高速鉄道のスラブ軌道トンネル内を伝ばする圧縮波の解析*

(第2報, トンネル内の器材坑の効果)

福田 傑^{*1}, 飯田雅宣^{*1}, 前田達夫^{*1}
小澤 智^{*2}, 前野一夫^{*3}, 本間弘樹^{*4}

Investigation of Compression Wave Propagating in Slab Track Tunnel of High-Speed Railway

(2nd Report, Effects of Short Side Branches Arranged in Tunnel)

Takashi FUKUDA, Masanobu IIDA, Tatsuo MAEDA,
Satoru OZAWA, Kazuo MAENO and Hiroki HONMA

An impulsive pressure wave which is called a "micro-pressure wave" radiating from a tunnel exit is one of the important environmental problems in high-speed railways. The magnitude of the impulsive wave depends on the waveform of compression wave at the tunnel exit; the steeper the wavefront of the compression wave, the larger the impulsive wave. In our previous study, the distortion of compression wave during its propagation through a slab track tunnel was investigated by one dimensional numerical analysis which took account of steady and unsteady wall friction and of heat transfer to the tunnel wall. As a result, it is shown that verification of effects of short side branches arranged at side walls of tunnel is needed to predict the distortion of waveform. In this study, the effects of short side branches are analyzed by acoustic analysis and included in numerical analysis. The results show that the numerically obtained waveforms agree well with field measurements which are obtained from a slab track tunnel of Shinkansen.

Key Words: Pressure Wave, Acoustics, Railway, Micro Pressure Wave, Tunnel, Branch

1. 緒 言

鉄道の高速化に伴う環境問題の一つであるトンネル微気圧波^{(1)~(3)}の大きさはトンネル出口に到達した圧縮波の波形に依存することから, その大きさを予測し, 対策の必要性の有無やその規模の決定, あるいは新たな低減対策方法の開発を行うためには, トンネル内, 特に長いスラブ軌道トンネル内を伝ばする圧縮波の変形を実験的, 理論的に把握し, 定量的な予測手法を確立しなければならない。スラブ軌道トンネル内を伝ばする圧縮波の変形に寄与する因子には, (1)圧縮波の非線形性, (2)トンネル壁面の摩擦, (3)トンネル側壁に設置されている短い分岐(器材坑), (4)その他の線路内構造物, などがある。第1報⁽⁴⁾において, 著者らは因子(1), (2)の効果について解析を行った。ここでは, 圧縮波とともに音速で移動する座標系で記述したトンネル壁面の摩擦と熱伝達の効果を含む一次元圧

縮性流れの方程式系を用いて数値解析を行い, 現地測定結果との比較によりその有用性を示した。そして, 数値解析による圧縮波の変形の予測の精度をさらに向上させるためには, 前述の(3)器材坑の効果, を考慮する必要性を指摘した。従来のトンネル内を伝ばする圧縮波の変形の研究においては, トンネル側壁の片側のみにある器材坑の効果が音響学的手法により調べられてきた⁽²⁾⁽³⁾⁽⁵⁾。

本論文では, 数値解析による圧縮波の変形の予測の精度をさらに向上させるために, 前述の因子(1), (2)に加えて(3)の効果を組み合わせた解析を行った。器材坑の効果に関する解析については, 器材坑がトンネル側壁の片側のみに設置されている場合に用いられていた音響学的手法による解析をトンネル側壁の両側に対面して設置されている場合に拡張した。そして数値解析結果と現地測定結果の比較を行い, 器材坑の圧縮波の波形に与える影響について考察を行った。

2. 新幹線のトンネルと器材坑

図1に新幹線のスラブ軌道トンネル($A_{\text{tun}}=63.4 \text{ m}^2$)の断面を示す。ここで, A_{tun} はトンネル本坑断面積である。新幹線のトンネル内には上り・下りの軌道があり, その間には保守作業用の通路がある。また,

* 原稿受付 1998年5月14日。

^{*1} 正員, (財)鉄道総合技術研究所(☎185-8540 国分寺市光町2-8-38)。

^{*2} 正員, 東京工科大学工学部(☎192-8580 八王子市片倉町1404 1)。

^{*3} 正員, 千葉大学工学部(☎263-8522 千葉市稲毛区弥生町133)。

^{*4} 正員, 千葉大学自然科学研究科。

E-mail: takashi@rtri.or.jp

長いトンネルには電気、保線用器材の収容のために1形($A_b=7.1\text{ m}^2$, $l_b=3\text{ m}$), 2形($A_b=7.1\text{ m}^2$, $l_b=5\text{ m}$)の2種類の器材坑と呼ばれる短い分岐がほぼ等間隔(約500 m)に設けられている。ここで、 A_b は器材坑の断面積、 l_b は器材坑の奥行きである。器材坑の終端は閉じた状態になっている。図2に器材坑の断面形状を示す。

3. 現地測定

本研究では、2章で述べた形状の新幹線のスラブ軌道トンネル($L=3\,064\text{ m}$)において現地測定を行った。ここで、 L はトンネルの長さである。器材坑の配置と測定点を図3に示す。測定を行ったトンネルでは、1形、2形の2種類の器材坑が図3に示す位置に設置されている。トンネル入口から100 m内側($x=0\text{ m}$)、中央付近の器材坑の両側($x=1\,279\text{ m}$, $1\,379\text{ m}$)、出口から100 m内側($x=2\,864\text{ m}$)の4点のトンネル内壁面に圧力変換器 [(株)ST 研究所, PD 80 HA 絶対圧計(定格圧力 500 mmAq, 応答周波数 500 Hz 以上)] を設置し、列車の突入により形成され、トンネル内を伝ばする圧縮波の測定を行った。圧力変換器の出力はPCM DAT データレコーダ [ソニープレジジョンテクノロジー(株), PC-216 Ax およびエヌエフ回路ブロック(株), 5881] に記録した。また、トンネル坑口付近のレールに設置した車軸検知装置 [(株)カネコ, KS 828] により列車の車軸通過を検知し、列車の車軸間距離と通過時間から列車のトンネルへの突入速度

Fig. 1 Cross-section of slab track tunnel in Shinkansen

Fig. 2 Cross-section of short side branches arranged at side walls of tunnel in Shinkansen

U を測定した。なお、このトンネルの両坑口にはトンネル微気圧波低減のためのフード(入口緩衝工)⁽³⁾は設置されていない。

4. 数値解析

3章で述べた現地測定と同じ条件で数値解析を行った。第1報⁽⁴⁾ではトンネル全体を断面積一定の管、トンネル内を伝ばする圧縮波を平面波として取扱い、トンネル内の流れ場を一次元非定常圧縮性流れと仮定して数値解析を行った。本研究では圧縮波の変形の予測精度をより向上させるために、トンネル内の器材坑の影響を考慮に入れて数値解析を行った。具体的には、トンネルを断面積一定の部分と器材坑が設置されている部分に分けて考え、1章で述べた圧縮波の変形の因子(1), (2)が寄与する断面積一定の部分には第1報で述べた数値解析方法を適用し、因子(3)の器材坑の効果に関しては4・2節で述べる音響学的手法を用いて解析を進めた。

4・1 断面積一定部分の一次元数値解析

トンネルの断面積一定部分に適用した一次元数値解析方法については第1報に詳しく述べたので、ここでは簡単に記す。方程式系はトンネル壁面上の摩擦と熱伝達を考慮に入れたものを用いている。摩擦項は定常摩擦項と非定常摩擦項の和と仮定し⁽⁶⁾、非定常摩擦項の重み関数にはVardy ら⁽⁷⁾のモデルを用いた。また、熱伝達項にはHartunian ら⁽⁸⁾の式を用いた。本研究の目的はトンネル内圧力変動の解析ではなく、トンネル微気圧波の現象において重要な圧縮波の波面前面の変形の解析であることから、本解析では方程式系に圧縮波とともに静止空気中の音速 c_0 で移動する座標系にガリレイ変換したものを用いた。この取扱いにより、解析に必要な格子点数を減らし、計算の精度を向上させ、計算時間を短縮することができる⁽⁴⁾⁽⁹⁾。本計算に用いた格子点数は600点である。また、トンネル直径 $D=9\text{ m}$ 、格子間隔を $0.1D=0.9\text{ m}$ とした。この格子幅は、

Fig. 3 Arrangement of short side branches and measuring points in test tunnel

本論文中で取扱った圧縮波形の圧力こう配の範囲に対しては十分に小さく、これ以上小さくしても計算結果に変化は見られなかった。計算は二次精度 TVD 風上差分法⁽¹⁰⁾と演算子分割法⁽¹¹⁾を組合わせて行った。

4.2 器材坑の効果の音響学的手法による解析

トンネル内の器材坑は図3に示すように、トンネル本坑の片側壁面に2形器材坑のみが設置されている箇所と、両側壁面に1形器材坑と2形器材坑が対面して設置されている箇所がある。本解析では時間にして約1sの波面前面の変形を調べることが目的としており、約500m離れた器材坑の間を圧縮波が往復するのに約3sの時間を要することから、各地点の器材坑の効果は干渉せず独立しているものとする。また、本解析では、器材坑を通過したことによる波形の変形のみを考えることから、圧縮波を非線形性を無視した音波として扱う。

図4に示すような、トンネルに2形器材坑が片側のみに設置されている箇所を左側から右側へ角振動数 ω の平面波が通過するとき、通過する前の平面波の圧力振幅 $A [= \Delta p_1(\omega)]$ と通過した後の平面波の圧力振幅 $C [= \Delta p_2(\omega)]$ の関係は次式で与えられる⁽¹²⁾。

$$\frac{\Delta p_2(\omega)}{\Delta p_1(\omega)} = \frac{Z_{b2}}{Z_{b2} + \frac{\rho_0 c_0}{2A_{\text{tun}}}} \quad (1)$$

ここで、 Z_{b2} はトンネル本坑からみた2形器材坑の音響インピーダンスであり、次式で表される。

$$\frac{1}{Z_{b2}} = \frac{iA_{b2}}{\rho_0 c_0} \tan kl_{b2c} \quad (2)$$

ここで、 i は虚数単位、 ρ_0 は静止空気の密度、 k は波数 $(= \omega/c_0)$ 、 l_{b2c} は端部補正をした器材坑の奥行き $(= l_{b2} + 0.85r_{b2})$ 、 r_{b2} は器材坑の断面積に等しい円の半径であり、添字 $b2$ は2形器材坑を表す。式(1)、(2)より次式が得られる⁽²⁾⁽³⁾⁽⁵⁾。

$$\Delta p_2(t) = \frac{2}{2+n_{b2}} \Delta p_1(t) + \frac{2}{(2+n_{b2})^2} \Delta p_1(t-2t_{b2})$$

Fig. 4 Passage of pressure waves by short side branch arranged at one side of tunnel wall

$$\begin{aligned} & - \frac{4n_{b2}}{(2+n_{b2})^2} \frac{2-n_{b2}}{2+n_{b2}} \Delta p_1(t-4t_{b2}) \\ & + \frac{4n_{b2}}{(2+n_{b2})^2} \left(\frac{2-n_{b2}}{2+n_{b2}} \right)^2 \Delta p_1(t-6t_{b2}) - \dots \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 t は時間、 $t_{b2} = l_{b2c}/c_0$ 、 n_{b2} は2形器材坑とトンネル本坑の断面積比 $(= A_{b2}/A_{\text{tun}})$ である。

図5に示すような、トンネルに1形器材坑と2形器材坑が対面して設置されている箇所を左側から右側へ通過する前の圧力波形 Δp_1 と通過した後の圧力波形 Δp_2 の関係に対しても上述のような音響学的手法を適用することができ、次式が得られる。

$$\Delta p_2(t) = \frac{2}{2+n_{b1}+n_{b2}} \sum_{i,j} C_{ij} \Delta p_1(t-2it_{b1}-2jt_{b2}) \quad (4)$$

ここで、添字 $b1$ は1形器材坑を表す。本研究で新たに得られた式(4)の導出および係数 C_{ij} は付録を参照されたい。式(3)、(4)は器材坑の直径がトンネル本坑の直径より小さく、音波の波長がトンネル直径程度より大きい場合に適用可能である⁽³⁾⁽⁵⁾。

4.3 数値解析方法 前述の一次元数値解析と器材坑の効果の音響学的手法による解析を組合わせて数値解析を行った。初期条件として、現地測定においてトンネル入口付近 $(x=0\text{ m})$ にて測定された圧縮波形 $\Delta p_{\text{ent}}(t)$ から求めた圧力分布を用いた。最初に4.1節で述べた一次元数値解析により、トンネル入口付近 $(x=0\text{ m})$ から最初に器材坑がある位置までの断面積一定部分を伝ばする間の圧縮波の変形を計算する。次に器材坑の配置に応じて音響学的手法による解析から得られた式(3)または式(4)により器材坑通過による圧縮波形の変化を計算する。そして、再び一次元数値解析により断面積一定部分の圧縮波の伝ばの計算を行

Fig. 5 Passage of pressure waves by short side branches arranged at both side of tunnel wall

う。以上の手順を繰返し、トンネル入口付近から出口付近 ($x=2864$ m) まで伝ばする圧縮波の変形について解析を行った。

5. 結果と考察

圧縮波の変形に関する数値解析結果と現地測定結果の例を図6, 7に示す。数値解析結果としては、一次元解析に4・2節に述べた器材坑効果に関する音響学的手法による解析を組合わせたもの(1D+Short side branches)と、一次元解析のみのもの(1D)の両方を示す。図6は $U=63.1$ m/s (227 km/h) のとき (Case 1)、図7は $U=75.8$ m/s (273 km/h) のとき (Case 2) であ

る。両者とも車両型式は同一である。図6, 7の入口付近 ($x=0$ m) の図から、列車の突入速度の違いにより Case 2 のほうが圧力上昇が大きく、波面の圧力こう配が大きくなっていることがわかる。Case 1 は今回の現地測定において最も波面が緩やかなものであり、Case 2 は今回の現地測定において最も波面が急しゅんなものである。

以下において、現地測定結果と数値解析結果の比較を行う。ここで、図6, 7の Case 1, Case 2 の両者とも出口付近 ($x=2864$ m) の結果において現地測定波形の後半には数値解析結果には現れない圧力降下が見られるが、これはトンネル出口からの反射波によるも

Fig. 6 Pressure histories in tunnel ($U=227$ km/h, Case 1)

Fig. 7 Pressure histories in tunnel ($U=273$ km/h, Case 2)

のであり、以下の考察とは無関係である。図6, 7より Case 1, Case 2 の両者とも、現地測定結果と一次元解析と音響学的な器材坑の解析を組合わせた数値解析結果が、圧縮波の波面の急しゅん化と圧力上昇の減衰に関して、極めてよく一致しており圧縮波の変形を十分に模擬していることがわかる。しかし、器材坑の効果を考慮しない一次元解析のみの数値計算結果は、 $x = 1279, 1379$ mまでは現地測定結果とほぼ一致しているが、トンネル出口付近($x = 2864$ m)では現地測定結果よりも波面が急しゅんになっていることがわかる。

次に、トンネル微気圧波の現象で最も重要な波面の急しゅん化を詳しく調べるために、図8に圧縮波の波面の圧力こう配最大値 $(\partial p / \partial t)_{\max}$ と伝ば距離 x の関係を示す。また、図中に現地測定を行ったトンネルとその器材坑の配置を示す。ここで、圧力こう配の計算は、圧縮波波形をFFTにより周波数成分に分解し、周波数領域においてノイズ成分を取り除いてから演算を行い、逆FFTで時間領域の波形に戻すという方法を用いた。本解析では後出の図9からわかるように45 Hz以上の高周波成分は相対的に小さくノイズとみなせることから、これを取り除いた。図8から、上述のようにトンネル出口付近($x = 2864$ m)になると器材坑の効果に関する音響学的解析の有無によって数値解析結果に差が現れ、一次元数値解析と音響学的手法による器材坑の解析を組合わせた数値解析が、実測された波面の急しゅん化を十分に模擬していることがわかる。また、トンネルの断面積一定部分を伝ばするに従い $(\partial p / \partial t)_{\max}$ が大きくなり、器材坑を通過すると小さくなること、また、 $(\partial p / \partial t)_{\max}$ が大きいほど非線形形効果が大きく波面の急しゅん化が顕著になることがわかる。さらに、 $(\partial p / \partial t)_{\max}$ が大きくなるほど器材坑を通過した際の $(\partial p / \partial t)_{\max}$ の降下が大きいたことがわかる。

さらに、器材坑の効果をより明確にするために、現

Fig. 8 Relation between $(\partial p / \partial t)_{\max}$ and x

地測定および数値解析により得られた圧縮波の圧力波形の周波数分析を行った。分析は圧縮波の波面を中心とした時間幅0.8 sを対象として行った。また、分析の際にはリニアトレンドの除去⁽¹³⁾を行い、ハニングウィンドー⁽¹³⁾を用いた。データ点数は現地測定の波形に対しては512点、数値解析の波形に対しては1024点である。図9にCase 2の圧力波形のパワースペクトル(相対値)を示す。図9から、圧縮波がトンネル内を伝ばするに従い高周波成分が増加していくことがわかる。これは、伝ばに伴い波面が急しゅん化するためである。また、現地測定結果および一次元解析に音響学的手法による器材坑の効果の解析を組合わせた数値解析結果には約13 Hz, 20 Hzにおいてパワースペク

Fig. 9 Power spectrum of pressure waveform (Case 2)

トルの減少がみられるが、一次元解析のみの数値解析には現れないことがわかる。式(2)、および付録の式(16)から1形器材坑のインピーダンス Z_{b1} が零となる波長 $[=4l_{bc1}/(2j-1), j=1, 2, \dots]$ は、18, 6, $\dots$ m、また、2形器材坑のインピーダンス Z_{b2} が零となる波長 $[=4l_{bc2}/(2j-1), j=1, 2, \dots]$ は、26, 8.7, $\dots$ m となる。これらの波長に対応する周波数($=c_0/\text{波長}$)は、1形器材坑に対しては18.9, 56.7, $\dots$ Hz、2形器材坑に対しては13.1, 39.1, $\dots$ Hz となる。式(1)、(14)より、インピーダンスが零のとき $\Delta p_2(\omega)$ は零となる。よって、これらの周波数の波は器材坑が設置されている位置を通過できないことになり、この効果がパワースペクトルの減少に現れていると考えられる。この器材坑の効果により圧縮波に含まれている高周波成分の増加が抑制されること、すなわち圧縮波の波面の急しゅん化が抑制されることがわかる。

6. 結 言

高速鉄道トンネル内を伝ばする圧縮波の変形を予測する手法を開発するために、実際の新幹線のスラブ軌道トンネルにおいてトンネル内を伝ばする圧縮波に対する現地測定を行った。また、圧縮波とともに音速で移動する座標系へガリレイ変換した方程式系による一次元の圧縮流れの解析と音響学的手法による器材坑の効果の解析を組合わせて数値解析を行った。さらに得られた数値解析結果と現地測定結果の比較に基づき、スラブ軌道トンネル内を伝ばする圧縮波の変形について考察を行った。結論をまとめると以下のようになる。

(1) 圧縮波の変形(波面の急しゅん化および減衰)に関して、現地測定結果と数値解析結果は測定したトンネル長さ、列車速度の範囲において非常によく一致した。したがって、本論文で採用した数値解析手法がトンネル微気圧波の大きさの予測手法として有用であることが考えられる。

(2) 圧縮波の伝ばに伴う波面の圧力こう配最大値の変化に関する結果から、器材坑により波面の急しゅん化が抑制されることを確認した。

(3) 圧縮波の波面が急しゅんであるほど器材坑が圧縮波の波形に与える影響が大きかった。

(4) 波形の周波数分析結果より、器材坑にはそのインピーダンスが零となる周波数の波を通過させない働きがあり、この効果により圧縮波の波面の急しゅん化を抑制することがわかった。

なお、器材坑等のトンネル内の分岐を列車が高速で通過した際に新たに圧力波を形成し、それがトンネル

坑口の周囲に影響を与えて環境問題となることもありうる。新たな高速鉄道の建設においてはトンネル内の器材坑の位置、断面積、数などの仕様の決定には注意が必要である。

最後に、本研究の実施にあたり現地測定にご協力いただいた東日本旅客鉄道(株)総合技術開発推進部・奥村陽一氏、新幹線保線区の関係者、および(財)鉄道総合技術研究所・山内伸亮氏、村田香氏、菊地勝浩氏に謝意を表す。

付録：対面して設置された器材坑の効果の音響学的手法による解析

図5のように対面した器材坑のある位置を左側から右側へ通過する角振動数 ω の平面波を考える。器材坑の左側における入射波+反射波の圧力 Δp 、流速 u に関して、

$$\Delta p = \{A \exp(-ikx) + B \exp(ikx)\} \exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$u = \frac{\{A \exp(-ikx) - B \exp(ikx)\} \exp(i\omega t)}{\rho_0 c_0} \quad \dots\dots\dots (6)$$

とおく。また、器材坑の右側の平面波の圧力 Δp 、流速 u に関して、

$$\Delta p = C \exp(-ikx) \exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$u = \frac{C \exp(-ikx) \exp(i\omega t)}{\rho_0 c_0} \quad \dots\dots\dots (8)$$

とおく。分岐部における圧力および流量保存に関して、

$$A + B = C \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{A_{\text{tun}}}{\rho_0 c_0} (A - B) = U_{b1} + U_{b2} + \frac{A_{\text{tun}}}{\rho_0 c_0} C \quad \dots\dots\dots (10)$$

が成り立つ。ただし、 U_{b1} 、 U_{b2} は1形器材坑、2形器材坑への流量である。流量 U_{b1} 、 U_{b2} を本坑からみた器材坑の音響インピーダンス Z_{b1} 、 Z_{b2} と器材坑入口部における圧力 Δp_{b1} 、 Δp_{b2} を用いて、

$$U_{b1} = \frac{\Delta p_{b1}}{Z_{b1}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$U_{b2} = \frac{\Delta p_{b2}}{Z_{b2}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

と表し、圧力に関して、

$$\Delta p_{b1} = \Delta p_{b2} = C \quad \dots\dots\dots (13)$$

の関係をを用いると、器材坑通過直後の圧力振幅 $C [= \Delta p_2(\omega)]$ と通過直前の入射波の圧力 $A [= \Delta p_1(\omega)]$ の関係は、

$$\frac{\Delta p_2(\omega)}{\Delta p_1(\omega)} = \frac{C}{A} = \frac{1}{1 + \frac{\rho_0 c_0}{2A_{\text{tun}}} \left(\frac{1}{Z_{b1}} + \frac{1}{Z_{b2}} \right)}$$

$$= \frac{Z_b}{Z_b + \frac{\rho_0 c_0}{2A_{\text{tun}}}} \dots\dots\dots (14)$$

となる。ただし、

$$\frac{1}{Z_b} = \frac{1}{Z_{b1}} + \frac{1}{Z_{b2}} \dots\dots\dots (15)$$

である。ここで、 Z_{b1} は、

$$\frac{1}{Z_{b1}} = \frac{iA_{b1}}{\rho_0 c_0} \tan kl_{b1c} \dots\dots\dots (16)$$

であり、 Z_{b2} は本文中の式(2)である。これらを式(14)に代入し、 $s=i\omega$ とおくと、

$$\frac{\Delta p_2(s)}{\Delta p_1(s)} = \frac{1}{1 + \frac{n_{b1}}{2} \tanh st_{b1} + \frac{n_{b2}}{2} \tanh st_{b2}} \dots\dots\dots (17)$$

となる。ただし、 $n_{b1}=A_{b1}/A_{\text{tun}}$ 、 $n_{b2}=A_{b2}/A_{\text{tun}}$ である。ここで、 $X=\exp(-2st_{b1})$ 、 $Y=\exp(-2st_{b2})$ 、 $t_{b1}=l_{b1c}/c_0$ 、 $t_{b2}=l_{b2c}/c_0$ 、とおくと、式(17)は、

$$\frac{\Delta p_2(s)}{\Delta p_1(s)} = \left(\frac{2}{2+n_{b1}+n_{b2}} \right) \times \left(\frac{1+X+Y+XY}{1+\frac{2-n_{b1}-n_{b2}}{2+n_{b1}+n_{b2}}X+\frac{2+n_{b1}-n_{b2}}{2+n_{b1}+n_{b2}}Y+\frac{2-n_{b1}-n_{b2}}{2+n_{b1}+n_{b2}}XY} \right) \dots\dots\dots (18)$$

となる。ここで、式(18)を、

$$\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1} = \left(\frac{2}{2+n_{b1}+n_{b2}} \right) \sum_{i,j} C_{ij} X^i Y^j \dots\dots\dots (19)$$

の形の多項式に展開する。式(19)を、

$$P = \frac{1+N_4X+N_5Y+N_6XY}{1-N_1X-N_2Y-N_3XY} \dots\dots\dots (20)$$

とする。ただし、

$$N_1 = -\frac{2-n_{b1}-n_{b2}}{2+n_{b1}+n_{b2}} \dots\dots\dots (21)$$

$$N_2 = -\frac{2+n_{b1}-n_{b2}}{2+n_{b1}+n_{b2}} \dots\dots\dots (22)$$

$$N_3 = -\frac{2-n_{b1}-n_{b2}}{2+n_{b1}+n_{b2}} \dots\dots\dots (23)$$

$$N_4=N_5=N_6=1 \dots\dots\dots (24)$$

である。式(20)を逆ラプラス変換するために、同式を以下のように X 、 Y の多項式で表すことを考える。

$$\begin{aligned} P &= \frac{1+N_4X+N_5Y+N_6XY}{1-(N_1X+N_2Y+N_3XY)} \\ &= (1+N_4X+N_5Y+N_6XY) \\ &\times \sum_{\chi=0}^{\infty} (N_1X+N_2Y+N_3XY)^{\chi} \\ &= \sum_{i,j} C_{ij} X^i Y^j \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

ただし、 i, j は自然数で $2it_{b1}+2jt_{b2} \leq t_{\text{max}}$ を満たす範囲をとる。ここで、 t_{max} は現象解析に必要な最大時間

である。まず、 $\sum_{\chi=0}^{\infty} (N_1X+N_2Y+N_3XY)^{\chi}$ の展開における $X^i Y^j$ の係数 D_{ij} を求める。 $X^i Y^j$ なる項はこの展開のうち、 $\alpha_1=i-\alpha_3$ 、 $\alpha_2=j-\alpha_3$ 、 $\chi=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$ となる、 $(N_1X)^{\alpha_1}(N_2Y)^{\alpha_2}(N_3XY)^{\alpha_3}$ [$\alpha_3=0, 1, 2, \dots, \min(i, j)$] から生ずる。 $\sum_{\chi=0}^{\infty} (N_1X+N_2Y+N_3XY)^{\chi}$ における $X^i Y^j$ の係数 D_{ij} は多項定理より、

$$\begin{aligned} D_{ij} &= \sum_{\alpha_3=0}^{\min(i,j)} \frac{\chi!}{\alpha_1! \alpha_2! \alpha_3!} N_1^{\alpha_1} N_2^{\alpha_2} N_3^{\alpha_3} \\ &= \sum_{\alpha_3=0}^{\min(i,j)} \frac{(i+j-\alpha_3)!}{(i-\alpha_3)! (j-\alpha_3)! \alpha_3!} \\ &\times N_1^{i-\alpha_3} N_2^{j-\alpha_3} N_3^{\alpha_3} \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

となる。次に、係数 C_{ij} を D_{ij} を用いて表すと、

$$C_{ij} = D_{ij} + N_4 D_{i-1,j} + N_5 D_{i,j-1} + N_6 D_{i-1,j-1} \dots\dots\dots (25)$$

となる。

式(19)の逆ラプラス変換より本文中の式(4)を得る。

文 献

- (1) 山本彬也, トンネル出口からの微気圧波, 日本物理学会春の分科会予稿集, 4 pH 4, (1977).
- (2) 小澤智・森藤良夫・前田達夫・木下真夫, トンネル出口微気圧波の実態, 鉄道技術研究報告, 1023(1976), 2-17.
- (3) 小澤智, トンネル出口微気圧波の研究, 鉄道技術研究報告, 1121(1979), 5-87.
- (4) 福田傑・飯田雅宜・前田達夫・前野一夫・本間弘樹, 高速鉄道のスラブ軌道トンネル内を伝ばする圧縮波の解析 (第1報, 現地測定と一次元数値解析), 機論, 64-621, B (1998), 1391-1397.
- (5) Ozawa, S., Maeda, T., Matsumura, T., Nakatani, K. and Uchida, K., Distortion of Compression Wave during Propagation along Shinkansen Tunnel, *Proc. 8th Int. Symp. Aerodyn. Ventil. Vehicle Tunnels*, (1994), 211-226.
- (6) Zielke, W., Frequency-Dependent Friction in Transient Pipe Flow, *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, 90(1968), 109-115.
- (7) Vardy, A.E. and Brown, J.M.B., Transient, Turbulent, Smooth Pipe Friction, *J. Hydraul. Res.*, 33-4 (1995), 435-455.
- (8) Hartunian, R.A., Russo, A.L. and Marrone, P.V., Boundary Layer Transition and Heat Transfer in Shock Tubes, *J. Aerosp. Sci.*, 27-8(1960), 587-594.
- (9) Fukuda, T., Iida, M., Maeda, T., Nakatani, K., Maeno, K. and Honma, H., Distortion of the Compression Wave during Propagation in a High-Speed Railway Tunnel, *Proc. 21st Int. Symp. Shock Waves*, (1997), 755-760.
- (10) Yee, H.C., Upwind and Symmetric Shock-Capturing Schemes, *NASA Tech. Mem.*, 89464(1987).
- (11) Sod, G.A., A Numerical Study of a Converging Cylindrical Shock, *J. Fluid Mech.*, 83-4(1977), 785-794.
- (12) Kinsler, L.E., Frey, A.R., Coppens, A.B. and Sanders, J.V., *Fundamentals of Acoustics*, 3rd Ed., (1982), 225-243.
- (13) 日野幹雄, スペクトル解析, (1977), 154-236, 朝倉書店.