液体ヘリウムの沸騰二相流に関する二次元数値解析*

石 本 淳^{*1}, 尾 池 守^{*1}, 上條 謙二郎^{*1}Two-Dimensional Numerical Analysis on Boiling Two-Phase Flow
of Liquid Helium

Jun ISHIMOTO, Mamoru OIKE and Kenjiro KAMIJO

Two-dimensional characteristics of boiling two-phase flow of liquid helium in a duct flow are numerically investigated to realize the further development and high performance of new cryogenic engineering applications. First, the governing equations of boiling two-phase flow of liquid helium based on the unsteady drift-flux model are presented and several flow characteristics are numerically calculated taking into account the effect of superfluidity term. Based on the numerical results, the two-dimensional structure of boiling two-phase flow of liquid helium is shown in detail, and it is found that the vapor gas-phase strongly spreads throughout to the inner flow duct because of the change of pressure gradient due to the effect of superfluidity which appears in the momentum equations. Next, it is clarified that the distribution of the void fraction, velocity field and instantaneous streamline of two-phase superfluid helium flow show quite a different tendency from that of normalfluid helium because the counter flow of two phase superfluid occurs against to the normalfluid flow. According to these theoretical results, it seems reasonable to predict the fundamental characteristics of cryogenic boiling two phase flow. The numerical results obtained should contribute to advanced cryogenic industrial applications.

Key Words: Cryogenic Fluid, Multiphase Flow, Cavitation, Liquid Helium, Cryogenics, Boiling, Internal Flow, Bubble, Numerical Analysis

1. 結 言

近年、極低温に代表される極限環境下における流体を利用した応用機器の開発が進み、その重要性が日増しに高まっている。極低温下における混相流体の具体例としては、液体ヘリウム気液二相流、液体窒素気液二相流、液体酸素気液二相流などが挙げられるが、これら極低温流体の気液二相流は、粘性が非常に小さく、圧縮性が大きく、蒸発潜熱が小さく、気液密度差が小さいなどの特性を有し、その特異な性質を生かして液体燃料ロケットポンプ⁽¹⁾⁽²⁾、超伝導浮上列車、LNG輸送等に見られる低温流体利用機器への応用が期待されている。しかるに、これらの極低温流体混相流の流体力学的特性および熱伝達特性に関する基礎資料を得ることは、低温流体混相流応用機器の開発ならびに高性能化に際して非常に重要であると考えられる。特に、液体ヘリウムに関しては2.2 K付近の極低温下で液体の性質が異常に変化し、この温度以下において常流体 He I から粘性が零となる超流体 He II へ

の相転移(λ転移)が生じることが知られており、実際に、液体ヘリウムの超流動性ならびに超熱伝導性を利用した赤外線望遠鏡の冷却⁽³⁾、超流動ヘリウムの相変化を利用した流量制御装置⁽³⁾、また、液体ヘリウム二相流を用いた超電導磁石の冷却⁽⁴⁾等が実用段階に入っており、これら極低温下における液体ヘリウムの特異な物性を各種の混相流応用機器へ適用できれば、その工学的有用性は非常に高いといえる。

一般に、極低温下における混相流動現象は、通常の常温流体混相流とは本質的に異なった複雑な流動様式・形態を示すことが知られており、例えば液体窒素の管内沸騰二相流に関して、高温圧縮水二相流とは異なった流動特性を示すことが数値解析的に確認されている⁽⁵⁾。しかしながら、液体ヘリウムの研究に関しては現在までのところ量子効果・超流動現象等に代表される理学的見地からの物理学的特性に主眼を置いた究明が主であり、具体的な応用機器の開発を目的とした工学的見地からなる流体力学的・熱力学的究明は、実用化に耐えうる成果が上げられた例は極めて少なくいまだ萌芽の段階にあるのが現状である。特に、低温流体二相流応用機器の開発ならびに機械的性能、熱力学的効率の改善に必須となる基礎二相流動特性に関する工学的究明は、いまだ十分に行われておらず、液体へ

* 原稿受付 1998年6月17日。

^{*1} 正員、東北大学流体科学研究所(☎ 980-8577 仙台市青葉区片平2-1-1)。

E-mail: ishimoto@ifs.tohoku.ac.jp

リウム沸騰二相流に代表される極低温流体混相流の流体力学的特性および熱伝達特性に関する情報を得ることは、低温流体混相流応用機器の開発ならびに高性能化に際して非常に重要であると考えられる。すなわち、現存する流体中で最も低温である液体ヘリウム混相流に関する基礎データを得ることにより、液体ヘリウムを含むすべての低温流体を用いた応用機器開発の際に必要な汎用性のある基礎資料の提供が可能になると考えられる。

そこで本研究では、極低温下における低温流体沸騰気液二相流動特性の二次元的解明を目的とし、液体ヘリウムを作動流体に取り上げ、オリフィスを通る二次元水平ダクト内沸騰二相流に関して、超流動性を考慮に入れた気液二相流の非定常ドリフトフラックスモデルに基づく基礎方程式系を新たに構成し、数値解析による理論的検討を行った。

おもな記号

c_p	: 定圧比熱	J/(kg・K)
c_v	: 定容比熱	J/(kg・K)
e	: 比内部エネルギー	J/kg
g	: 重力の加速度	m/s ²
$\mathbf{g}$	: 重力の加速度ベクトル	m/s ²
h	: 比エンタルピー	J/kg
$\mathbf{I}$	: 単位テンソル	
N	: 数密度	(m ³ ・s) ⁻¹
P	: 圧力	Pa
R	: 半径	m
$\mathcal{R}$	: ガス定数	J/(kg・K)
S	: 比エントロピー	J/(kg・K)
T	: 絶対温度	K
t	: 時間	s
u	: x 方向の速度成分	m/s
v	: y 方向の速度成分	m/s
$\mathbf{v}$	: 流速ベクトル	m/s
x	: ダクト長手方向座標	m
y	: 鉛直方向座標	m

z	: ダクト奥行方向座標	m
α	: ボイド率	
Γ	: 相生成率	kg/(m ³ ・s)
κ	: 比熱比	
λ	: 熱伝導率	W/(m・K)
μ	: 粘度	Pa・s
π	: 円周率	
ρ	: 密度	kg/m ³
σ	: 表面張力	N/m
$\boldsymbol{\tau}$	: 粘性応力テンソル	N/m ²
ω	: 渦度	rad/s
$\boldsymbol{\omega}$	: 渦度ベクトル	rad/s
添字		
(ex)	: ダクト出口部	
g	: 気相	
(in)	: ダクト入口部	
i	: 計算セル	
l	: 液相	
m	: 均質混相流	
(n)	: 常流体成分	
s	: 飽和状態	
(s)	: 超流体成分	
T	: 転置行列	
w	: 壁面	
x	: x 方向成分	
y	: y 方向成分	
z	: z 方向成分	

2. 基礎方程式ならびに数値解法

解析モデルは図1に示すような系を想定する。低温流体混相流を用いた応用機器に関わる輸送系は流体の加速や相変化を効果的に利用するために、狭まり-広がりノズルやラバルノズルに見られるように流路内部形状が変化したり、オリフィス等の障害物が存在しているものが多い^{(1)~(4)}。本解析においてもダクト内にオリフィスを設け、オリフィスを通る液体ヘリウム二相流動場を解析モデルとして与える。すなわち初期状態において、オリフィスを有する水平ダクト内に高圧の液体ヘリウムが充てんされており、開放端において瞬時に大気圧雰囲気を作動流体を開放し、上流側より一定流量で連続的に液体ヘリウムが流入する系を想定し、その沸騰二相流動特性に関する数値解析的考察を行う。

2・1 基礎方程式 液体ヘリウム二相流に関する基礎方程式の定式化に当たっては、従来 Landau より提唱された液体ヘリウムの二流体模型⁽⁶⁾⁽⁷⁾を気液二

Fig. 1 Schematic of model for numerical analysis

相流の場合に拡張する。すなわち液体ヘリウムの超流動性を考慮に入れた気液二相流基礎方程式系の定式化を行い、超流体成分 He II は準非粘性流体として扱い、常流体成分 He I は粘性流体として扱う。なお、本解析においては、混相流体の温度が λ 点(常流体から超流体への転移温度)以下となった場合に、運動方程式において超流体としての性質が現れるものと仮定し、 λ 点以上の領域において超流体は常流体と同一位相で運動を続けるものとする。常流体から超流体への転化率に関しては現在までのところ、量子力学的に十分な定式化が困難であるので本数値解析においては厳密には考慮しておらず、単純に超流体・常流体密度の温度依存性のみを考慮した。さらに、気液二相流に関する以下の仮定を設ける。

- (1) 流れ場に関しては非定常二次元ダクト内層流を仮定。
- (2) 均質気液二相流の圧縮性を考慮に入れる。
- (3) 気液各相の相対速度を擬似的に考慮する。
- (4) 気相に関しては常流体液相の相変化による蒸気泡のみを考慮する。

液体ヘリウム二相流の場合、気液密度差ならびに粘性係数比等に代表される、気液の特性値差が小さいことから、均質流としての仮定が成り立つと考えられる。以上の仮定のもとで、気液二相流のドリフトフラックスモデル⁽⁸⁾⁽⁹⁾に基づく、超流動性を考慮に入れた液体ヘリウム沸騰二相流動を支配する基礎方程式系を導出すると以下ようになる。

均質気液二相流における質量保存の式：

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{v}_m) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、単独の添字 m は常流体・超流体・気相が均一に分散した均質混相流を意味する。

気相の質量保存式：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha \rho_g) + \nabla \cdot (\alpha \rho_g \mathbf{v}_g) + \nabla \cdot \left[\frac{\alpha \rho_g (1 - \alpha) \rho_l \mathbf{v}_d}{\rho_m} \right] = I'_g \quad \dots\dots\dots (2)$$

常流体均質気液二相流における運動量保存式：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \mathbf{v}_{m(n)}) + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{v}_{m(n)} \mathbf{v}_{m(n)}) \\ & + \nabla \cdot \left[\frac{(1 - \alpha) \rho_l \alpha \rho_g}{\rho_m} \mathbf{v}_d \mathbf{v}_d \right] \\ & = -\nabla P - \frac{\rho_m \rho_{m(s)}}{\rho_{m(n)}} S_m \nabla T_m \\ & - \frac{\rho_{m(s)}}{2} \nabla (\mathbf{v}_{m(n)} - \mathbf{v}_{m(s)})^2 \\ & + \rho_{m(n)} \mathbf{g} + \nabla \cdot \left\{ \mu_m \left[\nabla \mathbf{v}_{m(n)} + (\nabla \mathbf{v}_{m(n)})^T \right] \right\} \end{aligned}$$

$$- \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}_{m(n)}) \mathbf{I} \Big] - \mathbf{F}_{m(sn)} \quad \dots\dots\dots (3)$$

超流体均質気液二相流における運動量保存式：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \mathbf{v}_{m(s)}) + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{v}_{m(s)} \mathbf{v}_{m(s)}) \\ & + \nabla \cdot \left[\frac{(1 - \alpha) \rho_l \alpha \rho_g}{\rho_m} \mathbf{v}_d \mathbf{v}_d \right] \\ & = -\nabla P + \rho_m S_m \nabla T_m + \frac{\rho_{m(n)}}{2} \nabla (\mathbf{v}_{m(n)} - \mathbf{v}_{m(s)})^2 \\ & + \rho_{m(s)} \mathbf{g} + \mathbf{F}_{m(sn)} \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで、式(3)、(4)中の右辺第2項は、液体ヘリウム混相流の温度こう配に基づく力を表し、また、右辺第3項は、常流体混相流[添字 $m(n)$ で表す]の流れに対して超流体混相流[添字 $m(s)$ で表す]が相対的に流れるときの運動エネルギーの寄与を表しており、それぞれ超流動性を有する液体ヘリウムに特有の項である。式(3)、(4)よりエントロピーと温度こう配の積に基づく力ならびに、超流体・常流体混相流相対速度に基づく運動エネルギーこう配に基づく力は、それぞれ符号が逆向きであり、超流体と常流体で反対方向に働くことがわかる。なお、本解析においては、常流体の相変化による気相生成のみを考慮しているので、超流体混相流の定義としては常流体蒸気泡が超流体に混入した流れを示す。

さらに、式(3)、(4)における $\mathbf{F}_{m(sn)}$ は超流体混相流中の渦糸の生成に基づく超流体・常流体相互摩擦力⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽¹⁰⁾の項である。本研究では二次元流を仮定しているので、混相流体の渦度ベクトル ω_m は $\omega_m = (0, 0, \omega_{mz})$ となり、 $\mathbf{F}_{m(sn)}$ の各成分は次式のように簡略化された形となる。

$$F_{m(sn)x} = -\frac{\rho_{(n)}}{2} [-\omega_{mz} v_{m(n)} + \omega_{mz} v_{m(s)}] \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$F_{m(sn)y} = -\frac{\rho_{(n)}}{2} [\omega_{mz} u_{m(n)} - \omega_{mz} u_{m(s)}] \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\omega_{mz} = \left(\frac{\partial v_m}{\partial x} - \frac{\partial u_m}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

なお、式(3)中の μ_m に関しては分散相である蒸気泡の影響を考慮した Einstein の関係式⁽¹¹⁾を用いて次式のように与える。

$$\mu_m = (1 + 2.5\alpha) \mu_{l(n)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

均質気液二相流におけるエネルギー保存式：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m e_m) + \nabla \cdot (\rho_m e_m \mathbf{v}_m) \\ & + \nabla \cdot \left[\frac{(1 - \alpha) \rho_l \alpha \rho_g (e_g - e_l)}{\rho_m} \mathbf{v}_d \right] \\ & = -P \nabla \cdot \mathbf{v}_m - P \nabla \cdot \left[\frac{\alpha(1 - \alpha)(\rho_l - \rho_g)}{\rho_m} \mathbf{v}_d \right] \end{aligned}$$

$$-\nabla \cdot \mathbf{q}_m + \Phi_m \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $\mathbf{q}_m$ は混相熱流ベクトル、 Φ_m は混相エネルギー散逸を表し、それぞれ次式により与える。

$$\mathbf{q}_m = -\lambda_m \nabla T_m \dots\dots\dots (10)$$

$$\Phi_m = \boldsymbol{\tau}_m : \nabla \mathbf{v}_m \dots\dots\dots (11)$$

$$\boldsymbol{\tau}_m = \mu_m \left[\nabla \mathbf{v}_m + (\nabla \mathbf{v}_m)^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}_m) \mathbf{I} \right] \dots\dots\dots (12)$$

とする。

続いて、常流体液相の相変化により生じる蒸気泡ならびに凝縮液滴に関して、個々の蒸気泡ならびに凝縮液滴内部の質量が一定と仮定すると、蒸気泡ならびに凝縮液滴の数密度 N_k に関する保存則が次式のように導出される。なお、 N_k は後述する蒸気相生成率、ならびに凝縮率の構成方程式に関係する物理量となる。

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} + \nabla \cdot (N_k \mathbf{v}_m) + C_N = \Gamma_k \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{cases} k=e: N_k=N_g, \Gamma_k=\Gamma_g, C_N=\nabla \cdot \left(\frac{N_g N_l}{\rho_m} \mathbf{v}_d \right) \\ k=c: N_k=N_l, \Gamma_k=\Gamma_l, C_N=-\nabla \cdot \left(\frac{N_g N_l}{\rho_m} \mathbf{v}_d \right) \end{cases}$$

ここで、添字 k は蒸発または凝縮を意味しており次式により定義する。

$$\begin{cases} k=e: \text{Evaporation} \dots\dots\dots (14) \\ k=c: \text{Condensation} \end{cases}$$

また、式(2)～(4)中における $\mathbf{v}_d$ は、局所的な気液二相間の速度差を規定する相対速度 $\mathbf{v}_d = \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_l$ を表しており⁽⁸⁾、 $\mathbf{v}_d$ に関する方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}_d}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \cdot \left\{ \mathbf{v}_d \left[2\mathbf{v}_m + \frac{\mathbf{v}_d [(1-\alpha)\rho_l - \alpha\rho_g]}{\rho_m} \right] \right\} \\ + \mathbf{v}_g \cdot \nabla \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_l \cdot \nabla \mathbf{v}_l \\ = \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_g} \right) \nabla P - K \frac{\rho_m}{\alpha\rho_g(1-\alpha)\rho_l} \mathbf{v}_d \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここで、 K は気泡に働く抗力に関係する項⁽⁸⁾であり、気泡の均一分散の仮定のもと、抗力は混相流中の単一気泡に働く力により代表されるものとする K に関する以下の式が導出される。

$$K = \frac{\rho_m a^{(i)}}{8\alpha_l} \left(C_D |\mathbf{v}_d| + \frac{12\mu_m}{\rho_m R_g} \right) \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 $a^{(i)}$ は気液界面積濃度、 C_D は気泡に働く抗力に関わる係数、 α_l はボイド率に関わる係数であり、従従のドリフトフラックスモデルにおいて用いられている構成方程式⁽⁸⁾⁽⁹⁾により与える。以上の基礎式において、均質混相流における各変数は次式により定義する。

$$\rho_l = \rho_{l(n)} + \rho_{l(s)} \dots\dots\dots (17)$$

$$\rho_l \mathbf{v}_l = \rho_{l(n)} \mathbf{v}_{l(n)} + \rho_{l(s)} \mathbf{v}_{l(s)} \dots\dots\dots (18)$$

$$\rho_m = (1-\alpha)\rho_l + \alpha\rho_g \dots\dots\dots (19)$$

$$\rho_{m(n)} = (1-\alpha)\rho_{l(n)} + \alpha\rho_g \dots\dots\dots (20)$$

$$\rho_{m(s)} = (1-\alpha)\rho_{l(s)} + \alpha\rho_g \dots\dots\dots (21)$$

$$\mathbf{v}_{m(n)} = \frac{(1-\alpha)\rho_l \mathbf{v}_{l(n)} + \alpha\rho_g \mathbf{v}_g}{\rho_{m(n)}} \dots\dots\dots (22)$$

$$\mathbf{v}_{m(s)} = \frac{(1-\alpha)\rho_l \mathbf{v}_{l(s)} + \alpha\rho_g \mathbf{v}_g}{\rho_{m(s)}} \dots\dots\dots (23)$$

$$\mathbf{v}_m = \frac{(1-\alpha)\rho_l \mathbf{v}_l + \alpha\rho_g \mathbf{v}_g}{\rho_m} \dots\dots\dots (24)$$

$$e_m = \frac{(1-\alpha)\rho_l e_l + \alpha\rho_g e_g}{\rho_m} \dots\dots\dots (25)$$

$$S_m = (1-\alpha)S_l + \alpha S_g \dots\dots\dots (26)$$

$$c_{vm} = (1-\alpha)c_{vl} + \alpha c_{vg} \dots\dots\dots (27)$$

$$\lambda_m = (1-\alpha)\lambda_l + \alpha\lambda_g \dots\dots\dots (28)$$

2.2 構成方程式 熱量的状態方程式に関しては、常流体蒸気相に理想気体を仮定しポロトロープ変化に従うものとする、 ρ_g の定義式には次式が導出される。

$$\begin{aligned} \rho_g = \left[P - c_0^2 \rho_l (a^* - a) \right] \frac{a^*}{(\kappa_{gs} - 1)e_g} \dots\dots\dots (29) \\ \begin{cases} a \geq a_c: a^* = a \\ a < a_c: a^* = a_c \end{cases} \end{aligned}$$

ここで、 a_c はボイド率のしきい値で $a_c = 0.005$ 、 c_0 は液体ヘリウム中の第一音速で $c_0 = 236.1 \text{ m/s}$ とする。

続いて、気相生成率 Γ_g の構成式に関しては、気相蒸発率 Γ_{ge} および気相凝縮率 Γ_{gc} を用いて次式のように定義する。

$$\Gamma_g = \Gamma_{ge} - \Gamma_{gc} \dots\dots\dots (30)$$

ここで、 Γ_{ge} および Γ_{gc} の構成式^{(12)～(14)}に関しては、古典的凝縮論⁽¹⁵⁾を極低温流体の場合に拡張した方程式を用いる。すなわち Γ_{gk} は蒸気相および凝縮液相の飽和温度に対する過熱度・過冷却度に比例し、蒸発と凝縮のそれぞれの場合について、蒸気泡核・凝縮核生成と蒸気泡・凝縮液滴成長による質量増加の和により表されるものと仮定すると次式が導出される。

$$\Gamma_{gk} = \frac{4}{3} \pi \rho_k I_k R_{k(\text{cr})}^3 + 4 \pi \rho_k \sum_{i=1}^{i=\text{imax}} N_{ki} R_{ki}^2 \frac{dR_{ki}}{dt} \dots\dots\dots (31)$$

$$I_k = \frac{A_c}{1+\theta} \left(\frac{2\sigma_l}{\pi m^3} \right)^{1/2} \frac{\rho_g^2}{\rho_l} \exp \left(-\frac{4\pi R_{k(\text{cr})}^2 \sigma_l}{3k_B T_k} \right)$$

$$\theta = \frac{2(\kappa_g - 1)}{\kappa_g + 1} \frac{\Delta h}{\mathcal{R} T_g} \left(\frac{\Delta h}{\mathcal{R} T_g} - 0.5 \right)$$

$$R_{k(\text{cr})} \approx \frac{2\sigma_l T_s}{\rho_k \Delta h \Delta T}$$

ここで、添字 k は蒸発または凝縮を意味しており式(14)に従う。 $R_{k(\text{cr})}$ は Kelvin-Helmholtz の臨界核半径、 k_B はボルツマン定数、添字 i は各空間格子における値を表す。 I_k は気泡核・凝縮核生成率を表し、 A_c は凝縮係数、 θ は温度非平衡の補正係数、 m はヘリウム分子1個の質量、 Δh は潜熱で液相・気相間の比エ

ンタルピー差により定義し、 $\Delta h = h_l - h_g$, ($h_k = c_{pk} T_k$, $k = g, l$) とする。さらに、飽和蒸気相と気相の温度差(蒸気相過冷度) ΔT は $\Delta T = T_s - T_g$ とする。また、 N_{ki} はセル i における発生蒸気泡または凝縮液滴の数密度を表している。続いて、単一蒸気泡・凝縮液滴の成長方程式は次式により与える⁽¹⁶⁾。

$$\Delta h \rho_k \frac{dR_{ki}}{dt} = \frac{P}{\sqrt{2\pi} \mathcal{R} T_k} \frac{\kappa_k + 1}{2\kappa_k} c_{pk} \Delta T_{(int)} \cdots (32)$$

ここで、 $\Delta T_{(int)}$ は蒸気相と凝縮液滴の界面温度差を表しており、次式により定義する。

$$\Delta T_{(int)} = \left(1 - \frac{R_{l(cr)}}{R_{li}}\right) (T_s - T_g) \cdots (33)$$

2.3 数値解析法ならびに計算条件 基礎方程式の離散化に当たっては、速度はセルエッジで、他の変数はセルの中心で定義するスタガードメッシュ系を用いてセミインプリシットに差分化を行い、格子数は 60×100 の等間隔格子を用いた。空間微分については二次精度の中心差分を用い、また、移流項の差分化に当たっては QUICK スキームを用いた。差分方程式の具体的な解法に当たっては気液二相流の数値解法に対し非常に有効であると考えられる改良 SOLA 法⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾を用いた。改良 SOLA 法を用いることにより、SMAC 法における圧力補正式に関するポアソン方程式の求解部分を、流速と圧力の同時反復解法に変更し、さらに圧力補正式においてノイマン形の境界条件を考慮に入れた。

図1の流入境界 A-B および流出境界 D-C における流速の境界条件に関しては連続流入出条件を用いた。すなわち、ダクト入口部ならびに出口部においては流速の各成分が境界の法線方向にこう配を持たないと仮定した。ダクト壁面 A-D および B-C における流速の境界条件に関しては常流体成分に関してはノンスリップ条件を用い、超流体成分に関してはフリースリップ条件を用い、さらに、熱量的境界条件に関しては断熱条件を用いた。オリフィス表面における境界条件に関してはダクト壁面と同様に、常流体成分に関してはノンスリップ条件を用い、超流体成分に関してはフリースリップ条件を用いた。これらの諸条件は具体的に次式により表される。

・流入境界：A-B

常流体成分，超流体成分：

$$\frac{\partial \mathbf{v}_{m(n)}}{\partial n_{(AB)}} \Big|_{(in)} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial \mathbf{v}_{m(s)}}{\partial n_{(AB)}} \Big|_{(in)} = \mathbf{0} \cdots (34)$$

・流出境界：D-C

常流体成分，超流体成分：

$$\frac{\partial \mathbf{v}_{m(n)}}{\partial n_{(DC)}} \Big|_{(ex)} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial \mathbf{v}_{m(s)}}{\partial n_{(DC)}} \Big|_{(ex)} = \mathbf{0} \cdots (35)$$

ここで、 $\partial/\partial n_{(AB)}$ と $\partial/\partial n_{(DC)}$ はそれぞれ境界 AB, DC の法線方向微分を表す。

・上部ならびに下部壁面：A-D, B-C

常流体成分：

$$\mathbf{v}_{m(n)} \Big|_w = \mathbf{0} \cdots (36)$$

超流体成分：

$$\mathbf{v}_{m(s)} \cdot \mathbf{n}_{(AD),(BC)} \Big|_w = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial n_{(AD),(BC)}} (\mathbf{v}_{m(s)} \cdot \mathbf{t}_{(AD),(BC)}) \Big|_w = 0 \cdots (37)$$

ここで、 $\mathbf{n}_{(AD),(BC)}$ は境界 AD, BC における法線ベクトル、 $\mathbf{t}_{(AD),(BC)}$ は、境界 AD, BC における接線ベクトル、 $\partial/\partial n_{(AD),(BC)}$ は境界 AD, BC の法線方向微分を表す。続いて、ダクト流入部における初期条件として、以下の条件を与える。

$$P_{(in)} = 0.40 \text{ MPa}, \quad \alpha_{(in)} = 0.001, \quad e_{l(in)} = 9.351 \text{ kJ/kg}$$

$$\kappa_{gs(in)} = 10.21, \quad u_{m(in)} = u_{m(n)(in)} = u_{m(s)(in)} = 1.0 \text{ m/s}$$

$$v_{m(in)} = v_{m(n)(in)} = v_{m(s)(in)} = 0.0 \text{ m/s}$$

$$v_{d(in)} = 0.0 \text{ m/s}, \quad N_{k(in)} = 10^4 (\text{m}^3 \cdot \text{s})^{-1}$$

さらにダクト流出部における初期条件として、以下の条件を与える。

$$P_{(ex)} = 101.3 \text{ kPa}, \quad \alpha_{(ex)} = 0.9999,$$

$$e_{l(ex)} = 0.1047 \text{ kJ/kg}$$

そのほかに構成方程式等で必要となる物理量について、 κ_{gs} (飽和蒸気相比熱比)、 e_{gs} (飽和蒸気相の比内部エネルギー)、飽和温度 T_s に関しては液体ヘリウムの飽和表⁽³⁾⁽⁶⁾⁽¹⁹⁾を参考に、 P の関数として与える。また、 $\rho_{l(n)}$, $\rho_{l(s)}$, e_l , μ_l , c_{pl} , c_{vl} , λ_l , S_l , σ_l に関しては液体ヘリウムの飽和表と物性値表⁽³⁾⁽⁶⁾⁽¹⁹⁾を参考に、それぞれ T_l の関数として与え、 e_g , μ_g , c_{pg} , c_{vg} , λ_g , S_g に関しては T_g の関数として与える。さらに、 $\mathcal{R} = 2.077 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $A_c = 1$ と仮定した⁽³⁾⁽¹¹⁾。

以上の境界条件と解析に要する諸計算条件のもと、基礎方程式および構成方程式の数値解析を行うことにより、液体ヘリウムの気液二相流動特性が記述できることになる。なお、数値計算は、液体ヘリウムに特有の超流動性の効果を明らかにするため、超流動性を考慮した場合と考慮しない場合の2種類について行った。すなわち、運動方程式(3)、(4)において超流動の効果を含む右辺第2, 3項、ならびに式(3)の右辺第6項と式(4)の右辺第5項を考慮した場合と無視した場合のそれぞれについて解析を行った。また、数値計算は流れ場がほぼ定常解に達した時点で終了した。

2.4 数値計算結果ならびに考察 図2, 図3に、ボイド率分布 α ならびに圧力分布 P の時間発展解を示す。なお、本計算において超流体としての性質は、常流体液相の相変化の過程で液相から蒸発潜熱が奪わ

れ、混相流体温度が λ 点以下となった場合に発生するものと仮定する。ダクト入口部より流入した液体ヘリウムは、オリフィス通過に伴う流路断面積の減少により加速され、飽和蒸気圧まで圧力 P が減少することによりオリフィスの下流側で液相から蒸気相への相変化が生じている。また、オリフィス直後の下流側においては後流渦が発生し、圧力こう配は渦の外郭から中心に向かって負となる分布を有し、気相は渦中心に近接するほど停留する割合が増大し、加えて気相膨張の効果が大きくなるため、ボイド率 α は渦中心に向かうほど大きな値となる分布を示していることがわかる。オリフィス直後に発生した蒸気相は膨張・凝縮を伴い

ながら周囲の液相流により移流され、時間 t の経過とともに下流側における α は増大していることがわかる。ここで、超流動性を考慮に入れた場合(Case A)と、考慮に入れない場合(Case B)のそれぞれの解析結果について比較検討を行う。まず、(Case A)について見ると、蒸気相発生に伴い流動場に超流体としての性質が生じ、超流体運動方程式中に含まれる超流動液体ヘリウム特有のエントロピーと温度こう配の積に基づく力、超流体・常流体混相流相対速度に基づく運動エネルギーこう配に基づく力ならびに超流体・常流体相互摩擦力の影響により、オリフィスより下流側において、(Case B)と比較して圧力分布が大きく変化してい

Fig. 2 Time evolution of void fraction distribution

Fig. 3 Instantaneous pressure contours

る。また、(Case B)と比較して負圧力こう配の絶対値が減少するとともに圧力こう配が正となる領域が増大し、正こう配の絶対値も大きな値をとっていることがわかる。(Case B)の場合、オリフィスを通して発生した気相は t の経過とともにボイド塊となって徐々に下流側へ移流してゆき、さらに蒸気相への相変化が進行するためボイド塊の大きさも増大してゆき、高ボイド率領域と低ボイド率領域の疎密は比較的区别しやすい分布となって現れている。一方(Case A)の場合、 t の経過とともに気相はダクト全体に広がり、ダクトの全領域にわたって高ボイド率領域が散在する分布となってゆくことがわかる。これは、超流動性の効果によ

りオリフィス部より下流側において負圧力こう配の絶対値が減少し、また、正圧力こう配の絶対値が大きい領域が拡大し、これが気相流速の減速効果となって働くことによりスリップ比が減少し、単位時間当たりに気相がダクト全体に停留する割合が大きくなるからであると考えられる。

図4に、超流体二相流速分布 $\mathbf{v}_{m(s)}$ と常流体二相流速分布 $\mathbf{v}_{m(n)}$ の時間進行解を、図5に超流体・常流体混相流の瞬間流線を示す。本解析においては流体の温度が λ 点以下となった場合のみ超流動性が現れると仮定しているので、常流体流速ベクトルと超流体流速ベクトル分布の間に差異が見られる領域が超流体と

Fig. 4 Instantaneous two-phase mixture velocity vector

Fig. 5 Instantaneous two-phase mixture stream line

しての性質を現していると言える。流れが誘起されて比較的短い時間においては、オリフィス上流側周辺における流速分布は常流体・超流体混相流ともに同様の分布を有しているが、オリフィスより下流側の高ボイド率領域においては蒸気相への相変化に基づく超流動性の影響が大きく現れ、超流体混相流の常流体混相流に対する対向流が発生するため双方の流速分布に差異が生じ、図5の瞬間流線からも明らかなように超流体の対向流がオリフィス後流渦の発達を抑制する効果となって働くことがわかる。常温流体の場合、後流渦の位置・形状とボイド率分布の絶対値は比較的合理的な相関を有していることが知られているが⁽²⁰⁾、液体ヘリウムの場合、超流体の対向流が存在するため気相はダクトの全領域に拡散し、ボイド率分布に対する後流渦の影響は常温流体の場合ほど支配的には作用していないことがわかる。さらに、時間 t の経過とともに、超流体対向流の影響は大きくなるが、流れが定常状態に近くなると蒸気相への相変化率が減少し、また、気相凝縮に基づく凝縮発熱の効果により混相流体温度が上昇し、超流動性の影響が二相流動場に大きく作用しなくなるため、超流体・常流体混相流速ベクトルならびに瞬間流線の様相は比較的同様な分布をとる傾向にあることがわかる。

3. 結 論

低温流体沸騰二相流を用いた応用機器開発のための基礎研究として、極低温流体気液二相流動特性の二次元的解明を目的とし、二次元水平ダクト内における液体ヘリウム沸騰二相流に関して、超流動性を考慮に入れた数値解析的検討を行い、以下の知見を得た。

(1) 液体ヘリウムに特有の超流体としての性質が混相流中に生じると、オリフィス部より下流側において圧力こう配が変化し、高ボイド率領域がダクトの全領域にわたって散在する分布となって現れることを明らかにした。

(2) 液体ヘリウム二相流中の高ボイド率領域にお

いては常流体蒸気相への相変化に基づく超流動性の影響が大きく現れ、超流体混相流の常流体混相流に対する対向流が発生するため双方の流速分布に差異が生じ、超流体の対向流がオリフィス後流渦の発達を抑制する効果となって働くことを明らかにした。

なお、本研究の遂行には、文部省科学研究費〔基盤研究(A)、基盤研究(B)および奨励研究(A)〕の補助を得ている。ここに付記し感謝の意を表する。

文 献

- (1) King, J. A., *Design of Inducers for Two-Phase Operation*, (1972), 1-96, NASA CR-123555.
- (2) Cheremisinoff, N. P., *Encyclopedia of Fluid Mechanics Volume 8, Aerodynamics and Compressible Flows*, (1989), 1039-1061, Gulf Publishing Co.
- (3) 低温工学協会編, 超伝導・低温工学ハンドブック, (1993), 13-45, オーム社.
- (4) 佐藤新太郎, 機誌, **80**-709(1977), 1248-1252.
- (5) 石本淳・上條謙二郎・尾池守, 機論, **64**-622, B(1998), 1741-1747.
- (6) Steven, W. and Van Sciver, *Helium Cryogenics*, (1986), 77-130, Plenum Press.
- (7) 山田一雄・大見哲巨, 超流動, (1995), 68-156, 培風館.
- (8) Hirt, C. W. and Romero, N. C., *Los Alamos Scientific Laboratory Report*, LA-6005-MS, (1975), 1-16.
- (9) 日本原子力学会熱流動部会編, 気液二相流の数値解析, (1994), 76-110, 朝倉書店.
- (10) Tsubota, M. and Maekawa, S., *J. Low Temp. Phys.*, **101**-3(1995), 815-820.
- (11) 植田辰洋, 気液二相流, (1981), 96-113, 養賢堂.
- (12) Young, J. B., *J. Turbomach.*, **114**(1992), 569-579.
- (13) 石坂浩一・井小萩利明・大宮司久昭, 機論, **60**-579, B(1994), 3887-3892.
- (14) 入屋明広・山本悟・大宮司久昭, 機論, **62**-603, B(1996), 3854-3959.
- (15) 日本機械学会編, 沸騰熱伝達と冷却, (1989), 236-253, 日本機械学会.
- (16) Moses, C. A. and Stein, G. D., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **100**(1978), 311-322.
- (17) 富山明男・平野雅司, 機論, **58**-551, B(1992), 2171-2176.
- (18) 平野雅司・富山明男, 機論, **58**-556, B(1992), 3613-3618.
- (19) 日本機械学会編, 流体の熱物性値集, (1983), 115-145, 日本機械学会.
- (20) 内山知実・峯村吉泰, 機論, **64**-618, B(1998), 420-427.