セレーテッドフィンのフィン効率*
(第2報, 理論フィン効率の近似式)橋 詰 健 一^{*1}, 森 川 亮^{*2}
松 江 孝 博^{*1}, 小 山 哲 也^{*3}Fin Efficiency of Serrated Fins
(2nd Report, Approximation Equation for Theoretical Fin Efficiency)Kenichi HASHIZUME, Ryo MORIKAWA,
Takahiro MATSUE and Tetsuya KOYAMA

An analytical solution for the theoretical fin efficiency of serrated fins was derived in the 1st report. This solution was given as a function of the modified Bessel functions, therefore, a computer having any solver for the modified Bessel functions is needed to calculate the fin efficiency. In this report, an approximation equation is presented for the theoretical fin efficiency, which enables the calculation with a pocket calculator. The deviation of the calculated result from the analytical solution is within $\pm 1.5\%$ for the industrially practical ranges.

Key Words: Heat Conduction, Heat Exchanger, Heat Transfer Enhancement, Fin Efficiency

1. 緒 言

ハイフィンのフィン先端部に切込みを入れたセレーテッドフィンは延性の低い材料でも通常のプレインフィンでは困難なフィン高さの高いフィンを容易に形成できる特徴に加えて, 切込み部(セグメント部)がガスの流れを乱すことによる伝熱促進効果があることから, 高温ガス用を中心にその利用が拡大してきている。高温ガス用でフィン材として選定される鉄系の材料では熱伝導率が低いので空冷熱交換器に比べてフィン効率が低い領域が使用されることになり, 熱交換器の設計においてフィン効率の見積もりが非常に重要になる。しかしながらセレーテッドフィンのフィン効率に関する従来の研究が見当たらなかったため著者らは先にセレーテッドフィンを単純化した解析モデルを用いて解析を行い, 理論フィン効率の解析解を導いて報告⁽¹⁾した。この解析解は Bessel 関数の関数として与えられているのでフィン効率を計算するには Bessel

関数のサブルーチンを内蔵した計算機を必要とする不便さがあった。そこで本報では関数電卓で簡単にフィン効率を求めることができる近似式を作成した。

記 号

d_f : フィン外径 $= 2r_2$
 d_0 : フィン根元直径 $= 2r_0$
 h : フィン高さ $= r_2 - r_0$
 h_s : セグメント高さ $= r_2 - r_1$
 $I_n(z)$: 第1種変形 Bessel 関数
 $K_n(z)$: 第2種変形 Bessel 関数
 m : 特性数 $= \sqrt{2\alpha_0/(\lambda_f l)}$
 r_0 : フィン根元半径
 r_1 : セグメント部根元半径
 r_2 : フィン外半径
 l : フィン厚さ
 α_0 : フィン側全表面積基準の平均熱伝達率
 λ_f : フィン材の熱伝導率
 ϕ_l : 直線フィンの理論フィン効率 [式(5)]
 $\phi_{p, \text{Sch}}$: Schmidt の近似によるプレインフィンの理論フィン効率
 $\phi_{p, \text{th}}$: 解析解によるプレインフィンの理論フィン効率

* 原稿受付 1998年11月18日。

^{*1} 正員, 広島工業大学工学部 (〒731-5193 広島市佐伯区三宅 2-1-1)。^{*2} 学生員, 広島工業大学大学院。^{*3} 広島工業大学工学部。

E-mail: hashizme@cae1.me.it hiroshima.ac.jp

$\phi_{s,a}$: 近似式によるセレーテッドフィンの理論フィン効率 [式(9)]

$\phi_{s,th}$: 解析解によるセレーテッドフィンの理論フィン効率 [式(1)]

2. 理論フィン効率の解析解と計算結果

第1報⁽¹⁾ではセレーテッドフィンを図1のようにモデル化し、フィン表面で熱伝達率は一様、フィン先端面とセグメント部側面では断熱、という二つの仮定のもとに解析を行い、セレーテッドフィンの理論フィン効率の解析解として下記式(1)を導いた。実際のフィンではこれら二つの仮定は成り立たないので、解析を容易にするために設けたこれらの仮定に基づく解析解をここでは理論フィン効率と呼ぶことにする。

$$\phi_{s,th} = Y/Z$$

$$Y = \{I_0(mr_1)K_1(mr_0) + I_1(mr_0)K_0(mr_1)\} \times \sinh(m[r_1 - r_2]) - \{I_1(mr_1)K_1(mr_0) - I_1(mr_0)K_1(mr_1)\} \times \cosh(m[r_1 - r_2])$$

$$Z = \{m/(2r_0)\} \times \{r_0^2 + r_1^2 - 2r_1r_2\} \times \{[I_0(mr_0)K_0(mr_1) - I_0(mr_1)K_0(mr_0)] \times \sinh(m[r_1 - r_2]) + [I_0(mr_0)K_1(mr_1) + I_1(mr_1)K_0(mr_0)] \times \cosh(m[r_1 - r_2])\}$$

..... (1)

ここで、

$$\left. \begin{aligned} d_f/d_0 &= \xi \quad (\text{フィン外径比}) \\ h_s/h &= \xi \quad (\text{セグメント高さ比}) \\ mh &= H \quad (\text{無次元特性数}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

とおいて式(1)中の諸値を無次元化すれば

$$\left. \begin{aligned} mr_0 &= [1/(\xi - 1)]H \\ mr_1 &= [(\xi - \xi\xi + \xi)/(\xi - 1)]H \\ m(r_1 - r_2) &= -\xi H \\ (m/r_0)\{r_0^2 + r_1^2 - 2r_1r_2\} &= [1 - (\xi - \xi\xi + \xi)(\xi + \xi\xi - \xi)]/(\xi - 1)H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

となる。これらより、フィン外径比 ξ 、セグメント高さ比 ξ 、ならびに無次元特性数 H の三つの無次元値が与えられればフィン効率は式(1)により計算できる。図2は計算結果を示したものである。図2の横軸はセグメント高さ比(h_s/h)であり、縦軸は

$$\eta = (\phi_i - \phi_{s,th})/(\phi_i - \phi_{p,th}) \dots\dots\dots (4)$$

の値をとっている。式(4)における ϕ_i は直線フィンの理論フィン効率

$$\phi_i = \tanh(mh)/(mh) \dots\dots\dots (5)$$

であり、 $\phi_{p,th}$ はGardner⁽²⁾によって解析的に導かれたプレーンフィン(切込みがない通常のハイフィン)の理論フィン効率である。図2において、セグメント高さ h_s がフィン高さ h と等しいとき($h_s/h=1$)にはセレーテッドフィンの理論フィン効率 $\phi_{s,th}$ は直線フィ

Fig. 1 Serrated fin and analytical model

Fig. 2 Theoretical fin efficiency of serrated fin

ンの理論フィン効率 ϕ_l に一致 ($\eta=0$) し, h_s が零のとき ($h_s/h=0$), すなわち, 切込みがない場合にはブレインフィンの理論フィン効率 $\phi_{p,th}$ に一致 ($\eta=1$) することを示している。

3. 近似式の作成

図2の曲線群は余弦関数の $0 \sim \pi/2$ の値に近い形をしているので, 式(6)

$$\eta = \{\cos[(\pi/2)(h_s/h)]\}^n \quad \text{..... (6)}$$

のようにおいてみたところよい近似が得られることがわかった。指数 n は無次元特性数 $H(=mh)$ とフィン外径比 $\xi(=d_f/d_0)$ により異なるので, 式(6)による計算値が図2の曲線群に最も近くなる n の値を最小二乗法により求めてみた。その結果, それぞれのパラメータに対する依存性がほぼ同じであったので H と ξ の積を一つのパラメータとして n の値をプロットしてみたのが図3であり, 次式で近似できた。

$$n = 1.6 - 0.094[(mh)(d_f/d_0)] \quad \text{..... (7)}$$

これらよりセレーテッドフィンの理論フィン効率を計算するには Bessel 関数の計算を必要とするブレインフィンの理論フィン効率 $\phi_{p,th}$ を先に求めなければならない。このフィン効率 $\phi_{p,th}$ に対して Schmidt⁽³⁾ はフィン高さ h の代わりに等価フィン高さ h_e

$$h_e = h[1 + 0.35 \ln(d_f/d_0)] \quad \text{..... (8)}$$

を用いれば直線フィンの理論フィン効率の式(5)によ

り近似的に算出できることを示した。そこでこの方法による計算値 $\phi_{p,Sch}$ と解析解による計算値 $\phi_{p,th}$ とを比較してみた。その結果, 図4に示すように, Schmidt の近似によるブレインフィンの理論フィン効率は実用的な範囲である ($d_f/d_0 \leq 3.0$, $mh \leq 2.0$) において Gardner による解析解 $\phi_{p,th}$ と $\phi_{p,Sch}$ との差は $\pm 1.5\%$ 以内であることがわかった。以上の結果を用いれば, セレーテッドフィンの理論フィン効率の近似値 $\phi_{s,a}$ は Bessel 関数を計算することなく次式により簡単に求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{s,a} &= \phi_l - \eta(\phi_l - \phi_{p,Sch}) \\ \eta &= \{\cos[(\pi/2)(h_s/h)]\}^n \\ n &= 1.6 - 0.094[(mh)(d_f/d_0)] \end{aligned} \right\} \quad \text{..... (9)}$$

ここで ϕ_l は式(5)による直線フィンの理論フィン効率である。また, $\phi_{p,Sch}$ は式(8)と式(5)より算出する。図5は式(9)により求めたセレーテッドフィンの理論フィン効率の近似値 $\phi_{s,a}$ と解析解である式(1)より求めた理論フィン効率 $\phi_{s,th}$ の比較であり, 両者の差は $\pm 1.5\%$ 以内に収まっていることがわかる。

なお, 式(9)による近似の精度に影響を及ぼすおもな因子は式(8)である。図4からわかるようにブレインフィンに対する Schmidt の近似は (d_f/d_0) と特性数 mh がともに大きくなると精度が悪化する。

また, 図5においてセグメント高さ比 (h_s/h) が1に

Fig. 3 Exponent n for Eq. (6)

Fig. 4 Fin efficiency of plain fin

Fig. 5 Deviation of approximation equation from analytical solution

Fig. 6 Comparison of fin efficiencies

近くなるほど精度が向上しているのはフィン形状が直線フィンに近付いてゆくからであり、 h_s/h が零のときにはプレーンフィンに対する Schmidt の近似式の精度と一致する。図3の計算結果(中抜き記号)は式(7)の代わりに二次式で近似すればさらに精度は向上するが、最終的な式(9)の形で比較すると大差は現れない

のでここでは簡単な表示として式(7)を採用した。図6は高温ガス用に用いられるセレーテッドフィンの一例として $d_f/d_0=1.8$, $h_s/h=2/3$ についての計算結果を示したもので、セレーテッドフィンと直線フィンおよびプレーンフィンそれぞれの理論フィン効率の関係、および解析解と近似式の関係が把握できる。

4. 結 言

セレーテッドフィンの理論フィン効率を関数電卓のみで簡単に計算ができる近似式として式(9)を作成した。この近似式による計算値は実用的な範囲内 [$(d_f/d_0) \leq 3.0$, $mh \leq 2.0$] では第1報⁽¹⁾で導いた解析解と $\pm 1.5\%$ 以内の精度で一致する。なお、ここで扱ったフィン効率は単純化した解析モデルに基づく理論フィン効率であり、実際のフィン効率を求めるには第1報⁽¹⁾で述べた補正を必要とする。

文 献

- (1) 橋詰健一・ほか2名, 機論, **63**-616, B(1997), 4029-4035.
- (2) Gardner, K. A., Efficiency of Extended Surface, *Trans. ASME*, (1945), 621-631.
- (3) Schmidt, Th. E., Verbesserte Methoden zur Bestimmung des Waermeaustausches an berippten Flaechen, *Kaeltetechn.-Klimatis.*, **18**-4(1966), 135-138.