回転する矩形断面平滑管内乱流熱伝達における 管路断面アスペクト比の影響*

村田 章^{*1}, 望月 貞成^{*2}

Effect of Cross-Sectional Aspect Ratio on Turbulent Heat Transfer in an Orthogonally Rotating Rectangular Duct

Akira MURATA and Sadanari MOCHIZUKI

Heat transfer in a rotating rectangular duct was numerically simulated by using the fourth order finite difference method. In order to investigate the effects of the Coriolis force and the duct cross-sectional aspect ratio on the turbulence, the large eddy simulation was adopted with a dynamic subgrid scale model. In the computation, the aspect ratio and the rotation number were varied from 0.25 to 4.0 and from 0 to 5.0, respectively, while the turbulent Reynolds number was set to be a constant value, 350. In this aspect ratio range, both direct and indirect effects of the Coriolis force on the turbulence were seen, that is, the direct influence on the fluctuating velocity and the indirect influence through the modified streamwise velocity profile by the secondary flow. The relative degree of these influences depended on the aspect ratio. The Colburn's j factor showed the higher value for the larger aspect ratio cases because of the larger heat transfer enhancement on the pressure and side walls.

Key Words: Heat Transfer, Turbulent Flow, Finite Difference Method, Gas Turbine, Blade Cooling, Large Eddy Simulation, Coriolis Force, Cross-Sectional Aspect Ratio

1. 結 言

ガスタービンの高効率化に伴いタービン入口温度は高温化し、材料の高温強度を考えるとタービン動翼の冷却は必須である。一般にタービン動翼の冷却には表面でのフィルム冷却と内部流路での強制対流冷却が用いられ、この強制対流冷却は回転場往復冷却流路での複雑な熱伝達現象となる⁽¹⁾。これまで実験においては多くの研究がなされている⁽²⁾が、数値解析においては直管に限っても Reynolds 平均による乱流モデル (k - ϵ モデルや代数方程式モデル) を用いて解析が行われること⁽³⁾が多く、実際の乱流輸送過程を変動速度場から計算できる直接計算 (DNS)⁽⁴⁾⁽⁵⁾とラージエディシミュレーション (LES)⁽⁶⁾⁽⁷⁾の計算例は静止場においてさえ少ないのが現状である。回転場においてはコリオリ力により、二次流れと乱流成分の減衰・促進が誘起されるため乱流モデルとして k - ϵ モデルでは不十分であり、最低でも Reynolds 応力方程式を用いないと乱れ成分の非等方性によるコリオリ力の効果を再現

できないことが知られている⁽⁸⁾。

著者らはこれまで、回転管の熱伝達実験⁽⁹⁾および回転正方形管のダイナミックサブグリッドスケール (SGS)モデルによる LES⁽¹⁰⁾を行い、回転によるコリオリ力が周方向に熱伝達率分布を誘起する様子さらに管路平均熱伝達率および摩擦係数に及ぼす影響を調べてきた。しかし、実際の動翼内部冷却流路では管路断面アスペクト比が 1.0 以外の場合が多くその影響を吟味するに至ってはいない。アスペクト比が変わると回転コリオリ力による二次流れはその様子に変化し、熱伝達率も変化するという k - ϵ モデルによる計算結果⁽¹¹⁾⁽¹²⁾もあり、その詳細な解析が待たれている。

そこで本研究では、回転場矩形断面平滑直管内乱流熱伝達におけるコリオリ力の効果を管断面アスペクト比を 0.25 から 4.0 まで五通りに変化させて完全発達域での LES 数値解析を行い、コリオリ力およびアスペクト比が乱流熱伝達に及ぼす影響について調べた。

2. おもな記号

A_R : 管路断面アスペクト比 ($=H/W$)

c_p : 定圧比熱

* 原稿受付 1998年1月16日。

^{*1} 正員, 東京農工大学大学院生物システム応用科学研究所
(☎ 184-8588 小金井市中町 2-24-16)。

^{*2} 正員, 東京農工大学工学部。

C_f : 摩擦係数($=\tau_w/(0.5\rho U^2)$) C_s : Smagorinsky 定数 D : 等価直径 ($=2HW/(H+W)$) F_i : 外力項 h : 熱伝達率 H : 管路高さ j : Colburn の j 因子($=Nu_m/(Re_m Pr^{1/3})$) k : 乱流エネルギー ℓ : 長さスケール($=0.5D$) L_p : 周方向位置 Nu : Nusselt 数($=hD/\lambda$) Pr : Prandtl 数($=0.71$) $\dot{q}$: 壁面熱流束 Re_m : Reynolds 数($=U_m D/\nu$) Re_* : Reynolds 数($=u_* \ell/\nu$) Ro_m : Rotation 数($=\omega D/U_m$) Ro_* : Rotation 数($=\omega \ell/u_*$) S_{ij} : 歪み速度テンソル t : 時間 T : 有次元温度 T_b : 混合平均温度 T_r : 摩擦温度($=\dot{q}/(\rho c_p u_*)$) u, v, w : x, y, z 方向速度 u_* : 摩擦速度 U_m : 管路平均流速 W : 管路幅 x, y, z : 幅, 高さ, 主流方向座標 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$: x, y, z 方向の格子幅 α_{SGSj} : SGS 成分熱流束 λ : 熱伝導率 ν : 動粘度 ν_t : SGS 渦粘度 ω : 回転角速度 ρ : 密度 θ : 無次元温度($=(T-T_b)/T_r$) τ_{SGSij} : SGS 成分応力 τ_w : 壁面せん断応力

添 字

 B : Blasius L : 局所値 m : 管路平均値, 平均流速による定義 rms : 乱れ強度 w : 壁面 ∞ : 完全発達領域 $*$: 摩擦速度, 摩擦速度による定義 $+$: 内層スケールによる無次元化 $-$: 格子解像成分

3. 数値解析方法

図 1 に計算領域と座標系を示す。管路は高さ H , 幅 W の矩形断面 (等価直径 $D=2HW/(H+W)$) を有する。主流は半径方向外向きとし, この方向を z 方向とした。管路は管軸に垂直な回転軸まわりを角速度 ω で回転し, 管路とともに回転する座標系で解析を行った。本研究では等価直径 D を一定に保ってアスペクト比 A_R ($=H/W$) を 0.25, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0 の五通りに変化させて計算を行った。

基礎式および解析方法は前報⁽¹⁰⁾と同じなのでここでは簡単に説明する。非圧縮粘性流体の Navier-Stokes 方程式に格子幅のフィルタをかけ, 長さスケール ℓ ($=0.5D$) および平均摩擦速度 u_* で無次元化すると, 格子解像成分 ($\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$) についての基礎方程式が物性値一定のもとで導ける。式(1)に示すように外力項 F_i には回転の影響としてコリオリ力を導入し, 浮力は無視した。また, 流れ方向への平均圧力勾配項 (値 2) を外力項に加えた。

$$F_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 2Ro_* \bar{w} \\ -2Ro_* \bar{v} + 2 \end{pmatrix} \cdots \cdots (1)$$

温度場については, z 方向各位置における混合平均温度 T_b と摩擦温度 T_r を用いて $\theta=(T-T_b)/T_r$ と無次元化しエネルギー方程式を導いた。

速度・温度場の基礎式に現れる SGS 成分 τ_{SGSij} , α_{SGSj} はそれぞれ下式で表される。

$$\tau_{SGSij} = 2\nu_t \bar{S}_{ij}, \quad \alpha_{SGSj} = \frac{\nu_t}{Pr_{SGS}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} \cdots \cdots (2)$$

Fig. 1 Schematic of a rotating duct and a coordinate system.

Fig.2 Change in averaged velocity vectors of secondary flow caused by rotation ((a), (b), (c), (d), (e) correspond to aspect ratio 4.0, 2.0, 1.0, 0.5, 0.25, respectively. The numbers (e.g. (a1), (a2), (a3)) correspond to $Ro=0, 0.1, 2.0$, respectively. (d1) and (e1) are not shown because those are the same as (b1) and (a1), respectively).

$$\text{ここで, } \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \dots\dots\dots (3)$$

$$v_i = C_s^2 (\Delta x \Delta y \Delta z)^{2/3} \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \dots\dots\dots (4)$$

本研究では Germano, et al.⁽¹³⁾のダイナミック SGS 応力モデルを用い, Lilly⁽¹⁴⁾の方法で C_s の値を位置の関数として計算した. SGS の乱流 Prandtl 数 Pr_{SGS} は 0.5 一定とした. テストフィルタ幅は格子幅の二倍とし, 空間フィルタは文献(15)を参考にし四次精度とした.

基礎式は差分法により離散化した. 空間および時間離散はそれぞれ粘性項を四次精度中心差分と Crank-Nicolson 法, 対流項を森西⁽¹⁶⁾の保存特性を考慮した四次精度差分と二次精度 Adams-Bashforth 法とした. 外力項にも二次精度 Adams-Bashforth 法を用いた. 圧力場には SMAC 法⁽¹⁷⁾を用いそれぞれの連立一次方程式を SOR 法で解いた. 計算領域はアスペクト比 $A_R=1.0, 2.0, 4.0$ の場合に無次元で x, y, z 方向にそれぞれ $2 \times 2 \times 12, 1.5 \times 3 \times 12, 1.25 \times 5 \times 12$ となる. この計算領域は内層の長さスケール ν/u_* で無次元化すると静止時で $A_R=1.0$ の場合に $700 \times 700 \times 4200$ となる (以下内層スケールでの無次元量を添字 + を付けて表す). 計算条件は Reynolds 数 $Re_+ (=u_* \ell / \nu) = 350$ とし, Rotation 数 $Ro_+ (= \omega \ell / u_*) = 0 \sim 5.0$ と変化させた. 平均流速と等価直径で定義した Reynolds 数 Re_m は静止時に 11000~12000 であった. 境

界条件は壁面で速度 0 および等熱流束, 主流方向には周期境界条件とした.

局所 Nusselt 数 Nu_L は主流方向への均質性を考えて主流方向と時間的に平均した壁面温度を用いて周方向分布として算出した. 平均 Nusselt 数は対象となる面積での積分平均温度差を用いて算出した.

計算格子はスタッガード格子であり, 主流方向には等間隔格子, 壁面垂直 x, y 方向には tanh 関数を用いて座標変換を行い, 物理空間では壁面近傍で格子が密となる不等間隔格子とした. 格子点数は基本的には $65 \times 65 \times 65$ であるが, アスペクト比が小さくかつ回転数が高い場合 ($A_R=0.5, Ro_+=5.0$ および $A_R=0.25, Ro_+=2.0, 5.0$) には計算が不安定になったため, x, y, z 各方向に $95 \times 47 \times 65$ と x 方向に格子点を増やし計算を行った. 本研究で用いた格子間隔は静止時で全ての A_R に対して, $\Delta x^+, \Delta y^+ = 0.5 \sim 68, \Delta z^+ = 65$ となり, 粘性底層内 ($x^+, y^+ < 5$) に 2~7 点の格子が入る. 回転時には各壁面上での境界層厚さは異なり, 最高回転の場合に摩擦速度が平均値の 30% 増の壁面が現れた. 時間刻みは $\Delta t = 5.0 \times 10^{-4}$ であり, ν/u_*^2 で無次元化すると 0.175 となる. 計算はより低い Rotation 数の結果を初期条件とし, 最低でも 40,000 ステップ計算し発達させた後に, 20,000 ステップ (無次元時間 10, 内層スケールで 3,500) 計算し統計量を算出した. この 20,000 ステップの計算に NEC SX4B で約 65,000 CPUsec を要した.

Fig. 3 Effect of rotation on turbulence intensity($A_R=4.0$). Fig. 4 Effect of rotation on turbulence intensity($A_R=1.0$).

4. 計算結果および考察

図2に主流方向および時間的に平均した断面内二次流れベクトル線図を示す。各図で(a)(b)(c)(d)(e)はそれぞれアスペクト比 $A_R=4.0, 2.0, 1.0, 0.5, 0.25$ の場合であり、数字(例えば(a1),(a2),(a3))はそれぞれRotation数 $Ro_*=0, 0.1, 2.0$ に対応する。図では幅方向中央軸に対しての対称性を用いた平均を行っていないが、計算での積分時間ステップ数が適切であり十分な対称性が得られた。静止時(各図(1))には矩形管に発生する第二種二次流れ(隅部に向う二次流れ)がどのアスペクト比でも再現されている。低回転($Ro_*=0.1$:各図(2))ではコリオリ力による二次流れが形成され、流路幅方向中央でSuction側となるLeading面(図中下壁)からPressure側となるTrailing面(図中上壁)に向っての流れが見られる。さらに回転数が上がると($Ro_*=2.0$:各図(3)), 図(e3)を除いてTrailing面中央部から下方Leading面側に向かった流れを誘起するTrailing面に偏った一対の渦による二次流れが支配的となる。これに対し図(e3)の $A_R=0.25$ の場合にはx方向に三対の渦が形成される。アスペクト比が大きい場合($A_R \geq 1.0$)には側壁(図中左右壁)近傍に縦長の循環が形成されるが、アスペクト比が小さくなると前述の大きな渦対に邪魔をされるように左右下隅にこの循環は追いやられる。

図3~図5にそれぞれアスペクト比4.0, 1.0, 0.25の場合の Ro_* 数変化による流路幅方向中央($x=0$)断面での速度三成分乱れ強度分布を示す。各図で静止時(細線)に $y=0$ に関して対称であった主流方向成分 w_{rms} 分布は回転時(太線)にPressure側であるTrailing面(図中右側)で値を保ち、Suction側では小さくなる。図3~図5を比較すると、アスペクト比が小さくなると同一Rotation数においてもSuction側の乱れの減衰が抑制さ

Fig. 5 Effect of rotation on turbulence intensity($A_R=0.25$).

れている。これは流れ場が二次元的な状況に近づくためと考えられる。回転コリオリ力が乱流場に与える影響としては、変動成分への直接作用と、二次流れの誘起による平均速度分布の変化によるものの二種類があり⁽⁸⁾、アスペクト比1/7程度で二次元的な流れになり直接作用が支配的となると言われている⁽¹¹⁾。これは、アスペクト比が十分小さい二次元チャンネルの流れ場では幅x方向に速度分布がないためにコリオリ力はx方向に一樣となり圧力勾配と釣り合い、断面内二次流れを誘起しないためである。逆に高アスペクト比では二次流れ形成に必要なx方向への速度分布が互いに近接した側壁によってつくられ、二次流れがより強く形成される。本研究で扱うアスペクト比の範囲では、アスペクト比が大きい場合にはコリオリ力による二次流れによる効果が大きく、アスペクト比が小さくなると完全な二次元流れにはならないものの相対的に変動成分への直接作用が大きくなると考えられる。

図6~図8に主流方向速度 w 、温度 $\bar{\theta}$ 、乱流エネルギー k (SGS成分を含む)の平均値等高線分布を示す。各図の条件は図2と同じである。静止時($Ro_*=0$:各図

Fig.6 Change in averaged streamwise velocity caused by rotation (legend is the same as that of Fig.2).

Fig.7 Change in averaged temperature caused by rotation (legend is the same as that of Fig.2).

(1)の結果より本研究のアスペクト比範囲内では平均場は x, y 両方向に分布をもつことが分かる。低回転($Ro=0.1$:各図(2))ではPressure側であるTrailing面側(図中上壁)に流れ場、温度場とも偏り、乱流エネルギーもPressure側で大きく、Suction側で小さくなる。さらに回転数が上がると($Ro=2.0$:各図(3))流れ場は x 方向へは一様化する。これは x 方向に成分を持たないコリオリ力(式(1)参照)が高回転時に卓越するために起きる現象である。このとき(特にアスペクト比

が1.0以上では)、Suction側(図中下壁側)では速度分布と異なり温度分布が中央で凸となる分布を示した。アスペクト比が大きい場合($Ar \geq 1.0$)には図6の速度場においてTrailing側境界層が薄くなるが、アスペクト比が小さい場合($Ar=0.5, 0.25$)には逆にLeading側が薄くなる。これは前者では主流方向平均速度分布の変化の結果としての乱流エネルギー変化が支配的であるのに対し、後者ではコリオリ力による乱れ成分への直接作用が相対的に大きくなるためと考えられ、回転する

Fig.8 Change in turbulent kinetic energy caused by rotation (legend is the same as that of Fig.2).

Fig.9 Peripheral variation of Nusselt number for various Ro_* ($A_R=2.0$).

Fig.10 Peripheral variation of Nusselt number for various Ro_* ($A_R=0.5$).

二次元チャンネルの結果⁽⁸⁾と同様の傾向である。

図8の乱流エネルギーでは高アスペクト比の場合により速やかにSuction側で乱れ成分が減衰する様子が確認できる。これはコリオリ力の二次流れ誘起による平均速度分布の変化の影響がより効果的であるためと考えられる。

図9, 図10にアスペクト比2.0と0.5の場合の局所Nusselt数の周方向分布を示す。Rotation数の上昇とともにTrailing面, Leading面で熱伝達率がそれぞれ増加, 減少し, 側壁ではTrailing面側からLeading面側に向かって熱伝達率は下降する対称な分布となる様子は両図とも同様である。アスペクト比が大きい場合(図9)には, Trailing面および側壁での回転による熱伝達上昇が低アスペクト比の場合(図10)に比べ大きい

ことがわかる。また, Trailing面ではRotation数の上昇とともに図2に見られたTrailing面側に偏った渦対の効果により中央部がへこむ分布が得られた。

図11にTrailing面とLeading面での壁面平均Nusselt数 Nu_w の回転による変化を示す。ここで横軸は平均流速と等価直径で定義したRotation数 Ro_m であり一般に実験結果の整理に用いられる形で表した。縦軸は下式で与えられる完全発達域での直円管内乱流熱伝達のKays and Crawford⁽¹⁸⁾による経験値 Nu_∞ で規格化した。

$$Nu_\infty = 0.022 Re_m^{0.8} Pr^{0.5} \dots \dots \dots (5)$$

Nu_w は Ro_m の増加とともにPressure側(Trailing面), Suction側(Leading面)でそれぞれ増加, 減少し, ア

スペクト比の増加はPressure側での熱伝達を顕著に上昇させるが、Suction側では緩やかに減少する。比較のために図中に示した $A_R=1.0$ の側壁の値は Ro_m の増加とともに緩やかな上昇を示した。本計算では Ro_m の増加とともに流量は減少するので Re_m も減少していることを注意しておく。

図12に摩擦係数 C_f とColburnの j 因子で整理した管路平均値の結果を示す。静止時（図中各記号一番右側のプロット点）で C_f, j ともにKays and Crawfordの経験式(5)およびBlasius式(6)にほぼ一致した。

$$C_{fB}=0.079Re_m^{-0.25} \dots \dots \dots (6)$$

Ro_* 数の上昇とともに平均流速は減少し（図中左に移動し）、 C_f, j は増加する。アスペクト比を変化させた場合に、摩擦係数がアスペクト比によらず図ではほぼ一直線上に整理されるのに対し、 j 因子は若干の逆転は見られるが概ね大きなアスペクト比がより高い値をとる。図9、図10にみられたようにアスペクト比による流れの変化はTrailing壁および側壁における熱伝達を高アスペクト比の場合により大きく促進し、結果としてアスペクト比の大小により管路平均熱伝達に差が生じる。

5. 結 論

本研究の管路断面アスペクト比範囲（ $A_R=0.25 \sim 4.0$ ）において回転コリオリ力の乱流場への作用は、二次流れによる平均速度変化による作用と変動速度場への直接作用がともに働き、アスペクト比の高低によりそれぞれの相対的影響度合いが変化する。熱伝達においてはRotation数の上昇とともにPressure側、Suction側でそれぞれ値が増加、減少する。管路平均値はRotation数の上昇とともに摩擦係数、 j 因子とともに完全発達の実験値よりも増加し、 j 因子ではアスペクト比が大きい場合により高い値がみられた。これはコリオリ力による二次流れの影響による伝熱促進がPressure側となるTrailing壁および側壁で顕著なためである。

文 献

- (1) 吉田豊明, ガスタービンの高温化と冷却技術, 日本ガスタービン学会調査研究委員会成果報告書(1997), 1-4.
- (2) 望月貞成・岡村隆成, 文献(1)と同じ, 48-63.
- (3) Bo, T., et al., *Trans. ASME, J. of Turbomachinery*, **117**(1995), 474-484.
- (4) Huser, A. and Biringen, S., *J. Fluid Mech.*, **257**(1993), 65-95.
- (5) Gavrilakis, S., *J. Fluid Mech.*, **244**(1992), 101-129.
- (6) Madabhushi, R. K. and Vanka, S.P., *Phys. Fluids*, **A3-**

Fig.11 Effect of rotation on heat transfer averaged for each wall(for the aspect ratio, A_R , $\square$:4.0, $\triangle$:2.0, $\bullet$:1.0, $\diamond$:0.5, $\circ$:0.25; filled and open symbols are for trailing and leading walls, respectively, except for $\blacksquare$: side wall of $A_R=1.0$).

Fig. 12 Effect of rotation on C_f and j (for the aspect ratio, A_R , $\square$:4.0, $\triangle$:2.0, $\bullet$:1.0, $\diamond$:0.5, $\circ$:0.25; filled and open symbols are for j and C_f , respectively).

11(1991), 2734-2745.

- (7) 梶島岳夫・他2名, *機論(B)*, **57-540**(1991), 2530-2537.
- (8) Launder, B.E., et al., *J. Fluid Mech.*, **183**(1987), 63-75.
- (9) 村田章・他2名, *機論(B)*, **64-623**(1998), 2202-2207.
- (10) 村田章・望月貞成, *機論(B)*, **64-623**(1998), 2196-2201.
- (11) Younis, B.A., *Trans. ASME, J. of Fluids Eng.*, **115**(1993), 646-652.
- (12) Dutta, S., et al., *ASME Paper*, **96-GT-234**(1996).
- (13) Germano, M., et al., *Phys. Fluids*, **A3-7**(1991), 1760-1765.
- (14) Lilly, D.K., *Phys. Fluids*, **A4-3**(1992), 633-635.
- (15) 数値流体力学編集委員会編, 乱流解析, (1995), 97, 東大出版会.
- (16) 森西洋平, *機論(B)*, **62-604**(1996), 4098-4105.
- (17) Amsden, A.A. and Harlow, F.H., *J. of Comp. Phys.*, **6**(1970), 322-325.
- (18) Kays, W.M. and Crawford, M.E., *Convective Heat and Mass Transfer*, 3rd ed., (1993), 316, McGraw-Hill.