柔軟で薄いシートの高速気流中における挙動に関する研究*

(第2報, 低質量比領域における実験結果および予測される挙動)

山口 信行^{*1}, 関口 徹^{*2}
横田 和彦^{*3}, 辻本 良信^{*3}

Fluttering Behavior of a Flexible Thin Sheet in High-Speed Flow

(2nd Report, Test Results and Predicted Behaviors for Low Mass Ratios)

Nobuyuki YAMAGUCHI, Tooru SEKIGUCHI,
Kazuhiko YOKOTA and Yoshinobu TSUJIMOTO

Flutter behaviors of flexible thin sheets of such as papers and plastic films blown in wind, whose mass ratios are very low, tend to deviate far from those for ordinarily stiff materials. A theoretical prediction method of the flutter occurrence developed by the authors was applied to the low mass ratio region, and the results explained well the tendencies found in the experimental data. The predicted results have shown clearly the effects of both the fluid friction and the added mass effect by surrounding fluids in the region for the low mass ratios, compared with those for higher mass ratios whose behaviors are dominated mainly by elasticity and inertia force, and fluid pressure. The flutter limits and the behaviors in a region for very low mass ratios, which has not yet been observed experimentally, were predicted by the method and given in this report.

Key Words: Flow Induced Vibration, Flutter, Vortex, Numerical Analysis, Mass Ratio, Fluid Friction

1. 前書き

本研究の第1報⁽¹⁾において、紙、プラスチック・フィルム、等の薄くかつ柔軟な枚葉シートあるいは連続帯状のウェブの気流の中でのフラッター現象に関する実用的理論的予測法の基本式と解法について述べた。

本第2報では、紙等のシートにおけるフラッタ限界に関して広範囲の質量比にわたって風洞実験を行ない、その挙動や傾向を調査し、その結果をもとにして、前報の方法を用いて求めた予測結果と比較しつつ、特に低い質量比の領域のフラッタ挙動に関して調査し、予測した。

第1報の前書きにおいても述べたように⁽¹⁾この分野の研究はまだ実験的にも理論的にも比較的少ない。ここで報告する実測および予測の結果と予測方法は、現在高速化・高品質化しつつある情報機器や産業機器におけるシートやウェブの挙動の理解とハンドリングのコントロールのための基礎となると期待している。

2. 記号

c_{fo}	シート片面流体摩擦係数
E_s	シート材のヤング率(Pa)
f	シートのフラッター振動数(Hz)
f_{l0}	シートの真空中での基本振動数(Hz)
f_R	無次元振動数, (3)式
I_s	シートの単位幅当り断面二次モーメント(m^4/m)
L_s	シート全長(m)
N	シート分割個数
p	シート面圧力差(Pa)
t	時刻、時間(s)
$T(x)$	シート単位幅当り局所張力(N/m)、(5)式
t_s	シート厚み(m)
U_a	主流速度(m/s)
$W(x)$	シート局所流体仕事(サイクル平均)(W/m)、(6)式
x	シート座標(m)
y_s	シート変位(主流に垂直方向)(m)
β	シート剛性/空力力比, (2)式
ρ_a	流体密度(kg/m^3)
ρ_s	シート密度(kg/m^3)

* 原稿受付 1998年8月7日.

^{*1} 正員, 明星大学理工学部 (〒191-8506 日野市程久保2-1-1).

^{*2} (株)ワイ・デー・ケー (〒206-0811 稲城市押立1288).

^{*3} 正員, 大阪大学大学院基礎工学研究科 (〒560-8531 豊中市待兼山町1-3)

E-mail: yamagucn@mc.meisei-u.ac.jp

μ 質量比、(1)式

3. 試験装置と供試体

紙および金属の数種の素材による多数の薄いシートを供試片として風洞試験し、そのフラッタ限界風速と振動数、等を調査した⁽²⁾。試験装置の概略を図1に、その概要を表1に示す。シートの素材とそのデータを表2に示す。長さ120~350mm、幅30~90mmの供試片を用いている。厚みはダイヤルゲージにより測定、密度は重量測定値および表面積×厚みから算出、弾性係数の値は、一端固定・他端自由で水平に置かれたシートの自重による先端変位量から片持梁の式により算出した。

図1に示すように風洞吹き口(300mm×300mm正方形)に前縁を剛支持したシートを水平に取付け、送風機の可変速度電動機の回転数を調整して風速をゼロから徐々に増してゆき、シートのばたつきの振幅が急増する風速を測定し、その点をフラッタ限界風速とした。風速は風洞吹き口におけるピトー管動圧を精密圧力計により測定して算出し、ばたつきの振幅はシートの垂直変位をレーザー変位計により非接触測定し、その出力を周波数分析してフラッタ振動数を求めた。測定スポットは測定の確実さのため後縁から上流数mm~数十mmの辺りにおいた。できるだけ2次元的な振動状態を採るように努めた。

なお振動数はフラッタ発生直後の値を用いている。シートは低い風速では低い振動数で不規則に小さく振れているが、ある風速で振幅は小さいままながら明確な振動数が現れ、さらに風速がまして行くと無次元振動数が一定のままで振幅が急増し、フラッタに突入する場合が多いようである⁽²⁾。すなわちフラッタに対応するモードが現れた後さらに風速が増加して不安定になる場合が多いようである。

4. 支配パラメタ

測定結果を表示し、また現象を解釈する上で、無次元のパラメタとして次の4種を用いる。これらの導出については前報⁽¹⁾を参照されたい。

$$\text{質量比} \quad \mu = \rho_s t_s / \rho_a L_s \quad (1)$$

$$\text{剛性比} \quad \beta = E_s I_s / \{ (1/2) \rho_a U_a^2 L_s^3 \} \quad (2)$$

$$\text{無次元振動数} \quad f_R = f L_s / U_a \quad (3)$$

$$\text{表面摩擦係数} \quad c_{f0} \quad (4)$$

ここで U_a : フラッタ速度(m/s)、 f : フラッタ時振動数(Hz)、 E_s : ヤング率(Pa)、 I_s : 単位幅当たりの断面二

1 Wind Tunnel Nozzle	5 Pitot-Tube
2 Transparent Guide Channel	6 Pressure Amplifier and Indicator
3 Leading-Edge Fixing	7 Laser Gap-Sensor
4 Sheet for Test	8 Frequency Analyzer

Fig.1 The Sheet Flutter Test Setup and the Wind Tunnel

Table 1 Test Setup

WIND TUNNEL

Nozzle Caliber	300 mm×300 mm
Channel Length	500 mm
Flow Speed	0-10 m/s
Velocity Control	Fan Speed Control by an Inverter

SHEET for TEST

Length	120~350 mm
Width	30~90 mm
Position	horizontal
TEST REYNOLDS NUMBER	$< \sim 2 \times 10^5$

Table 2 Sheet Materials and Their Characteristics

Materials	Thickness t_s (mm)	Density ρ_s (kg/m ³)	Young's Modulus E_s (GPa)
PAPERS			
Ordinary Paper	0.068	943	4.77
Waxed Paper	0.026	1425	21.1
Very Thin Paper	0.038	366	1.88
METAL FOILS			
CN49	0.010	8670	211
Ni	0.010	8500	193
SUS304	0.010	8170	207

次モーメント(m^4/m)、 L_s : シート長さ(m)、 t_s : シート厚さ(m)、 ρ_s : シート密度(kg/m^3)、 ρ_a : 空気密度(kg/m^3)、である。

μ はシート質量と周囲流体質量の比で、これが小さい程シートは相対的に薄く、軽くなる。 β はシートのスティフネス $E_s I_s$ と流体力の比で、これが小さい程シートが柔らかく、フラッタ風速が相対的に高いことを示す。(フラッタ風速/シート横振動伝播速度) は β の逆数の平方根に比例している。

また低い質量比の領域では表面摩擦係数も重要な支配因子の一つになっている。

5. フラッタ限界に関する実験データ

試験結果を質量比 μ に対するフラッタ限界剛性比 β の形で図2に、質量比 μ に対するフラッタ限界無次元振動数 f_R の形で図3に示す⁽³⁾。

いずれのデータもかなりの幅でばらつきが見られる。これらのばらつきの原因として考えられるものは、供試片の素材自体が持つばらつき、換算に用いる厚さや弾性係数の値の測定の際の不確定さ、重力の影響によるシートの傾斜、材料のおよび機械的減衰能、等が影響している可能性が大きく、さらに供試片の幅の影響もあることが確認された。今の所これらの各々の影響の様子が十分理解できている訳ではなく、それぞれに対して十分な補正ができる状態ではないので、すべてのデータをそのままこれらの図に含めている。

なお質量比 μ が高い1前後以上では著者らは測定していないので、L.Huang⁽⁴⁾ のデータを図2に引用してある。また渡部、他⁽⁵⁾ の剛性比に関する広範囲の実験データも図2の上に引用してある。著者らのデータとこれらの引用データは相互に矛盾することなく、補い合って十分に広い質量比の範囲におけるフラッタ限界の挙動を明らかにしているようである。

予測されたフラッタ限界に関する結果を図2および3の上に点線で示す。この予測は本研究第1報⁽¹⁾の方法により、表3に示す数値を想定してシート分割数50で行った結果である。概して述べると、予測結果は図2において剛性比実験データのばらつきのほぼ上限の値を与え、また全体的な平均的傾向を広範囲の質量比に対して十分に予測している。また図3においても質量比に対する無次元振動数の変化の特徴的な傾向をよく予測していると言って良い。

これらの実測と予測の対応から見て、主要な因子に関しては本研究第1報で提案された手法の妥当性はほ

Fig.2 Effects of Mass Ratios on the Flutter Boundary(Relative Stiffness)

Fig.3 Effects of Mass Ratios on the Flutter Frequency(Reduced Frequency)

Table 3 Numerical Figures Used in the Flutter Prediction

SHEET		
Young's Modulus (E_s)	3	GPa
Density (ρ_s)	700	kg/m^3
Length (L_s)	1	m
Thickness (t_s)	variable	
FLOW		
Density (ρ_a)	1.2	kg/m^3
Speed (U_a)	variable	
Friction Coeff. (c_{fo})	0.05, 0.10, 0.15	
EDGE CONDITIONS		
Leading Edge	fixed	
Trailing Edge	freely blown	
SHEET DIVISIONS (N)	50	

ば立証されているとあって良いと考えられる。

6. フラッタ現象に関する観察と検討

以上の実験結果と解析結果に基づいて、フラッタ現象について3つの領域に分けてより詳細に考察する。

6. 1 高 μ 領域 質量比 $\mu > \sim 0.7$ 付近を高 μ 領域と称することにする。図2と3において μ が1以上では μ の増加とともに緩やかに変化する剛性比と無次元振動数が予測されている。図2において L. Huang⁽⁴⁾の実験データも多少低めではあるがその傾向に沿っている。この領域では弾性力と慣性力、そして圧力を基本とする振動が卓越していることを意味していると考えられる。

このことは無次元振動数よりも振動数そのもので考えると理解し易い。図4にフラッタ振動数予測値 f を真空中でのシート基本固有振動数 f_{10} で規準化したデータ(f/f_{10})を質量比 μ に対して示す。プロット点は計算点である。この図の右縦軸には真空中での高次固有振動数と基本振動数の比の値を参考のために目盛っている。この領域で0.7程度の質量比まで振動数は2次モードの真空中固有振動数比(f_{20}/f_{10})に近いことが分かる。通常この種のシートのフラッタでは1次に近いモードは起こりにくく、2次から始まりやすいことが経験的に観察されているが、この結果もそれを示している。

なお特には示さないが、図4におけるこの高 μ 領域における振動数の予測結果はHuang⁽⁴⁾による解析結果ともほぼ一致していることをつけ加えておく。

質量比が0.7に近づくと剛性比は急低下し、次の中 μ 領域に移り変わる。このあたりで予測される振動モードの変化の様子を図5に示す。この図はシート変位 y_s (左側図群)と圧力差 p (右側図群)のシートに沿う分布を1/8周期の時刻毎に1周期にわたって上から下に向かって順次示している。縦軸は各量の1周期の間の最大振幅値を用いて規準化し、微小量を拡大して示してある。これらの図から質量比の低下にともなって2次相当から3次相当のモードに変化し、次の中 μ 領域においてはモードの次数が上がっている状況が観察される。図4においてもこの変化が振動数比(f/f_{10})のステップ状の変化として見られている。

本解析手法では特別の注意を払わなくてもこのような振動モードの変化が自然に考慮される。これが本手法の特長であり、ここで取り扱っている広範囲にわたる質量比に対してすべて同じ分割数50で計算しているが、以下に述べるように全範囲でほぼ妥当と考えられる結果を与えている。

なおこの領域では摩擦係数の影響は計算上ほとんど見られず、次の中 μ 領域において見られ始める。

6. 2 中 μ 領域 $\sim 0.05 < \mu < \sim 0.7$ の範囲を中 μ 領域と呼ぶことにする。この範囲では図2と3に示されるように、実測データは全体として非常にばらつきの幅が大きい、傾向としては質量比の低下とともに実測剛性比は低下し、実測無次元振動数は増加し始めることが観察される。この範囲では実測剛性比は予測より低めに発生するものが多いことが観察される。原因は今の所特定できていない。

この範囲で予測される挙動は、想定されるシート表面摩擦係数 c_{f0} の値によりずれてくることが c_{f0} 値それぞれ0.05, 0.10, 0.15の3本の点線カーブで示されている。表面摩擦による局所張力(軸力) $T(x)$ は次式に示すように、シート後縁($x=L_s$)でゼロ、前縁($x=0$)で最大値、その間で直線的に変化するとして、これを片面当たりの表面摩擦係数 c_{f0} の値で与えている。

$$T(x) = 2c_{f0}(1/2) \rho_a U a^2 (L_s - x) \quad (5)$$

これら3本のカーブからは、 c_{f0} の増加とともにフラッタ限界剛性比は低くなり、無次元振動数は高くなる傾向が予測されている。これは張力が増加することによりフラッタ速度と振動数が高まることを意味している。

図4に示す予測によると、質量比が0.7から0.3の間では振動数としては真空中での3次固有振動数の近くにとどまるが、質量比0.3辺りでいったん低下し、質量比がさらに下がると急増し、さらに高次モード相当の振動数に移り変わって行く。

さらに、0.2以下の質量比で観察される実測無次元振動数の増加の様子(図3)および実測剛性比の低下の様子(図2)は、 c_{f0} 一定とした場合の予想傾向よりも急峻のようであり、この領域では質量比の低下とともに表面摩擦係数が増加していっていると推測される。

Fig.4 Predicted Flutter Frequency vs. Mass Ratio Normalized by the First Mode Eigen-Frequency in Vacuum

Fig.5 Predicted Flutter Modes of the Sheet Oscillation and Pressure Differences along the Sheet for Three Mass Ratios Covering the High- to Medium- μ Regions

Fig.6 Predicted Modes of the Sheet Oscillation and Pressure Difference Affected by Mass Ratios and Fluid Frictions for Medium- to Low Mass Ratio Region

すなわち質量比の低下とともに振動モードの相当次数が高くなってシート変位の山谷の数が増え、これにより抗力係数が増加しているのではないかと想像される。

一般的にもこのような抗力係数の増加の現象^(6, 7)が旗や布の実験で報告されている。シート振幅の増大や流れの剥離、渦の発生等がこの抗力増加をもたらしていると考えられる。

これに対し、高 μ 領域では c_{fo} の変化の影響は計算上小さい。流力的には圧力が励振の主要因子であるためと考えられる。

なおここで用いた c_{fo} 値としては、0.05でも通常の流力的に滑らかな平板の場合の10倍程度大きい。これについては表面摩擦だけでなく、上に述べた抗力係数の増大要因を考慮して現実的に想定したものである。

7. 低 μ 領域に対する予想

$\mu < \sim 0.05$ の範囲では実験データはまだ少なく、傾向もはっきりとはしていない。この領域を低 μ 領域と呼ぶことにし、解析結果からその傾向を予想する。

中 μ 領域から低 μ 領域にかけては質量比の低下とともに剛性比と無次元周波数は急変した。図2と3の予測線に示されるように、ほぼ $\mu \sim 0.06$ 前後でその激しい変化がおきまり、その後、表面摩擦係数 c_{fo} に依存するほぼ一定の剛性比および無次元振動数に徐々に近づくと予想されている。図6に2種の摩擦係数 c_{fo} の値に対してこの変化の様子を予測振動モードで示す。これらの図は図5と同じ表記法で示されている。

図6においてシート変位に注目するとこれらのモードは質量比の変化に対してそれ程大きく変化しているようには見えないが、圧力分布を見ると質量比の低下とともに振動の次数は高くなって行くことが理解される。圧力分布と変位分布では山谷の数が一見異なっているように見えるが、シート面上に小波状の小さな変位が現れて圧力分布に対応している。

また摩擦係数が大きくなると、シート変位は張力の大きい前縁側では抑えられ、主として後縁側でぱたつく形態に移行する。

以上の各図に示されたように、 $\mu \sim 0.03$ 以下では剛性比 β も無次元振動数 f_R も質量比 μ によらずにほぼ一定値に近づいている。この低 μ 領域で到達すると予測されるほぼ同一の限界剛性比とやはりほぼ同一の無次元振動数の値は、シート表面摩擦係数 c_{fo} によりほぼ定まっているようである。 $\mu = 0.00583$ に対する剛性比 β と無次元振動数 f_R が摩擦係数により変化する傾向を図7に予測して示す。図7(a)に示されるように、摩擦係数 c_{fo} の増加とともに剛性比 β は低下し、 $c_{fo} = 0.15$

で最低値に達し、それ以上の変化は少ない。無次元振動数 f_R については、図7(b)に示されるように、 c_{fo} の増加とともに増加するが、 $c_{fo} = 0.15$ で最大値に達し、その後急低下してほぼ0.4~0.5前後に保たれることが予測される。この変化の様子を振動モードで図8に示す。図8の表示法は図5の場合と同じである。表面摩擦係数 c_{fo} が増すにつれシートのぱたつく部分が後方に移ってゆく様子が見られる。 c_{fo} が0.15を越すと、状況が急変し、一見低い次数の変位のモードが現れている。

8. 低 μ シートの挙動に関する考察

以上の実験結果と解析結果の対比と検討から、前節で中~小 μ 領域に対して指摘された現象について次の理由が推測される。

質量比が小さくなると($\mu < \sim 0.2$)曲げ剛性に比し摩擦力の影響が相対的に大きくなり、かつ振動モードが高次相当に高まり、その影響で摩擦係数 c_{fo} の増加が加わる。このため剛性比 β が予想以上に低下し、無次元振動数 f_R が急増する。

質量比 μ がさらに小さくなる($\mu < \sim 0.05$)とシート質量に対する周囲流体の付加質量の割合が増大し、実質的慣性力が増大する。図4において質量比の低下に対していったんは増加した振動数とその後の緩やかな低下を示す現象にこれが現れていると考えられる。例えば板の上下振動の場合、 $\mu = 0.1$ の場合にはシート

Fig.7 Predicted Effects of Fluid Frictions on the Flutter Limit Relative Stiffness (a) and on the Reduced Frequencies (b) for Mass Ratio of 0.00583

Fig.8 Predicted Modes of the Sheet Oscillation and Pressure Difference for a Very Small Mass Ratio of 0.00583 for Changing Surface Friction Coefficients

質量に付加流体質量を含めた実質質量は9倍程度、 $\mu = 0.05$ の場合には17倍程度となる⁽⁵⁾。このためこの系はシートの振動というよりもほとんど流体塊の振動と見なすことができ、流体力と実質慣性質量の比はほぼ一定になり、摩擦係数 c_{fo} のみに依存する一見低次のモードが発生することになると考えられる。この領域では曲げ剛性の影響は相対的に小さくなっているので、張力支配振動領域と表現しても良いのではないかと考えられる。

9. 流体仕事の分布

図5、6および8において示されたシート上の変位と圧力差の時刻的分布を調べると、シート変位は下流に向かって進行する波であり、その位相速度は1周期の間にはばシート長さの距離である。しかし質量比が小さく、かつ摩擦係数が大きくなるとこの位相速度は小さくなるのが見られる。一方、圧力について見ると逆に上流に向かって進行する波であり、その位相速度は1周期でシート全長の(1～数分の1)の程度の距離である。モードの相当次数が高いほど速度は低くなっている。変位と圧力の位相速度は異なっている場合が多い。

これらの各状態に対応する局所流体仕事の1サイクル当りの平均値 $W(x)$ の分布を図9および10に示す。

$$W(x) = f \oint p(dy_s/dt)dt \quad (6)$$

$W(x) > 0$ で流体からシートに励振エネルギーが流入し、 $W(x) < 0$ ではその逆である。この仕事はシートの垂直変位と圧力の積のサイクル平均をとっており、仕事がこのみであれば本来この図の面積総和はゼロになるは

Fig.9 Predicted Distributions of Fluid Work Input into the Sheet for the Region of High- to Low Mass Ratios

Fig.10 Predicted Distributions of Fluid Work Input into the Sheet for a Very Small Mass Ratio of 0.00583 Affected by Surface Friction Forces

ずである。しかし張力の仕事も実際には加わるために多少の偏差が出ると考えられる。

図9は高一中 μ 領域に対する図5および6に対応しており、これらに示されるように、高い質量比では流体仕事分布の山谷の数は少ないが、低い質量比に向かって、振動モードの相当次数に対応して山谷数が増えて行く。

図10に、図8に対応する非常に低い質量比0.00583一定で表面摩擦係数が変化する場合の流体仕事の分布を示してある。 c_{fo} が0.150以下で増加してゆくと仕事の出入りの大きい範囲はシート後縁に向かって圧縮されてゆく。 c_{fo} が0.150から0.175に増えた場合にシート全長に渡って流体仕事が入り易くなっていることが観察される。このパターンの変化が無次元振動数の急変と関連しているのではないかと考えられる。

10. 結語

薄くて柔軟なシートのフラッター限界に関する実験データをまとめ、本研究第1報にて提案した予測手法の妥当性を示した。さらにそれを使って広範囲の質量比に対する計算を行い、観察される現象に関する説明と補足を行うとともに、ごく低い質量比において現れると予想される興味深い現象を予想した。

各質量比領域での挙動の特徴をまとめると次のようになる。

- (1) 高質量比領域 ($\mu > 0.7$) での振動状況は真空中弾性振動の2次固有モードとその振動数に近く、進行波がそれに重なっている。無次元振動数は0.5前後で、 μ の低下とともにフラッター限界 β は低下する。摩擦係数の影響はほとんど見られない。
- (2) 中質量比領域 ($0.7 > \mu > 0.05$) では振動形態は

真空中のモードと振動数からのずれが大きくなっている。シートの変位形態は巨視的には3次以上せいぜい数次までのモードのように見えるが、圧力分布は明らかにより高次の振動であることを示している。摩擦張力の影響が顕著になり、質量比の低下とともに無次元振動数は急増し、低質量比領域のそれに移行する。実測データからは質量比の低下とともに、対応する摩擦係数値が大きくなっていくことが推察される。

- (3) 低質量比領域 ($\mu < 0.05$) では β と f_R の両者とも質量比の影響は小さく、摩擦係数にほとんど依存する挙動となる。摩擦張力と流体付加質量の影響が非常に大きくなっていると考えられる。

なお本研究に対して平成8-9年度科学研究費補助金((C)(2))課題番号08650225を受けたことを付記する。

11. 引用文献

- (1) 山口信行、他2名、機論(B), Vol.65, No.632, (1999), p.1224-1231
- (2) 山口信行、他2名、機講論、No.98-1, (1998.3), p.III-117-118
- (3) 山口信行、他2名、機講論、講演番号228, No.98-15, (1998.8), p.
- (4) Huang, L., Journal of Fluids and Structures, No.9, (1995), p.127-147
- (5) 渡部洋八郎、他2名、機講論、No.95-10, (1995.9), p.145-146
- (6) Hoerner, S.F., Fluid-Dynamic Drag, Hoerner Fluid Dynamics, (1965), p.3-25
- (7) 種子田定俊、第21回日本物理学会年会講演予稿集、(1966), p.91