非圧縮性乱流数値解析に適した一般座標系差分スキーム* (第2報, 一般座標系差分スキームの検証)

小垣 哲也^{*1}, 小林 敏雄^{*2}, 谷口 伸行^{*3}

Proper Finite Difference Schemes for Simulations of Incompressible Turbulent Flow in Generalized Curvilinear Coordinates (2nd Report, Validation of finite difference schemes in Generalized Curvilinear Coordinates)

Tetsuya KOGAKI, Toshio KOBAYASHI and Nobuyuki TANIGUCHI

In this second report, the conservation properties of finite difference schemes in generalized curvilinear coordinate system constructed in the first report are examined by numerical tests of two-dimensional inviscid flow with periodic domains. It is confirmed that the modified finite difference scheme in a colocated grid layout conserves the mass and kinetic energy properly even in nonorthogonal nonuniform computational grid. The conservation properties of the finite difference scheme in a staggered grid layout are also proper only when computational grids are orthogonal. In addition, direct numerical simulations of a plane channel flow with fairly coarse mesh at $Re_\tau=180$ are conducted using the finite difference schemes in generalized curvilinear coordinate system. It is found that the mesh dependency such as nonorthogonality and nonuniformity on results is reduced by the modified finite difference schemes in the colocated grid layout.

Key Words: Numerical Analysis, Turbulent Flow, Computational Fluid Dynamics, Finite Difference Method, Incompressible Flow, Conservation Property, Staggered Grid Layout, Colocated Grid Layout, Large Eddy Simulation, Direct Numerical Simulation, Plane Channel Flow

1. 緒 言

非定常な乱流挙動をとらえる高精度な非圧縮性乱流数値解析手法としてはDNS(Direct Numerical Simulation), LES(Large Eddy Simulation)が知られている。しかし, DNSやLESは, RANS(Reynolds Averaged Navier-Stokes equation)モデルに基づく乱流計算法と比較すると, モデリングの効果が小さい(あるいはまったくない)ため, 一般的に, 計算手法の精度に対する依存性が強く, 高精度な計算手法を必要とする。DNSやLESにおいては, 数値誤差や不適切な離散化により生じる運動エネルギーの見せかけの人工的散逸が, 分子粘性やSGSモデルにより負荷される乱流渦粘性による散逸と比較して十分無視しうる程度でなければならない。本研究は, 複雑な形状をした非圧縮性乱流場のDNS, LESのための高

精度で信頼性の高い有限差分法の離散化手法を構成することを目的とする。

まず, 第1報⁽¹⁾において, 座標変換した基礎方程式系の解析的保存特性が, 座標変換前の基礎方程式系の解析的保存特性⁽²⁾とまったく同じになることを示し, 等間隔正規直交座標系における適切な差分スキーム⁽²⁾⁽³⁾を拡張して, スタガードおよびコロケート格子系における一般座標系差分スキームを構成した。しかし, その拡張の際に近似が導入されたため, 構成された差分スキームの保存特性に関する厳密性が失われている。

本報では, 森西⁽²⁾に従い, 運動量と運動エネルギーの総量が時間的に保存されるべき二次元周期的非粘性流の数値実験を行い, 本研究で構成した一般座標系差分スキームの保存特性を検証する。また, 実際の非圧縮性乱流場への適用例として, 平行平板間内流れのDNSを行い, 本研究で構成した一般座標系差分スキームの有効性を検証する。

2. 一般座標系差分スキームの 保存特性の検証

第1報において, 等間隔正規直交座標系において運動量, 速度二乗量および運動エネルギーの保存特性が適切な差分スキーム⁽²⁾⁽³⁾を一般座標系に拡張して,

* 原稿受付 1998年7月21日。

^{*1} 正員, 東京大学大学院 (〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1) [現: 工業技術院機械技術研究所, 〒305-8564 つくば市並木1-2]。

^{*2} 正員, 東京大学国際・産学共同研究センター (〒106-8558 東京都港区六本木7-22-1)。

^{*3} 正員, 東京大学生産技術研究所 (〒106-8558 東京都港区六本木7-22-1)。

E-mail: kogaki.mel.go.jp

Maliska のスタガード格子系⁽⁴⁾ および修正コロケート格子系における一般座標系差分スキームが構成された。しかし、一般座標系に拡張の際、圧力項差分スキームの保存形式と非保存形式が離散的にも等しいと仮定したことや、明示されない補間を導入したことなどから、差分スキームの保存特性に関する厳密性が失われた。ここでは、森西⁽²⁾に従い、運動量と運動エネルギーの総量が時間的に保存されるべき二次元周期的非粘性流の数値実験を行い、第1報で構成された一般座標系差分スキームの保存特性に対する近似の影響および計算格子の不等間隔・非直交性に対する依存性を調査する。

2・1 検証方法概要 二次元($i=1\sim 2$)周期的非粘性流の基礎方程式は、次式で表される。

$$(\text{Cont.})=0 \cdots \cdots \cdots (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u_i}{J} \right) + (\text{Conv.})_i + (\text{Pres.})_i = 0 \cdots \cdots (2)$$

ここで、(Cont.)は連続の式であり、一般座標系の場合、第1報中の式(15)で表される。(Pres.)_iおよび(Conv.)_iは、それぞれ圧力項および対流項であり、一般座標系の場合、第1報中の式(17)および式(20)～(22)で表される。これら、連続の式および運動量方程式中の各項は、Maliska のスタガード格子系、コロケート格子系および修正コロケート格子系における一般座標系差分スキーム⁽¹⁾によりそれぞれ離散化される。時間進行による誤差の影響をなるべく小さくするため、時間進行法として三次精度 Runge-Kutta 法⁽⁵⁾を用い、クーラン数 $CFL(=C_x \Delta t / \Delta x_{\min})$ は、ことわりのない場合、十分小さい $CFL=0.01$ としている。計算は、無次元時間 $t=10$ まで行われる。圧力方程式は、van der Vorst の Bi-CGStab 法⁽⁶⁾を用いて解き、残差ベクトルの大きさが 10^{-10} になるまで収束させる。このときの連続の式の残差は 10^{-12} 程度である。

計算領域および格子点数は、それぞれ $2\pi \times 2\pi$, 16×16 である。計算格子の不等間隔および非直交性が保存特性に与える影響を調べるため、直交等間隔格子(C0S0, C: Clustering, S: Skew)に加え、 x, y 方向

Fig.1 Nonorthogonal uniform grids used for validation tests of conservation properties of finite difference schemes in generalized coordinate system

に次式で与えられる格子点分布関数を用いた直交不等間隔格子(CnS0, $n=1\sim 3$)および図1に示される等間隔非直交格子(C0Sn, $n=1\sim 3$)を用意した。

$$x_i^* = \pi \cdot \left[1 - \frac{\tanh \beta(1-2\xi_i^*)}{\tanh \beta} \right] \cdots \cdots (3)$$

ここで、式(3)中の x_i^*, ξ_i^* は、それぞれ、 $x_i/2\pi, \xi_i/N$ であり、 N は各方向の格子点数である。また、 β は格子点分布を制御するパラメータであり、 $n=1\sim 3$ においてそれぞれ、 $\beta=1.1, 1.7, 2.5$ とした。格子点分布を図2に示す。不等間隔、非直交性の度合いは、 n が増加するほど強くなる。境界条件は、全方向に周期境界条件が課される。

初期値の作成は、格子点上で定義される流れ関数を一様乱数で与え、格子点上で連続の式を満たす速度場を得た後、その速度場から各計算格子と各格子系における速度が双一次補間により計算される。さらに、速度場は、運動量の総和を零とするため、

$$\sum_{\xi} \sum_{\eta} [u_1/J] = \sum_{\xi} \sum_{\eta} [u_2/J] = 0$$

となるように正規化された後、流れ場の運動エネルギーの総和が

$$\sum_{\xi} \sum_{\eta} [K/J] = 1$$

となるように正規化される。このように求められた速度場は、補間の誤差によって厳密には連続の式を満たさないで、適当なタイムステップ数だけ計算を進行させて(通常、数ステップ)、連続の式および運動量方程式を十分満たす速度、圧力場を得た後、再度、運動量の総和が零に、運動エネルギーの総和が1になるように正規化して、計算の初期値とした。したがって、計算格子および格子系の違いにより初期値が異なるが、保存特性を検証するには特に問題ないと考えられる。

2・2 検証結果 Maliska のスタガード格子系に

Fig.2 Profiles of point distribution functions using hyperbolic tangent function

においては、各直交速度成分のコントロールボリュームが、計算領域全体を2回覆い、2セットの速度場解が存在することになる。したがって、計算領域全体の運動量および運動エネルギーの総和の概念にあいまいさがあるので、それぞれ以下のように定義して、議論を行う。

$$M_1 = \sum_{\xi} \sum_{\eta} \left[\left(\frac{u_1}{J} \right)_{C.S.1} + \left(\frac{u_2}{J} \right)_{C.S.2} \right] \dots\dots\dots (4)$$

$$M_2 = \sum_{\xi} \sum_{\eta} \left[\left(\frac{u_1}{J} \right)_{C.S.2} + \left(\frac{u_2}{J} \right)_{C.S.1} \right] \dots\dots\dots (5)$$

$$K_1 = \sum_{\xi} \sum_{\eta} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{u_1^2}{J} \right)_{C.S.1} + \frac{1}{2} \left(\frac{u_2^2}{J} \right)_{C.S.2} \right] \dots\dots\dots (6)$$

$$K_2 = \sum_{\xi} \sum_{\eta} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{u_1^2}{J} \right)_{C.S.2} + \frac{1}{2} \left(\frac{u_2^2}{J} \right)_{C.S.1} \right] \dots\dots\dots (7)$$

下付き添字 C.S.1 および C.S.2 は、直交速度成分が定義されるセル界面を表している(第1報⁽¹⁾, 図3参照), 本来のスタガード格子系の場合とは異なり, Maliska のスタガード格子系ではすべての直交速度成分が同一点に定義されているので, 運動エネルギーの総和を

$$K = \frac{1}{2} \sum_{\xi} \sum_{\eta} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{u_1^2}{J} \right)_{C.S.1} + \frac{1}{2} \left(\frac{u_2^2}{J} \right)_{C.S.1} \right] + \frac{1}{2} \sum_{\xi} \sum_{\eta} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{u_1^2}{J} \right)_{C.S.2} + \frac{1}{2} \left(\frac{u_2^2}{J} \right)_{C.S.2} \right] \dots\dots\dots (8)$$

のように定義することも考えられるが, これは結局, $K = (K_1 + K_2)/2$ で表される。

Maliska のスタガード格子系における二次精度一般座標系差分スキームによる運動エネルギーの総量の誤差に対する格子の不等間隔および非直交性の影響を図3, 4に示す。計算格子が直交である場合(CnS0, $n=0 \sim 3$, 図3), セル界面に直交する速度成分から構成された運動エネルギーの総和 K_1 は, 格子の不等間隔の度合いが極端に大きい C3S0 の場合を除いて, その誤差が $O(10^{-6})$ と非常に小さいので, 実際の計算上ほぼ満足できる精度で運動エネルギーが保存されている。一方, セル界面に接する速度成分から構成された運動エネルギーの総和 K_2 は, その誤差が時間の経過とともに増加している。これは, セル界面に接する速度成分の離散化式において, 明示されない補間により

(a) The error of total kinetic energy, K_1

(a) The error of total kinetic energy, K_1

(b) The error of total kinetic energy, K_2

Fig. 3 The error of total kinetic energy by the second-order accurate finite difference scheme in Maliska's staggered grid layout in case of nonuniform orthogonal grids

(b) The error of total kinetic energy, K_2

Fig. 4 The error of total kinetic energy by the second-order accurate finite difference scheme in Maliska's staggered grid layout in case of uniform nonorthogonal grids

計算される項の寄与が大きくなり、離散的な運動エネルギーの保存特性が破られるためである。計算格子が、非直交である場合 ($C0Sn$, $n=0\sim3$, 図4) は, K_2 の保存特性の誤差が K_1 の保存特性にも悪影響を及ぼし、全体的に運動エネルギーが増加している。したがって、非直交格子の場合、スタガード格子系では運動エネルギーが適切には保存されない。

次に、一般座標系における二次精度のコロケート格子系および修正コロケート格子系差分スキームによる運動エネルギー総量の誤差の時間変化を図5, 6に示す。図5, 6の縦軸のスケールに注意すると、運動エネルギーの保存特性の誤差は、コロケート格子系差分スキームの場合 10^0 オーダーであるのに対し、修正コロケート格子系差分スキームでは、 10^{-5} オーダーとなり大きく改善されている。また、修正コロケート格子系差分スキームの場合、等間隔直交格子 ($C0S0$) に限らず、直交不等間隔格子 [$CnS0$, $n=0\sim3$, 図6(a)], 等間隔非直交格子 [$C0Sn$, $n=0\sim3$, 図6(b)] においても、運動エネルギーの保存特性の誤差は、等間隔直交格子とほぼ同程度で許容範囲内である。

(a) For orthogonal computational grid

(b) For uniform computational grid

Fig. 5 The error of total kinetic energy by the second-order accurate finite difference scheme in collocated grid layout

図7に、Maliskaのスタガード格子系における二次精度一般座標系差分スキームの場合における、運動エネルギー総量の誤差の時間平均絶対値のクーラン数に対する変化を示す。 K_1 の保存特性の誤差は、計算格子が直交している場合 ($C0S0$ および $C2S0$)、時間進

(a) For orthogonal computational grid

(b) For uniform computational grid

Fig. 6 The error of total kinetic energy by the second-order accurate modified finite difference scheme in collocated grid layout

Fig. 7 The error of total kinetic energy by the second-order accurate finite difference scheme in Maliska's staggered grid layout as a function of Courant number

Fig. 8 The error of total kinetic energy by the second-order accurate finite difference schemes in the colocated and the modified colocated grid layouts as a function of Courant number

Fig. 9 The time averaged value of $|(Cont.-R2)|_{\max}$ by the second-order accurate finite difference schemes in the colocated and the modified colocated grid layouts as a function of Courant number

Fig. 10 The error of total kinetic energy by the fourth-order accurate finite difference schemes in the colocated and the modified colocated grid layouts as a function of Courant number

行法の精度である $O(\Delta t^3)$ に比例して減少しているのに対し、等間隔非直交格子 (COS2) の場合、クーラン数を小さくしてもほとんど減少しない。したがって、従来のスタガード格子系差分スキームは、格子が直交していれば、運動エネルギーの保存特性に問題ないが、非直交格子の場合、運動エネルギーの保存特性が適切ではなくなることがわかる。

一般座標系における従来のコロケート格子系および修正コロケート格子系差分スキームの場合における、運動エネルギー総量の誤差の時間平均絶対値のクーラン数に対する変化を図8に示す。空間精度はすべて二次精度である。また、図9には、同計算における第1報中の式(76)で示される連続の式 (Cont.-R2) の絶対値の最大値の時間平均値 $|(Cont.-R2)|_{\max}$ のクーラン数に対する変化が示されている。まず図8において、修正コロケート格子系差分スキームの $|(Cont.-R2)|_{\max}$ は、従来のコロケート格子系差分スキームと比較して、いずれの計算格子においても $O(\Delta t^1)$ から $O(\Delta t^2)$ に改善されている。このことに対応し、図9において、修正コロケート格子系差分スキームの運動エネルギーの保存特性の誤差は、いずれの計算格子の場合でも、 $O(\Delta t^2)$ に改善されている。したがって、コロケート格子系差分スキームの場合、一般座標系に拡張する際に導入した近似の影響はほとんど現れていない。図10には、空間四次精度の修正コロケート格子系差分スキームにおける、運動エネルギー総量の誤差の時間平均絶対値のクーラン数に対する変化を示す。空間二次精度の場合と同様、空間四次精度の修正コロケート格子系差分スキームは、計算格子の不等間隔・非直交性によらず、運動エネルギーの保存特性が $O(\Delta t^2)$ であることがわかる。したがって、等間隔正規直交座標系における修正コロケート格子系差分スキーム⁽³⁾ が適切に一般座標系に拡張されているといえる。

なお、ここで図では示さないが、運動量の総量の誤差は、格子系、計算格子を問わず、倍精度計算の丸め誤差 $O(10^{-15})$ 程度となり、運動量の保存特性にはまったく問題なかった。

3. 平行平板間内乱流による検証計算

3.1 計算の概要 本研究で構成した一般座標系差分スキームの実際の乱流場への適用例として、壁面摩擦速度をベースとしたレイノルズ数 $Re_\tau=180$ の平行平板間内乱流の計算を行い、DNS データ⁽⁷⁾⁽⁸⁾ と比較した。

差分スキームは、第1報で構成した Maliska のス

タガード格子系差分スキーム(空間二次精度のみ)および修正コロケート格子系差分スキーム(空間二次精度および四次精度)を用いる。時間進行法は、対流項を二次精度 Adams-Bashforth 法、拡散項を Crank-Nicolson スキームにより行う半陰解法である。時間間隔は、0.000 25 である。圧力方程式解法には Bi-CGSTab 法⁽⁶⁾を用いている。ここでは、計算スキームの影響のみを調査するために、SGS モデルは使用していない。計算格子は、DNS としては非常に粗い格子点数 ($33 \times 65 \times 33$) を使用している。また、不等間隔直交格子に加え、格子の非直交性の影響を調べるため、図 11 に示されるような壁方向にひずみをもつ不等間隔非直交格子の二つの計算格子を使用した。直交

Fig. 11 Nonorthogonal grid used for computation of plane channel flow

格子、非直交格子において壁からの第1格子点の壁座標 y^+ はそれぞれ、 $y^+=0.45$, $y^+=1.0$ である。計算領域は x, y, z 方向にそれぞれ、 $\pi H \times H \times \pi/2 H$ (H : 平行平板間幅) である。

3.2 計算結果 空間二次精度のスタガード格子系および修正コロケート格子系差分スキームによる流れ方向の時間平均速度分布および乱れ強度をそれぞれ図 12, 13 に示す。修正コロケート格子系とスタガード格子系の計算結果を比較すると、修正コロケート格子系の場合、平均流速が対数領域において増加し、流れ方向の乱れ強度が増加している。これらは従来の計算結果とほぼ同じ傾向である⁽³⁾⁽⁹⁾。スタガード格子系差分スキームにおいて、格子が非直交の場合、平均流速が増加し、乱れ強度が減少する傾向を示している。一方、修正コロケート格子系差分スキームの場合、計算格子の非直交性が平均流速分布および乱れ強度分布に与える影響はわずかである。したがって、運動エネルギーの保存特性が満たされることによって、格子の非直交性、不等間隔に対する解の依存性が小さくなる傾向をもつことがわかる。

次に、レイノルズ応力収支式中の圧力ひずみ相関項

Fig. 12 Time averaged streamwise velocity and velocity fluctuations by the second-order accurate finite difference scheme in Maliska's staggered grid layout

Fig. 13 Time averaged streamwise velocity and velocity fluctuations by the second-order accurate modified finite difference scheme in collocated grid layout

Fig. 14 Pressure-strain term in Reynolds stress budget by the modified finite difference, scheme in colocated grid layout and the finite difference scheme in Maliska's staggered grid layout

Fig. 15 Pressure-strain term in Reynolds stress budget by the second-order accurate modified finite difference scheme using the orthogonal and the nonorthogonal computational grids

の対角成分 ϕ_{11} , ϕ_{22} , ϕ_{33} およびそのトレース ϕ_{hh} の分布を図 14, 15 に示す。従来、コロケート格子系差分スキームでは、レギュラ格子系における連続の式 (Cont.-R2) が満たされないことに起因して、圧力ひずみ相関項の計算精度が非常に低かった⁽⁹⁾。しかし、修正コロケート格子系差分スキームでは、レギュラ格子系における連続の式の残差が時間二次精度に改善されるのに伴い、圧力ひずみ相関項の計算精度が改善され、スタガード格子系差分スキームの結果と比較しても遜色のない結果が得られている (図 14)。また、コロケート格子系差分スキームの場合、トレース ϕ_{hh} の残差が零にならないという問題があったが、修正コロケート格子系差分スキームの場合、計算格子が非直交である場合でも、トレース ϕ_{hh} の残差は 10^{-6} オーダと非常に小さく、解の信頼性が向上している (図 15)。

空間四次精度の修正コロケート格子系差分スキームによる流れ方向の時間平均速度分布および乱れ強度を

Fig. 16 Time averaged streamwise velocity and velocity fluctuations by the fourth order accurate modified finite difference scheme in colocated grid layout

図 16 に示す。中央部において、直交格子と非直交格子を用いた計算結果に差異が見られるが、空間二次精度の場合と同様、全体的には計算格子の非直交性の影響は小さい。図 13 と図 16 において、空間二次精度と四次精度の修正コロケート格子系差分スキームの結果を比較すると、空間四次精度化によって、流れ方向平均流速および流れ方向の乱れ強度が減少し DNS とよく一致するようになる。

4. 討 論

本章では、2 章の保存特性の検証結果および 3 章の平行平板間内乱流の適用結果の考察に基づき、一般座標系差分スキームの計算精度、保存特性、計算効率といった特徴から非圧縮性乱流数値解析に適した一般座標系差分スキームについて検討する。

一般的に、数値解析結果の信頼性を示すためには、計算格子の依存性がないということを証明する必要がある。これまで、主として格子点数、つまり計算格子の解像度が格子依存性として取扱われているが、一般座標系においては、計算格子の不等間隔・非直交性に対する依存性も考慮しなければならない。したがっ

て, 3章において, 計算格子の不等間隔・非直交性への依存性が小さいことが証明された修正コロケート格子系差分スキームが, 一般座標系における乱流数値計算手法として優れた特性をもつことがわかる. 一方, スタガード格子系差分スキームは, 計算格子が直交であれば不等間隔であっても運動エネルギーの保存特性に問題がなかった. したがって, 三次精度以上の時間進行法を用いた場合, 修正コロケート格子系差分スキームよりもスタガード格子系差分スキームのほうが, 運動エネルギーの保存特性に関して許容範囲の誤差を実現するための時間間隔 Δt を大きく取ることができ, 計算時間が短縮される.

次に, 空間精度の高次化に伴う, 離散化, 計算量, メモリー使用量への影響を考える. 非圧縮性流れの解析においては, 圧力方程式を解く計算時間が全体の計算時間の大部分を占める. したがって, ここでは, 代表的に圧力方程式の離散化について考える.

圧力方程式は, 次のような代数方程式に変形した後, ガウス・ザイデル法, SOR法, CG法, マルチグリッド法といった解法によって解かれる.

$$A_p p_p = A_e p_e + A_w p_w + A_n p_n + A_s p_s + \dots \quad (9)$$

ここで, 修正コロケート格子系の場合, p は Δp に置き換えられる. 実際の数値計算において, 係数 A_p, A_e, A_w 等は, 計算の高速化のために変数として記憶されるのが普通である. 第1報において構成されたスタガード格子系および(修正)コロケート格子系差分スキームにおける圧力方程式を三次元 ($n=3$) で離散化する場合, 散化式中の係数はそれぞれ次のように見積もられる.

スタガード格子系差分スキーム

二次精度: $3^n - 8 = 19$ 個

四次精度: $5^n + 2n - 8 = 123$ 個

(修正)コロケート格子系差分スキーム

二次精度: $3^n - 8 = 19$ 個

四次精度: $3^n + 2n - 8 = 25$ 個

ここで, 圧力方程式中の明示されない補間#は, 四次精度の場合でも二次精度の補間を使用するとして見積もっている. スタガード格子系差分スキームの場合, 空間精度の高次化に伴い, メモリー使用量が飛躍的に増加するとともに, 離散化が非常に煩雑になって実用的ではない. 一方, (修正)コロケート格子系差分スキームの場合, 空間四次精度化に伴うメモリー使用量および計算量の増加は, わずかであり, 離散化も比較的容易で実用的である.

以上のことを総合して, 本研究では, 一般座標系に

おける非圧縮性乱流数値解析手法として修正コロケート格子系差分スキームを推奨する. しかし, 計算精度に関しては, 使用される計算格子の解像度とあわせて考えなければならない. 同じ計算格子の場合, 図13と図16の比較から明らかであるように, 空間四次精度化によって, 解が格段に改善されている. しかし, 近年, 急速に開発が進んでいる超並列大形計算機の使用を想定した場合, 各プロセッサ間の通信オーバーヘッドが問題となるため, 必ずしも空間四次精度化が得策とはいえない. したがって, 空間精度に関しては, 使用する計算機の特성에応じて選択すべきである.

5. 結 論

本報では, まず第1報において構成した一般座標系差分スキームの保存特性を調査するため, 二次元周期的非粘性流の数値実験を行った. その結果, 修正コロケート格子系差分スキームは, 不等間隔非直交の任意の一般座標系格子において, 運動量および運動エネルギーの保存特性がほぼ満足できる精度で適切であることがわかった. したがって, 森西により提案された修正コロケート格子系差分スキームが一般座標系に適切に拡張されているといえる. また, 計算格子が直交である場合は, 従来のスタガード格子系における差分スキームも運動量および運動エネルギーの保存特性が適切である. さらに, 本研究で構成した一般座標系差分スキームの実際の乱流場への適用例として, 平行平板間内乱流の数値計算を行った. その結果, 一般座標系における修正コロケート格子系差分スキームは, レイノルズ応力収支式の圧力ひずみ相関項の計算精度が改善されることによって, 統計量の信頼性が向上するとともに, 計算格子の非直交性の影響を受けにくい優れた特性をもつことを実証した.

本研究を遂行するにあたり, 名古屋工業大学 森西洋平助教からご指導いただいた. 記して謝意を表する. 本研究は, 日本学術振興会特別研究員奨励費(No. 7186)の援助を受けた.

文 献

- (1) 小垣哲也・小林敏雄・谷口伸行, 非圧縮性乱流数値解析に適した一般座標系差分スキーム(第1報), 機論, **65**-633, B(1999), 1559-1567.
- (2) 森西洋平, 非圧縮性流体解析における差分スキームの保存特性(第1~3報), 機論, **62**-604, B(1996), 4090-4112.
- (3) 森西洋平, コロケート格子系差分の運動エネルギー保存特性の改善方法, 機論, **65**-630, B(1999), 505-512.
- (4) Maliska, C.R. and Raithby, G.D., A Method for Computing Three Dimensional Flows Using Non-Orthogonal Boundary Fitted Co-Ordinates, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, **4**(1984), 519-537.

- (5) Spalart, P.R., Moser, R. D. and Rogers, M.M., Spectral Methods for the Navier-Stokes Equations with One Infinite and Two Periodic Directions, *J. Comput. Phys.*, **96**(1991), 297-324.
 - (6) 藤野清次・松本直樹・水藤寛, Bi-CG STAB 法の流体解析への応用, 第5回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (1991), 501-504.
 - (7) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., Turbulence Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number, *J. Fluid Mech.*, **177**(1987), 133-166.
 - (8) Mansour, M.N., Kim, J. and Moin, P., Reynolds-Stress and Dissipation-Rate Budgets in a Turbulent Channel Flow, *J. Fluid Mech.*, **194**(1988), 15-44.
 - (9) 大岡龍三・村上周三・持田灯, LES におけるコロケーショングリッドのエネルギー非保存性の検討, 生産研究, **49**1(1997), 19-26.
-