{R_m - r_m} \quad (r_m \leq r \leq R_m) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 H は $H = 3(U_{mm} - U_{mi})/\pi$ で定義される平均値である。

一方、半径方向速度 U_r は連続の式に上式を代入することによって以下のように求まる。

Fig. 2 Velocity profile of water in the spiral tube

強制渦領域：

$$U_r = -\frac{H}{r_m} \frac{r}{2} \quad (0 \leq r \leq r_m) \quad \dots\dots\dots (3)$$

自由渦の渦領域：

$$U_r = -\frac{H}{r} \frac{r_m}{2} + \frac{H}{r} \frac{r - r_m}{R_m - r_m} \left(R_m - \frac{r + r_m}{2} \right) \quad (r_m \leq r \leq R_m) \quad \dots\dots\dots (4)$$

図2は一例として、 $U_m=2.5$ m/s の u_θ および u_r の合成された速度ベクトル線図を示す。また、図2中の破線は u_θ の最大流速位置を示している。

2・2 気泡の運動方程式 ねじれ管断面内の単一気泡の運動方程式は次式で与えられる。

$$(m_g - \alpha m_L) \frac{d\mathbf{U}_g}{dt} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 m_g および U_g はそれぞれ気泡の質量および速度であり、 α および m_L はそれぞれ仮想質量係数⁽¹¹⁾ および気泡と同体積の液体の質量である。本論文では気泡形状を球としたので、 α を0.5とした。

一方、気泡に作用する力として、 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$ はそれぞれ浮力、抗力および圧力こう配に基づく力であり、それらは次式で与えられる。

$$\mathbf{F}_1 = (m_L - m_g) \mathbf{g} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\mathbf{F}_2 = \frac{\pi a^2}{2} C_D \rho_L (\mathbf{U}_g - \mathbf{U}_L) |\mathbf{U}_g - \mathbf{U}_L| \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\mathbf{F}_3 = \rho_L V_g \left(\frac{D\mathbf{U}_L}{Dt} - \frac{\mu}{\rho_L} \nabla^2 \mathbf{U}_L \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(7)における気泡の抗力係数 C_D は以下の式⁽¹²⁾を用いる。

$$C_D = \max \left[\frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}), \frac{8}{3} \frac{E_0}{E_0 + 4} \right] \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(6)～(9)を式(5)から得られる、 r および θ 方向の運動方程式に代入し、Runge-Kutta 法で数値解

析を行った。その場合、刻み時間を $1/1000$ s として逐次積分計算を行い、気泡の軌道を求めた。

また、式(9)中のレイノルズ数は r 方向および θ 方向についてそれぞれ、 $Re_r = 2a(dr/dt)\rho/\mu$ と $Re_\theta = 2ar(\Omega - d\theta/dt)\rho/\mu$ で与えられた。解析対象とした気泡軌道は水およびタービン油中のものである。そして、本計算は気泡の流体への影響が無視される one-way 法であり、現時点でそれが適用可能な気泡径の範囲は不明であるが、気泡流を想定しているため、気泡径 $d=0.7\sim 3$ mm、ねじれ管内の軸方向平均流速は $U_m=0.5\sim 2.51$ m/s の範囲である。表1に計算に用いた流体の物性値を示す。計算の初期条件は、気泡はねじれ管内流体と同一速度で運動を開始するとして、その初期位置を $r=0.2R_m\sim 0.9R_m$ の範囲で変化させた。計算開始位置を $\theta=30^\circ$ および -30° で変えたが、気泡が最終的に収束する位置に変化は認められなかったため、本論文では気泡の計算開始位置 $\theta=30^\circ$ における結果で、それぞれの場合を比較することとする。

3. 数値シミュレーション結果と考察

3・1 気泡軌道 図3および図4に得られた水中の気泡軌道の一例を示す。図3は気泡径を、図4は平均流速をそれぞれパラメータとして示したものである。 (R_c/R_m) はシミュレーション結果から得られた無次元限界収束半径で、気泡の初期位置が $r < R_c$ であれば、気泡は管壁に当たらずに断面内に収束することを意味している。また本論文の計算では気泡の管壁か

Table 1 Physical constants of liquids

	density ρ_L (kg/m ³)	surface tension σ (N/m)	viscosity μ (Pa·S)
Tap water	999.7	0.072	1.307×10^{-3}
Turbine oil	857.0	0.040	32.5×10^{-3}

Fig. 3 Trajectories of bubbles in tap water for $U_m=1.76$ m/s

Fig. 4 Trajectories of bubbles ($d=1.5$ mm) in tap water Fig. 5 Trajectories of bubbles in turbine oil for $U_m=1.01$ m/s Fig. 6 Trajectories of bubbles ($d=1.0$ mm) in turbine oil

らの反発は考えておらず、気泡はいったん管壁に当たると、収束しないとみなしている。

図3, 4から明らかなように、時間経過後の気泡の収束形態は一点に集中するものと、だ円軌道を描き一点に集中しない二つのタイプがあることがわかる。図3(a)および図4(c)が前者に、図3(b), (c)および図4(a), (b)がその後者に対応する。

図3から、同一平均流速では気泡径の減少に伴い、気泡は管中心付近に収束し、限界収束半径 R_c は大き

くなることがわかる。すなわち、管壁近傍の気泡を管中心に収束させることが可能となる。また、平均流速の増加は当然のことながら、図4に示されるように気泡を管中心に収束させる。

一方、タービン油中の気泡軌道の数値シミュレーション結果の一例を図5, 6に示す。図5が平均流速 $U_m=1.01$ m/s で、気泡径を変化させた場合で、図6は気泡径が1.0 mmの気泡の軌道に及ぼす U_m の影響を表している。気泡の収束形態は水中の場合と比較して、

タービン油中では気泡はほぼ一点に集中すること、そして、その収束に至る経路が長いことがわかる。このことは密度の減少に伴う浮力の減少によって気泡に作用している抗力の影響が支配的になり、気泡が収束されるのに多くの時間すなわち、その管長を必要とすることを意味している。

3.2 気泡の限界収束半径 気泡軌道の数値シミュレーションの結果より得られた水の場合の限界収束半径と気泡径の関係を図7に示す。比較のためにタービン油の場合を破線で示してある。図7から明らかに、水の場合、 $U_m \leq 1.76$ m/sで、タービン油の場合に、 $U_m \leq 1.51$ m/sで R_c は気泡径の増加に伴い減少する。その領域で、水の $U_m = 1.5$ m/s とその約1/3の値である $U_m = 0.51$ m/s のタービン油の計算結果がほぼ等しいことからわかるように、同一気泡径で同一 R_c の条件はタービン油の場合に水と比較して低流速で得られる。また、いずれにおいても $U_m \geq 2.01$ m/s で R_c は気泡径が増加しても変わらず一定値となる。

図7の無次元限界収束半径 (R_c/R_m) を無次元パラメータで整理するため、次元解析的考察から次式のように与えられるものとする。

$$\left(\frac{R_c}{R_m}\right) = f(M, Eo, Re) \quad \dots\dots\dots (10)$$

横軸に ($MEo^{-0.1} Re^3$) をとり、(R_c/R_m) を整理すると図8の右側の図に示されるようになる。

これより、

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{R_c}{R_m}\right) &= 2.81 \times 10^{-7} \times (M^{1.68} Eo^{-0.17} Re^{5.04}) \\ (3.5 \times 10^3 \leq (MEo^{-0.1} Re^3) < 7.5 \times 10^3) \\ (0.7 \text{ mm} \leq d \leq 3.0 \text{ mm}) \\ \left(\frac{R_c}{R_m}\right) &= 0.9 \\ (7.5 \times 10^3 \leq (MEo^{-0.1} Re^3) \leq 4.8 \times 10^4) \\ (0.7 \text{ mm} \leq d \leq 3 \text{ mm}) \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

一方、タービン油中の気泡の場合、($MEo^{-1.5} Re^3$) で相関できることがわかった。このことは Eo 数の R_c に与える影響が水と比較して大きい、すなわち力学的にはその密度の減少による浮力の減少で限界収束半径は大きくなることを意味している。相関結果を図8の左側の図に示す。

図8より、次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{R_c}{R_m}\right) &= 1.46 \times 10^{-3} \times (M^{0.63} Eo^{-0.94} Re^{1.88}) \\ (2.6 \times 10^3 \leq (MEo^{-1.5} Re^3) < 2.9 \times 10^4) \\ (1.0 \text{ mm} \leq d \leq 3.0 \text{ mm}) \\ \left(\frac{R_c}{R_m}\right) &= 0.9 \\ (2.9 \times 10^4 \leq (MEo^{-1.5} Re^3) \leq 2 \times 10^6) \\ (1.0 \text{ mm} \leq d \leq 3.0 \text{ mm}) \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

3.3 気泡の集中半径 供試ねじれ管を気泡分離装置として用いる場合、気泡が断面内のどの位置に集中するかを知ることは重要である。3.1節で述べたように、水中にある気泡では一点に集中するものとだ円軌道を描いて、一点に集中しない二つのタイプがある。ここでは、一点に集中する気泡のみを対象とし、管中心からその集中する点までの距離を気泡の集中半径と定義し、整理を試みる。

Fig. 7 Critical convergence radius for bubbles in tap water

Fig. 8 Correlations for critical convergence radius

Fig. 9 Concentration radius for bubbles in tap water

図9に、集中半径 R_t と気泡径 d の関係を示す。比較のためにタービン油中の結果を破線で示してある。図9において、水およびタービン油いずれの場合も U_m の増加および気泡径の増加に伴い、 R_t は減少すなわち、気泡は管中心に集中する傾向をもつ。また、水とタービン油を比較した場合、 R_t の直径 d に対するこう配はタービン油の場合が大きい。また、同一の平均流速 U_m で R_t はタービン油の場合が小さくなる。

一方、図1(b)に示されるOX軸からの角度 θ で、気泡の集中半径位置を求めると、いずれも $\theta = 149 \sim 155^\circ$ の範囲にあることがわかった。

横軸に $(MEo^{-1.5} Re^3)$ をとって無次元集中半径 (R_t/R_m) を整理したのが図10である。図10より、水およびタービン油の (R_t/R_m) はいずれもその無次元パラメータで相関できることがわかる。図10より、次式が得られる。

水：

$$\left(\frac{R_t}{R_m}\right) = 9.55 \times (M^{-0.31} Eo^{0.47} Re^{-0.93}) \dots \dots \dots (13)$$

$$(7 \times 10^3 \leq (MEo^{-1.5} Re^3) \leq 2 \times 10^6)$$

$$(0.7 \text{ mm} \leq d \leq 3 \text{ mm})$$

タービン油：

$$\left(\frac{R_t}{R_m}\right) = 1.46 \times (M^{-0.13} Eo^{0.20} Re^{-0.39}) \dots \dots \dots (14)$$

$$(3 \times 10^3 \leq (MEo^{-1.5} Re^3) \leq 2.0 \times 10^6)$$

$$(1 \text{ mm} \leq d \leq 3 \text{ mm})$$

4. ま と め

三条のねじれ溝をもつねじれ管内の水中およびター

Fig. 10 Correlations for concentration radius

ビン油中の単一気泡に対する数値シミュレーションを行い、気泡軌道を求め、気泡の限界収束半径および集中半径を求めた。それらの結果は以下のようにまとめられる。

(1) 水中の気泡は一点に集中する状態から、気泡径の増加およびねじれ管内流体の円周方向速度の減少に伴い、だ円軌道を描いて循環する状態に移る。

(2) タービン油中の気泡は本計算領域では循環する形態が生ぜず、その集中する経路は水の場合と比較して長くなるが、ほぼ管軸中心付近に集中する。

(3) 気泡の限界収束半径および集中半径を無次元数で整理し、式(11)～(14)で与えた。

文 献

- (1) 平田 淳・ほか3名, 機論, 57-544, B(1991), 16-20.
- (2) 大滝 勉・黒川淳一, 機論, 58-550, B(1992), 1668-1673.
- (3) 若杉一寿・ほか4名, 機論, 60-578, B(1994), 127-129.
- (4) Zarnett, G. D. and Charles, M. E., *Can. J. Chem. Eng.*, 47(1996), 238-241.
- (5) 渡辺敬三・前田東一・岩田智行・加藤 宏, 機論, 49-446, B(1983), 2069-2077.
- (6) 渡辺敬三・岩田智行・加藤 宏, 機論, 49-448, B(1983), 2954-2962.
- (7) Watanabe, K., Kamoshida, T. and Kato, H., *Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Thermodynamics*, (1988), 693-700, Elsevier.
- (8) 渡辺敬三・内田 昇・加藤 宏, 機論, 54-508, B(1988), 3362-3369.
- (9) 渡辺敬三・板垣喜春・加藤 宏, 機論, 55-509, B(1989), 25-29.
- (10) 渡辺敬三・内田 昇・加藤 宏, 機論, 56-532, B(1990), 3740-3744.
- (11) Choen, Y. C., *An Introduction to Computational Fluid Mechanics.*, (1979), 6, John Wiley and Sons.
- (12) 富山明男・ほか3名, 機論, 56-532, B(1990), 3740-3744.