二流体モデルを用いた多次元二相流に対する完全陰解法*

寺 坂 晴 夫^{*1}A Fully Implicit Numerical Method for Multi-dimensional Two-phase Flow
with Two-fluid Model

Haruo TERASAKA

For the problem where two-phase flow is expected to change very slowly in time or not to change, it may be possible to obtain adequate information from an approximate solution based on very large time step. This would be advantageous if a reliable and efficient means could be found for solving difference equations treating all terms by backward differences. This paper describes a fully implicit numerical method and numerical examples for two-dimensional incompressible two-phase flow with two-fluid model. The method is an extension of SIMPLEST scheme which is widely used to analyze various single-phase thermal-hydraulic problems. Further extension of the method to three-dimensional analysis and/or compressible two-phase flows is also straightforward.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Two-Phase Flow, Two-Fluid Model, Numerical Simulation, Fully Implicit Method, SIMPLEST Scheme

1. はじめに

最近、原子炉やその他工業機器に関連した二相流の多次元解析が広く試みられるようになってきた。中でも二流体モデルにもとづく解析手法は、それぞれの相の基礎方程式を介して現象を詳細にモデル化することができるため、多岐にわたる二相流動現象を幅広くカバーできる実用的な手法として今後ますます重要になってくるものと思われる。しかし、その数値解法として用いられてきた方法は主に陽解法^(1,2)や半陰解法⁽³⁾であり、単相流の解析では広く用いられている完全陰解法はほとんど用いられていない。その理由としては計算時間が多くかかることや、時間刻み幅をあまり大きくすることのできない急激な変化を伴う二相流の現象を主な解析対象としていることなどが考えられる。

しかしながら、二相流動現象のなかには緩やかに変化する現象や定常の現象も多くあり、このような現象の解析には時間刻み幅を大きく取れる陰解法が有利である。また、時間刻み幅を大きくできない場合においても、陰解法を用いることによって数値的な安定性を高くすることも期待できる。そこで本研究では、完全陰解法のうちでも比較的計算量の少ないSIMPLEST法⁽⁴⁾を、二流体モデルにもとづく非圧縮性二相流の計算

に適用できるように拡張した。以下、2次元の非圧縮性二相流を対象として本手法を詳述し、またその有効性を数値計算例によって示す。圧縮性二相流や3次元への拡張は容易である。

主な記号

t :	時間
x :	x 方向距離
y :	y 方向距離
u :	x 方向流速
v :	y 方向流速
p :	圧力
g :	重力加速度
F :	流体に加わる力
V_F :	気液相対速度 ($= u_g - u_l$)
α :	体積率
ρ :	密度
ν :	動粘性係数

添字

g :	気相
l :	液相
$inter$:	気液界面
$wall$:	固体壁面
eff :	実効値
d :	分散相
c :	連続相

* 原稿受付 1998年6月8日。

^{*1} 正員, (株)東芝原子力技術研究所(☎210-0862 川崎市川崎区浮島町4-1)。

E-mail: ter@sag.nel.rdc.toshiba.co.jp

2. 基礎方程式

二流体モデルにもとづく非圧縮二相流の基礎方程式は次のように表される。

2.1 質量保存式

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_k u_k) + \frac{\partial}{\partial y}(\alpha_k v_k) = 0 \quad (1)$$

2.2 運動量保存式

・x方向速度

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial u_k}{\partial y} \\ = -\frac{1}{\rho_k} \frac{\partial p}{\partial x} + v_{eff,k} \nabla^2 u_k - F_{inter}^{u_k} - F_{wall}^{u_k} \end{aligned} \quad (2)$$

・y方向速度

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial v_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial v_k}{\partial y} \\ = -\frac{1}{\rho_k} \frac{\partial p}{\partial y} + v_{eff,k} \nabla^2 v_k - F_{inter}^{v_k} - F_{wall}^{v_k} \end{aligned} \quad (3)$$

ただし、上式において下付添字 k は g または l を意味する。また、

$$\alpha_g + \alpha_l = 1, \quad \nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad (4)$$

である。

2.3 構成方程式

二流体モデルに対する構成方程式には流動形式に合わせて様々なものが提案されているが、ここでは簡単のため以下のようなモデルを用いる。

・壁面摩擦式

$$F_{wall}^{V_k} = C |V_k| V_k \quad (5)$$

なお、摩擦係数 C には単相流に対するものと同じものを用いる。

・相間力

簡単のため、仮想質量力や揚力を省き相間摩擦力のみを考慮する。気泡流 ($\alpha_g \leq \alpha_{bubble}$) および液滴流 ($\alpha_g > \alpha_{droplet}$) に対しては、気泡あるいは液滴を直径 d_d の球状粒子と仮定し次式を用いる。

$$F_{inter}^{V_g} = \frac{3}{4} \frac{\alpha_d}{d_d} \frac{\rho_c}{\alpha_g \rho_g} C_D |V_r| V_r \quad (6)$$

$$F_{inter}^{V_l} = \frac{3}{4} \frac{\alpha_d}{d_d} \frac{\rho_c}{\alpha_l \rho_l} C_D |V_r| V_r \quad (7)$$

ここで、抗力係数 C_D は単一剛体球の式、

$$C_D = \frac{24}{Re_d} \left(1 + 0.15 Re_d^{0.687} \right), \quad Re_d = \frac{|V_r| d_d}{\nu_c}$$

を用い、また粒子直径 d_d は臨界We数を用いて定める。

気泡流と液滴流の間 ($\alpha_{bubble} < \alpha_g \leq \alpha_{droplet}$) の流動様式に対しては、図1に示したような3次関数を用いて両者を滑らかに補間する。

Fig. 1 Interpolation function for interfacial friction factor

3. 数値解析手法

二流体モデルによる多次元解析のほとんどが陽解法や半陰解法を用いており、陰解法を用いているものは少ない。IPSA法⁽⁵⁾は、単相流解析に広く用いられているSIMPLE法を二相流解析用に拡張したもので、気液各相の体積率の和の誤差を打ち消すように圧力の補正を行う陰解法である。しかし、その展開はかなり特殊で素直な拡張とはいいがたく、また計算効率の面からもあまり優れているとはいえない。そこで、本論文では完全陰解法の中でも比較的計算量の少ないSIMPLEST法⁽⁴⁾を拡張した手法を提案する。

3.1 運動量保存式の離散化

離散化にはスタガードメッシュを用いる。気相のx方向運動量保存式は以下のように離散化する。

$$\begin{aligned} & \frac{u_{g,i+1/2j}^{m+1} - u_{g,i+1/2j}^n}{\Delta t} \\ & + u_{g,i+1/2j}^m \left\langle \frac{\Delta u_g}{\Delta x} \right\rangle_{i+1/2j}^* + (v_g)_i^m \left\langle \frac{\Delta u_g}{\Delta y} \right\rangle_{i+1/2j}^* \\ & = -\frac{1}{\rho_g} \left[\frac{\Delta p}{\Delta x} \right]_{i+1/2j}^{m+1} + v_{eff,g} [\nabla^2 u_g]_{i+1/2j}^* \\ & - \left(f_{inter}^{u_g} \right)_{i+1/2j}^m \left(u_{g,i+1/2j}^{m+1} - u_{l,i+1/2j}^{m+1} \right) - \left(f_{wall}^{u_g} \right)_{i+1/2j}^m u_{g,i+1/2j}^{m+1} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、上付添字の $m+1$ 、 m および n は反復前後の値

および時刻 n での値を表し、*はその項の対角項を陰に
 その他は反復前の値を取ることを意味する。記号 $\langle \rangle$ は
 上流差分、 $()$ は補間、 $[]$ は中心差分を意味する。また、

$$f_{inter}^{u_g} = \frac{3}{4} \frac{\alpha_d}{d_d} \frac{\rho_c}{\alpha_g \rho_g} C_D |V_r|$$

$$f_{wall}^{u_g} = C \left| u_{g,i+1/2} \right|$$

である。

(8)式を $u_{g,i+1/2j}^{m+1}$ と $u_{l,i+1/2j}^{m+1}$ について整理すると、

$$\begin{aligned} & A_{i+1/2j}^{u_g} \cdot u_{g,i+1/2j}^{m+1} - B_{i+1/2j}^{u_g} \cdot u_{l,i+1/2j}^{m+1} \\ &= -\frac{1}{\rho_g} \left[\frac{\Delta p^{m+1}}{\Delta x} \right]_{i+1/2j} + C_{i+1/2j}^{u_g} \quad (9) \end{aligned}$$

という形の式を得る。ここで、 $A_{i+1/2j}^{u_g}$ 、 $B_{i+1/2j}^{u_g}$ および
 $C_{i+1/2j}^{u_g}$ はそれぞれ $u_{g,i+1/2j}^{m+1}$ 、 $u_{l,i+1/2j}^{m+1}$ の係数および圧力
 項を除いた残りの項である。同様に、液相の x 方向
 運動量保存式を離散化すると、

$$\begin{aligned} & A_{i+1/2j}^{u_l} \cdot u_{l,i+1/2j}^{m+1} - B_{i+1/2j}^{u_l} \cdot u_{g,i+1/2j}^{m+1} \\ &= -\frac{1}{\rho_l} \left[\frac{\Delta p^{m+1}}{\Delta x} \right]_{i+1/2j} + C_{i+1/2j}^{u_l} \quad (10) \end{aligned}$$

が得られる。そこで、これらの式を連立して $u_{g,i+1/2j}^{m+1}$
 と $u_{l,i+1/2j}^{m+1}$ について解くと次式が得られる。

$$\begin{aligned} u_{g,i+1/2j}^{m+1} &= -\frac{1}{D_{i+1/2j}} \left(\frac{A_{i+1/2j}^{u_l}}{\rho_g} + \frac{B_{i+1/2j}^{u_g}}{\rho_l} \right) \left[\frac{\Delta p^{m+1}}{\Delta x} \right]_{i+1/2j} \\ &+ \frac{1}{D_{i+1/2j}} \left(A_{i+1/2j}^{u_l} \cdot C_{i+1/2j}^{u_g} + B_{i+1/2j}^{u_g} \cdot C_{i+1/2j}^{u_l} \right) \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{l,i+1/2j}^{m+1} &= -\frac{1}{D_{i+1/2j}} \left(\frac{A_{i+1/2j}^{u_g}}{\rho_l} + \frac{B_{i+1/2j}^{u_l}}{\rho_g} \right) \left[\frac{\Delta p^{m+1}}{\Delta x} \right]_{i+1/2j} \\ &+ \frac{1}{D_{i+1/2j}} \left(A_{i+1/2j}^{u_g} \cdot C_{i+1/2j}^{u_l} + B_{i+1/2j}^{u_l} \cdot C_{i+1/2j}^{u_g} \right) \quad (12) \end{aligned}$$

ここで、 $D_{i+1/2j} = A_{i+1/2j}^{u_g} \cdot A_{i+1/2j}^{u_l} - B_{i+1/2j}^{u_g} \cdot B_{i+1/2j}^{u_l}$ であ
 る。ICE法との主な違いは、全ての項に対して対角項
 を陰的に処理しており、またその他の項も既知のもの
 としては最新の m の値で評価していることである。ま
 た、通常のSIMPLEST法との主な違いは、(8)式の段階
 で圧力項を評価していることと、気液両相の式を連立
 して解くことによって(11)(12)式のように $u_{g,i+1/2}^{m+1}$ と
 $u_{l,i+1/2j}^{m+1}$ を陽な形に表していることである。このように

することによって両相の式が陰的に強く結合され、気
 液相間摩擦係数の値によらず安定化させることができ
 る。 y 方向の運動量保存式についても同様の離散化を施
 す。なお、(11)(12)式の右辺には未知の圧力 p^{m+1} が含
 まれているため、このまま直接計算することができな
 い。そこで、SIMPLE法等と同様に、まず反復前の既
 知の圧力 p^m を用いて仮の速度を求め、それを後に示す
 圧力補正值を使って修正する方法を取る。

3.2 圧力補正式

(11)(12)式において、真の圧力 p^{m+1} の代りに p^m
 を用いて得られる速度を $(\sim)$ をつけて表すことにする。
 すなわち、

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{g,i+1/2j}^{m+1} &= -\frac{1}{D_{i+1/2j}} \left(\frac{A_{i+1/2j}^{u_l}}{\rho_g} + \frac{B_{i+1/2j}^{u_g}}{\rho_l} \right) \left[\frac{\Delta p^m}{\Delta x} \right]_{i+1/2j} \\ &+ \frac{1}{D_{i+1/2j}} \left(A_{i+1/2j}^{u_l} \cdot C_{i+1/2j}^{u_g} + B_{i+1/2j}^{u_g} \cdot C_{i+1/2j}^{u_l} \right) \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{l,i+1/2j}^{m+1} &= -\frac{1}{D_{i+1/2j}} \left(\frac{A_{i+1/2j}^{u_g}}{\rho_l} + \frac{B_{i+1/2j}^{u_l}}{\rho_g} \right) \left[\frac{\Delta p^m}{\Delta x} \right]_{i+1/2j} \\ &+ \frac{1}{D_{i+1/2j}} \left(A_{i+1/2j}^{u_g} \cdot C_{i+1/2j}^{u_l} + B_{i+1/2j}^{u_l} \cdot C_{i+1/2j}^{u_g} \right) \quad (14) \end{aligned}$$

である。ここで、

$$\begin{aligned} \delta u_g &= u_g - \tilde{u}_g \\ \delta u_l &= u_l - \tilde{u}_l \\ \delta p &= p^{m+1} - p^m \end{aligned} \quad (15)$$

とし、(11)(12)式から(13)(14)式を引くと、

$$\delta u_{g,i+1/2j}^{m+1} = -\frac{1}{D_{i+1/2j}} \left(\frac{A_{i+1/2j}^{u_l}}{\rho_g} + \frac{B_{i+1/2j}^{u_g}}{\rho_l} \right) \left[\frac{\Delta \delta p^{m+1}}{\Delta x} \right]_{i+1/2j} \quad (16)$$

$$\delta u_{l,i+1/2j}^{m+1} = -\frac{1}{D_{i+1/2j}} \left(\frac{A_{i+1/2j}^{u_g}}{\rho_l} + \frac{B_{i+1/2j}^{u_l}}{\rho_g} \right) \left[\frac{\Delta \delta p^{m+1}}{\Delta x} \right]_{i+1/2j} \quad (17)$$

を得る。従って、圧力補正值 δp が分かれば速度の修正
 量が定まり、真の速度および圧力が求まることになる。

圧力補正值は、質量保存式(1)式から求めることがで
 きる。二流体モデルでは質量保存式にも気相と液相の
 二つの式があるが、本論文では両式の和を取り、時間
 項を消去した次の式から求める。

$$\frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g u_g + \alpha_l u_l) + \frac{\partial}{\partial y}(\alpha_g v_g + \alpha_l v_l) = 0 \quad (18)$$

この式を離散化すると、

$$\frac{\Delta(\alpha_g^m u_g^{m+1} + \alpha_l^m u_l^{m+1})_{ij}}{\Delta x_i} + \frac{\Delta(\alpha_g^m v_g^{m+1} + \alpha_l^m v_l^{m+1})_{ij}}{\Delta y_j} = 0$$

となり、仮の速度と補正速度で表すと

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta(\alpha_g^m \tilde{u}_g^{m+1} + \alpha_l^m \tilde{u}_l^{m+1})_{ij}}{\Delta x_i} + \frac{\Delta(\alpha_g^m \tilde{v}_g^{m+1} + \alpha_l^m \tilde{v}_l^{m+1})_{ij}}{\Delta y_j} \\ & + \frac{\Delta(\alpha_g^m \delta u_g^{m+1} + \alpha_l^m \delta u_l^{m+1})_{ij}}{\Delta x_i} + \frac{\Delta(\alpha_g^m \delta v_g^{m+1} + \alpha_l^m \delta v_l^{m+1})_{ij}}{\Delta y_j} \\ & = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

となる。なお、式中の α_g^m および α_l^m は上流側の値を用いる。これに(16)(17)式を代入し、圧力補正值で整理すると、次のような圧力補正Poisson式が得られる。

$$\begin{aligned} & a_{ij} \delta p_{ij} + a_{i+1,j} \delta p_{i+1,j} + a_{i-1,j} \delta p_{i-1,j} \\ & + a_{i,j+1} \delta p_{i,j+1} + a_{i,j-1} \delta p_{i,j-1} = b_{ij} \end{aligned} \quad (20)$$

この式の右辺 b_{ij} は、(19)式の左辺第1項目および第2項目の和で、仮の速度を用いたときの誤差を表している。 p^m が正しい圧力になれば(13)(14)式から得られる仮の速度は質量保存式を正しく満たすので b_{ij} は0となり、従って δp も0となってそれ以上の速度および圧力の修正は行われなくなる。(20)式は非対称疎行列式であるので、Bi-CGSTAB法⁽⁶⁾を適用して解く。

3.3 体積率の計算

気相、液相それぞれの速度および圧力の新しい値が定まった後、質量保存式から体積率を求める。体積率は二つの式のどちらからでも求めることができるが、本論文では液相の質量保存式から求める。この式は保存型で与えられているので有限体積法を適用し、(1)式を ij 番目のセルについて体積積分すると次式を得る。

$$\begin{aligned} & \Delta V_{ij} \frac{\alpha_{k,ij}^{m+1} - \alpha_{k,ij}^n}{\Delta t} \\ & + \Delta S_{i+1/2,j}^x \langle \alpha_k \rangle_{i+1/2,j}^* u_{k,i+1/2,j}^{m+1} \\ & - \Delta S_{i-1/2,j}^x \langle \alpha_k \rangle_{i-1/2,j}^* u_{k,i-1/2,j}^{m+1} \\ & + \Delta S_{i,j+1/2}^y \langle \alpha_k \rangle_{i,j+1/2}^* v_{k,i,j+1/2}^{m+1} \\ & - \Delta S_{i,j-1/2}^y \langle \alpha_k \rangle_{i,j-1/2}^* v_{k,i,j-1/2}^{m+1} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、 ΔV はセル体積、 ΔS^x および ΔS^y は x 方向および y 方向に面するセル面積である。

Fig.2 Flow chart

以上の計算手順を図2に示す流れ図で再度説明する。まず、入力データを読み込み初期設定を行う。この時、全ての変数の反復 m の値には時刻 n の値を代入しておく。次に(13)(14)式から仮の速度を計算し、これを用いて(20)式を解いて圧力補正值を求める。次に(15)式から(17)式に従い速度および圧力の値を修正し、さらにこの新しい速度を用いて(21)式から体積率を求める。このようにして全ての変数に対して $m+1$ の値が定まったら、 m の値と比較し、その差が許容値以下になるまでこの手順を繰り返す。収束したら $m+1$ の値を新しい時刻 $n+1$ の値にセットして次のタイムステップの計算に進む。

4. 数値計算例

以上述べてきた解析手法の有効性を確かめるために、いくつかの計算を行った。その結果を以下に示す。

4.1 Faucet flow

これは、水道の蛇口から流れ出る水の速度と形状を求める問題で、Spaldingらの提唱した二相流ベンチマーク問題⁽⁷⁾に含まれている。このベンチマーク問題では各種構成方程式およびメッシュ条件、初期・境界条件などが規定されていて、回答者による任意性が排除されており、解析手法や解析プログラムの検証に適して

Fig. 3(1) Faucet flow problem

いる。解析条件は、

・物性値

$$\rho_1 = 1 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

・摩擦力

$$F_{\text{inter}} = F_{\text{wall}} = 0 \text{ m/s}^2$$

・蒸発量

$$\Gamma = 0 \text{ kg/s}$$

である。境界条件は図 3(1)の中に示す。初期条件は全

Fig. 3(2) Comparison between calculation and theory for faucet flow problem

セルとも入口境界条件と同じである。この条件の下では、以下のような定常理論解が存在する。

$$\beta = \beta_0 (1+z^*)^{-1/2}$$

$$u_1 = 0, \quad u_2 = u_{20} (1+z^*)^{1/2}$$

ただし、 $\beta = 1 - \alpha$, $z^* = 2(\rho_2 - \rho_1)gz / (\rho_2 u_{20}^2)$ である。また、添字 0 は入口 ($z=0$) での値を表す。

上述した手法を用いて Faucet Flow 問題を計算した結果を図 3(2)に示す。この問題は定常問題であるので、完全陰解法の有効性を示すために時間刻み幅を 10^{-20} 秒と大きく取って計算したところ、収束判定値を相対誤差 10^{-6} とした時、与えられた初期条件から約 50 回程度の反復で収束解が得られた。

理論解と比較すると、計算値の方が流下直後のボイド率をやや高めに評価しているが、これは入口境界条件が半メッシュ上 (0.5m 上方でボイド率 0.2) で与えられているため、メッシュの粗さを考慮すればかなり良い結果であるといえる。

4.2 ダム崩壊問題

陰解法の問題の一つに時間差分精度劣化の問題があげられる。そこで、非定常問題に対して本手法を適用した場合の計算精度を調べるためにダム崩壊問題の計算を行った。これは、カラム状におかれた水の崩壊過程を計算する問題で、自由液面解析コード(8)の検証などに良く用いられているものである。ここでは、二流体モデルを用いて水と空氣の流動を同時に計算している。

計算体系は、4x4m の上部が開放された矩形容器の中に幅 1m、高さ 2m の水のカラムが置かれているものである。これを図 4(1)に示す。使用した物性値は、

Fig. 4(1) Broken dam problem

Fig. 4(2) Velocity vectors and fluid configurations for broken dam problem

・密度	水	998.6	kg/m ³
	空気	1.176	kg/m ³
・動粘性係数	水	8.573×10^{-7}	m ² /s
	空気	1.583×10^{-5}	m ² /s

である。また、メッシュ分割数は 40x40、時間刻み幅は 0.002 秒（固定）とした。

0.2秒から2.0秒までの様子を図4(2)に示す。水のプロントは約0.9秒弱で右壁に衝突し、その後跳ね返ってくる様子が計算されている。図4(3)はフロントの長さを

Fig. 4(3) Comparison of calculated results with experimental data

実験結果⁽⁹⁾と比較したもので、妥当な結果が得られている。なお、図中□印で示したデータはKoshizukaらによるもので、本解析条件と同じ条件下で得られたものであり、解析結果との一致もより良好である。従って、本手法は非定常解析にも十分適用できるといえる。

4.3 沈殿問題

最後に、時間刻み幅と数値的安定性の関係調べるために行った沈殿問題の計算結果を示す。この問題は図5(1)のように、傾斜した長方形の容器内に仕切りを隔てて上部に重い流体、下部に軽い流体が置かれている状態で、時刻0で両流体の間の仕切りが取り除いた時の流体の非定常流れを計算するもので、前述の二相流ベンチマーク問題に含まれているものである。解析条件は、

Fig. 5(1) Sedimentation problem

・密度

$$\rho_1 = \rho_{10} + 10^{-8}(P - P_0)$$

$$\rho_{10} = 0.999$$

$$\rho_2 = 1.000$$

・重力加速度

$$g = 0.5(\rho_1 + \rho_2)/(\rho_1 - \rho_2)$$

・相間摩擦力

$$F_{inter} = C_f \bar{\rho} \alpha (1 - \alpha) (u_1 - u_2)$$

などである。この問題では、付加質量項も規定されているがこの計算ではこれを省略している。また、 ρ_1 の圧力による影響も無視した。

図は省略するが、容器の傾斜角度 10° 、 $C_f = 2$ 、時間刻み幅0.01秒として計算すると、重い流体は約6秒で軽い流体と完全に上下入れ替わり、その後振動しながら約20秒前後で定常状態に到達するという結果が得られた。また、陽解法の時間刻み幅の制限値の目安となるクーラン数は、時刻によって異なるが概略0.08秒であった。

図5(2)は、同じ条件のもとで時間刻み幅だけを

Fig. 5(2) Fluid configurations for sedimentation problem with different time step size at $t = 4sec$.

Fig. 5(3) Comparison of CPU time with different time mesh size

0.001秒から1.0秒まで変えて、時刻4秒時点での流速分布と体積率分布を示したものである。図中の線は、左から順に軽い流体の体積率0.2、0.4、0.6、0.8の等値線である。速い過渡変化を大きな時間刻みで計算すれば当然計算精度は低下するが、この図から分かるように、時間刻み幅が0.1秒まではそれほど劣化しておらず、また時間刻み幅が1.0秒（クーラン条件の10倍以上）の場合でも概略の流動状況は捕えられている。いずれの場合においても数値的に極めて安定した計算が可能であった。

図5(3)は、初期から両流体が上下入替わる時刻6秒までの計算に要した計算時間の比を比較したものである。計算時間は、計算機の内部ルーチンを用いてそれぞれ2回計測し、その平均値を用いた。この図から、時間刻み幅を大きくするほど計算時間は短縮し、1.0秒の時間刻み幅で計算した場合、0.001秒で計算した場合の約1/50の計算時間ですむことが分かる。なお、時間刻み幅の増加に比べて計算時間の短縮の割合が小さい理由は、変化の大きい過渡状態での計算のため、時間刻み幅が大きくなる程内部の反復数が多くなってくるためである。時刻10秒以降では変化が緩やかになってくるため、時間刻み幅を大きく取っても反復数はあまり増加せず、計算時間の短縮はさらに顕著になるものと思われる。

5. おわりに

定常あるいは緩やかな非定常流れに対する二流体モデルを用いた多次元二相流動解析手法として、新しい

完全陰解法を提案した。この手法は単相流に広く用いられているSIMPLEST法の二相流への自然な拡張となっており、SIMPLE法を拡張したIPSA法より簡潔で圧縮性二相流への拡張も容易である。

本手法の有効性を調べるために、2次元非圧縮二相流の解析を行って、クーラン条件を越える大きな時間刻み幅でも安定かつ効率良く計算でき、また非定常問題においても陽解法と遜色のない結果が得られることを確認した。

参考文献

- (1) 平野・富山, 改良SOLA法による断熱二流体モデルの数値解法(第1報, 数値解法), 機論, B, **58**-556, (1992), 3613-3618.
- (2) 富山・他3名, 非圧縮多次元二流体モデルの数値解法(構成方程式の評価に適する解法), 機論, B, **59**-566, (1993), 3003-3008.
- (3) Harlow, F.H and Amsden, A.A, Numerical Calculation of Multiphase Fluid Flow, J. Comput. Phys., **17**, (1975), 19-52.
- (4) 標・他3名, 数値流体力学(複雑流れのモデルと数値解析), 7.4章, 朝倉書店 (1994), 155-164.
- (5) Spalding, D.B., Mathematical Methods in Nuclear Reactor Thermal Hydraulics, Proc. of NURETH, (1980), 1979-2023.
- (6) 標・他3名, 数値流体力学(複雑流れのモデルと数値解析), 7.6章, 朝倉書店 (1994), 173-184.
- (7) 平野・他5名, 基礎二相流に関するベンチマーク問題、原子力学会「熱流動数値解析」特別専門委員会「二相流WG」資料 (1986).
- (8) Hirt, C.W. and Nichols, B.D., Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, J. Comput. Phys., **39**, (1981), 201-225.
- (9) Koshizuka, S, and Oka, Y., Moving-particle Semi-implicit for Fragmentation of Incompressible Fluid, Nucl. Sci. Engng., **123**, (1996), 421-434.

付録 (21)式の境界でのボイド率離散式

(21)式中に現れる境界でのボイド率、 $\langle \alpha_k \rangle_{i+1/2j}^*$ などは全て上流差分を適用して求める。例えば、

$$\begin{aligned} \langle \alpha_k \rangle_{i+1/2j}^* &= c_{i-1} \alpha_{k,i-1j}^m + c_i \alpha_{k,ij}^{m+1} \\ &\quad + c_{i+1} \alpha_{k,i+1j}^m + c_{i+2} \alpha_{k,i+2j}^m \end{aligned}$$

とする。ここで、 c_{i-1} , c_i , ... は上流差分に現れる係数で、一次風上差分を適用した場合には、

$$\begin{aligned} u_{k,i+1/2j}^{m+1} \geq 0 \text{ の時、} \\ c_{i-1} = c_{i+1} = c_{i+2} = 0, \quad c_i = 1 \\ u_{k,i+1/2j}^{m+1} < 0 \text{ の時、} \\ c_{i-1} = c_i = c_{i+2} = 0, \quad c_{i+1} = 1 \end{aligned}$$

となる。また、QUICKを適用した場合には、

$$\begin{aligned} u_{k,i+1/2j}^{m+1} \geq 0 \text{ の時、} \\ c_{i-1} &= -\frac{\Delta x_i \cdot \Delta x_{i+1}}{4\Delta h_{i-1}(\Delta h_{i-1} + \Delta h_i)}, \\ c_i &= \frac{\Delta x_{i+1}(2\Delta x_i + \Delta x_{i-1})}{4\Delta h_{i-1} \cdot \Delta h_i}, \\ c_{i+1} &= \frac{\Delta x_i(2\Delta x_i + \Delta x_{i-1})}{4\Delta h_i(\Delta h_{i-1} + \Delta h_i)}, \quad c_{i+2} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{k,i+1/2j}^{m+1} < 0 \text{ の時、} \\ c_{i-1} &= 0, \quad c_i = \frac{\Delta x_{i+1}(2\Delta x_{i+1} + \Delta x_{i+2})}{4\Delta h_i(\Delta h_i + \Delta h_{i+1})}, \\ c_{i+1} &= \frac{\Delta x_i(2\Delta x_{i+1} + \Delta x_{i+2})}{4\Delta h_i \cdot \Delta h_{i+1}}, \\ c_{i+2} &= -\frac{\Delta x_i \cdot \Delta x_{i+1}}{4\Delta h_{i+1}(\Delta h_i + \Delta h_{i+1})} \end{aligned}$$

となる。

Mesh configuration