自軸回転を有する円管内乱流の直接数値シミュレーション*

(第1報, 低回転比における乱流統計量)

佐竹 信一^{*1}, 功刀 資彰^{*2}, 嶋田 哲^{*3}

Direct Numerical Simulation of an Axially Rotating Pipe Flow (1st Report, Turbulent Statics for Low Rotation Rate)

Shhin-ichi SATAKE, Tomoaki KUNUGI and Akira SHIMADA

A direct numerical simulations (DNS) of the fully developed axially rotating turbulent pipe flow was carried out. The Reynolds number, which is based on bulk velocity U_b and pipe diameter D , was set to be 5286, while rotating rates $N=u_\phi|_w/U_b$ were 0.25, 0.30 and 0.35. The statistics obtained were the mean flow, the root-mean-square value of the fluctuating velocities, and the anisotropy invariant. It was found that the friction coefficient decreased with the rotation rate increase. Detailed distribution of the turbulent kinetic energy and Reynolds stress budgets are also presented.

Key Words: Turbulent Flow, Rotating Flow, Rotation Rate, Pipe Flow, Direct Numerical Simulation

1. 緒 言

流体機械の入口部や燃焼器における燃焼の混合や反応の制御, また回転式熱交換器などに関連して, 回転を伴う円管内流動は工業上重要である. 回転を伴う円管内の流れの中でも, 管壁が自軸まわりに回転することによる旋回流は周方向速度が剛体回転的であるため, 回転がおよぼす流れ場への影響を調べるには適した流れ場である. この流れ場の乱流時の特徴は, 軸方向速度分布が層流化し, 壁面摩擦係数が減少すること, また周方向速度分布が回転によらず放物線状の分布を示すことがあげられる. この管壁が自軸まわりに回転する円管内を発達した乱流が流下する流れ場を扱った研究例は, 過去にいくつか存在し, 解析的, 実験的, 数値的に行われている.

菊山ら⁽¹⁾⁻⁽³⁾, 山田ら⁽⁴⁾は一連の実験的研究により, 速度分布, 管摩擦係数また流動の様相を明らかにし, 特に菊山ら⁽³⁾は, 定常流れ場の軸方向速度分布及び周方向速度分布を解析的に予測した.

一方, 数値的な研究としては, 平井ら⁽⁵⁾はレイノルズ応力方程式モデルおよび $k-\varepsilon$ 二方程式モデルを用いて軸方向流速分布の層流化現象および周方向速度分布が予測できるかを調べ, レイノルズ応力方程式モデルでは予測できるが, 標準 $k-\varepsilon$ 二方程式モデルでは予測できないことを明らかにした. 河村・三島⁽⁶⁾は, 標準 $k-\varepsilon$ 二

程式モデルに改良を加え, 軸方向流速分布の層流化現象および周方向速度分布が放物線状分布を示す現象を再現した. Eggels & Nieuwstadt⁽⁷⁾は, バルク速度 U_b と円管直径 D で表されたレイノルズ数で $Re_b=U_b D/\nu=5.94 \times 10^4$, バルク速度と壁面周速度 $u_\phi|_w$ の比である回転比 $N=u_\phi|_w/U_b=0.71$ の完全に発達した乱流のLES(Large Eddy Simulation)を行い, 乱流統計量により流れ場への回転の影響を調べた. 富樫・小林⁽⁸⁾は, $N=0.5$, $Re_b=10000$ のLESを行いストリーク構造が円管の軸方向に対して円管壁回転方向に傾くことを示している. 最近では, 直接数値シミュレーション(Direct Numerical Simulation, DNS)によって自軸回転円管乱流を扱った研究もある. Orlandi⁽⁹⁾, Orlandi & Fatica⁽¹⁰⁾は, 回転比 $N=0, 0.5, 1.0, 2.0$, で $Re_b=4900$ の発達した乱流のDNSを行い, 平均量や確率密度関数により層流化の原因を考察した.

以上にあげた研究により平均流速や乱れ強さ及びレイノルズ応力分布は詳細に調べられてはいるが, 乱れの生成, 拡散及び散逸といった乱流の素過程を知る上で重要である諸量は得られていない. さらに, 乱流モデル構築に大変有用なデータベースとなりうる乱流エネルギー収支やレイノルズ応力収支を詳細に調べた研究は存在しない. そこで本研究では, 自軸回転円管乱流のDNSを行い, 回転比を $N=0, 0.25, 0.3, 0.35$ と変化した時の流れ場の乱流統計量を比較することにより, 自軸回転円管乱流に特徴的な層流化現象の原因を考察する.

* 原稿受付 1998年7月21日.

^{*1} 正員, 富山大学工学部(☎930-8555 富山市五福3190).

^{*2} 正員, 京都大学大学院工学研究科(☎606-8501 京都市左京区吉田本町).

^{*3} 准員, 富士通ゼネラル(☎213-8502 川崎市高津区末長1113).

E-mail: ssatake@eng.toyama-u.ac.jp

2. 計算手法および計算条件

本研究で用いたDNSコードは、円筒座標系を基本としたStaggered格子を用いたコントロールボリューム法を用いている。手法の詳細は佐竹・功刀(1998)⁽¹¹⁾を参照されたい。計算領域は図1に示すように z, r, ϕ の各方向に $5D \times D \times \pi D$ とした。格子数は $256 \times 128 \times 128$ である。ただし、 z, ϕ 方向には等間隔格子、 r 方向には不等間隔格子とした。計算領域の各方向(z, r, ϕ)における格子解像度は、 $\Delta z^+ = 8.03$, $\Delta r^+ = 0.29 \sim 1.04$, $r^+ \Delta \phi = 0.05 \sim 8.84$ である。流れ方向、円周方向に周期境界条件、円管壁面において回転比 $N = 0.25, 0.3, 0.35$ となるように周方向速度を与え、他の2方向成分に関しては粘着条件を与えた。流れ場は $Re_b = 5283$ (流量一定)である。以下に示す平均量および乱流統計量は、流れ場が完全に発達したと判定されてから無次元時間で480の時空間平均を計算結果とした。また各平均量および乱流統計量は、壁面摩擦速度 u_τ で無次元化した。

3. 結果および考察

3.1 平均速度分布

図2に軸方向平均流速の分布を示す。各回転比とも、粘性低層と遷移域においては、壁の回転効果は現れず、静止円管内乱流の平均速度分布と一致している。しかし、対数則域においては、回転比の増加に伴い平均速度は増加している。このことは、軸方向流速が層流化していることを示している。

Fig.1 Computational domain

Fig. 2 Mean axial velocity profiles

表1に各回転比における平均の壁面摩擦係数(C_f)および静止円管内乱流時の壁面摩擦係数(C_{f0})との比を示す。表1に示されるように、回転比の増加とともに壁面摩擦係数が減少していることが確認できる。Orlandi & Fatica⁽¹⁰⁾のDNSにおいても、本シミュレーションと同様な軸方向流速の層流化および壁面摩擦応力係数の減少が報告されている。

図3に周方向平均速度分布を示す。横軸は円管中心からの距離を無次元化した円管半径 R である。また、縦軸は、壁面円周方向速度で無次元化された円周方向平均速度である。自軸回転円管乱流に関する過去の研究において、周方向平均速度分布は回転比に依存せず放物線状の速度分布を示すことが確認されている(菊山ら⁽⁹⁾, 山田ら⁽⁴⁾)。本研究におけるシミュレーションにおいても、回転比に依存せず、ほぼ放物線状の速度分布になることが確認された。

また、過去のLES(Eggels et al.⁽⁷⁾)やDNS(Orlandi & Fatica⁽¹⁰⁾)によって壁面近傍では直線状の速度分布を示すことが指摘されているが、本研究においても壁面近傍において直線状の速度分布を得ている。これは、壁近傍で円周方向平均速度分布においても粘性低層領域の存在を示唆する。

3.2 乱れ強さ

図4に変動速度の乱れ強さを示す。軸方向変動速度の乱れ強さは、壁面近傍($0 \leq y^+ \leq 30$)および $y^+ \approx 14$ に存在するピーク値に、回転比による違いはほとんどみられない。しかし、 $y^+ \approx 30$ から円管中心までは、乱れの増大が生じている。

Table 1 Friction coefficients

N	0	0.25	0.3	0.35
c_f	9.28×10^{-3}	9.03×10^{-3}	8.77×10^{-3}	8.57×10^{-3}
c_f/c_{f0}	1.00	0.973	0.945	0.924

Fig. 3 Mean circumferential velocity profiles

半径方向変動速度の乱れ強さは、壁面から $y^+ \approx 80$ まで静止円管内乱流時と同様の分布を示している。 $y^+ > 80$ で乱れは増大しているが、増大の大きさについては各回転比による違いは見られない。

周方向速度の乱れ強さは、壁面から円管中心まで大きな乱れ強さを有しており、回転比が増すにつれ乱れも増大している。

3.3 レイノルズ剪断応力分布

図5にレイノルズ応力 $\overline{u'_i u'_j}$ 分布および全剪断応力分布を示す。回転比が増加するに伴い、壁面近傍においては値の大きな増減は見られないが、ピーク値から円管中心の間で値が減少している。これは、軸方向平均流速の層流化に対応しており、ピーク値は、回転比の増大に伴い減少している。全せん断応力は、各回転比において円管壁から円管中心まで直線の分布となる。

図6にレイノルズ応力の分布を示す。この剪断レイノルズ応力 $\overline{u'_z u'_\phi}$ 、 $\overline{u'_z u'_r}$ は、円管壁が周方向に回転することによって生じ、レイノルズ応力であり、静止円管内乱流中には現れないレイノルズ応力である。 $\overline{u'_z u'_z}$ は、円管壁から円管中心にいたるまで正の値を示し、 $y^+ \approx 30$ で最大値をとるが、他の二成分に比べて著しく小さい。河村・三島⁽⁶⁾によるモデルではこの量を無視しており、 $\overline{u'_z u'_z}$ の妥当な見積もりを行っていると言える。 $\overline{u'_z u'_\phi}$ は、円管壁から $y^+ \approx 50$ まで正の値を示し、 $50 \leq y^+ \leq 100$ では、負の値、 $y^+ \geq 100$ では、再び正の値を示す。このように、 $\overline{u'_z u'_\phi}$ は $\overline{u'_z u'_r}$ や $\overline{u'_r u'_r}$ のような分布とは異質なものとなっている。今後この領域での乱流構造との対応も含めて検討すべきであると考えられる。

3.4 非等方性

レイノルズ応力の非等方テンソル⁽¹²⁾ b_{ij} は、次式で表される。

$$b_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{2k} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \dots \dots \dots (1)$$

この非等方テンソルの第二不変量、第三不変量は次式

に表される。

$$II = -\frac{b_{ij} b_{ji}}{2} \dots \dots \dots (2)$$

$$III = \frac{b_{ij} b_{jk} b_{ki}}{3} \dots \dots \dots (3)$$

ただし、下付の1,2,3は円筒座標系の z, r, ϕ に対応する。第二不変量の値は、乱れが等方であれば $II=0$ をとり、最大でも $-II=1/3$ である。

図7および図8に、レイノルズ応力の非等方テンソルの第二不変量および第三不変量の分布を示す。図から壁面の回転により壁面近傍の第二不変量、第三不変量の値が減少していることから、壁面近傍では乱れがさらに等方化していることがわかる。また、壁面遠方では壁面から離れたところでは、管壁の回転により、第二不変量および第三不変量の値が増加していることから、乱れが非等方化していることがわかる。

3.5 乱れの収支

式(4)~式(10)に u_τ で無次元化された乱流エネルギー収支式および各レイノルズ応力収支式を示す。

図9に乱流エネルギー k の収支を示す。生成項においては、壁面近傍 $0 \leq y^+ \leq 20$ では管壁が回転している影響はほとんど無い。しかし、 $y^+ > 20$ では円管中心まで値が増加しており、それに対応して散逸項の値も増加している。壁面においては、粘性拡散項と散逸項の値は釣り合いを保っているが、回転比の増加に伴いそれぞれ

Fig. 5 Reynolds stress and total stress

Fig. 4 Turbulence intensities

Fig. 6 Reynolds stress

の値も増加している。しかし、乱流拡散項および圧力拡散項にはほとんど変化は見られない。

図10に圧力歪み相関項 $\phi_{11}, \phi_{22}, \phi_{33}$ の分布を示す。 ϕ_{11} は、回転比の増加に伴い増大している。これは、 u'_z の乱れが増大していることに対応しているものと考えられる。 ϕ_{33} も回転比の増加に伴い増大している。一方 ϕ_{22} は、壁面近傍において値はLoss側に増大、壁面への流体の吹き下ろしであるSplatingが増加し、壁面から離れたところでは減少している。これらの結果より、壁面の回転により u'_z が増大し円周方向へのエネルギー伝達が増大すること、また、壁面近傍へのSplatingが強くなり、軸方向にはほとんどエネルギーを伝達せずに、主に円周方向へエネルギー伝達していることがわかった。

図11に円管軸方向垂直レイノルズ応力 $\overline{u'_z u'_z}$ 収支を示す。全体的に回転の影響が表れていない。生成項は壁面からピーク値の存在する $y^+ \approx 20$ まで、ほとんど変化はなく、 $y^+ \approx 20$ から円管中心まで値の増加している。生成項に対応して散逸項も増加している。壁面近傍においては、粘性拡散項と散逸項が支配的であるが、壁面においては粘性拡散項と散逸項の釣り合いが保たれつつ値が増加している。

乱流エネルギー収支式

$$0 = \underbrace{-\frac{1}{r^+} \frac{\partial \overline{r^+ k'^+ u_r'^+}}{\partial r^+}}_{\text{Turbulent diffusion}} + \underbrace{\overline{u_r'^+ u_z'^+} \frac{\partial U_z^+}{\partial r^+} + \overline{u_r'^+ u_\phi'^+} \frac{U_\phi^+}{r^+} - \overline{u_r'^+ u_\phi'^+} \frac{\partial U_\phi^+}{\partial r^+}}_{\text{Production}} - \underbrace{\frac{1}{r^+} \frac{\partial \overline{r^+ p'^+ u_r'^+}}{\partial r^+}}_{\text{Pressure diffusion}} + \underbrace{\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \frac{\partial k^+}{\partial r^+} \right)}_{\text{Viscous diffusion}} \dots (4)$$

$$- \underbrace{\left[\left(\frac{\partial u_z'^+}{\partial r^+} \right)^2 + \left(\frac{1}{r^+} \frac{\partial u_z'^+}{\partial \phi} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z'^+}{\partial z^+} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_r'^+}{\partial r^+} \right)^2 + \left(\frac{1}{r^+} \frac{\partial u_r'^+}{\partial \phi} - \frac{u_\phi'^+}{r^+} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_r'^+}{\partial z^+} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_\phi'^+}{\partial r^+} \right)^2 + \left(\frac{1}{r^+} \frac{\partial u_\phi'^+}{\partial \phi} + \frac{u_r'^+}{r^+} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_\phi'^+}{\partial z^+} \right)^2 \right]}_{\text{Dissipation}}$$

$\overline{u'_z u'_z}$ レイノルズ応力収支式

$$0 = \underbrace{-\frac{1}{r} \frac{\partial \overline{r u_r'^+ u_z'^+ u_r'^+}}{\partial r}}_{\text{Turbulent diffusion}} + \underbrace{-2 \overline{u_r'^+ u_z'^+} \frac{\partial U_z}{\partial r}}_{\text{Production}} - \underbrace{2 \left(u_z'^+ \frac{\partial p'}{\partial z} \right)}_{\text{Pressure diffusion}} + \underbrace{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \overline{u_z'^+ u_z'^+}}{\partial r} \right)}_{\text{Viscous diffusion}} - \underbrace{2 \left[\left(\frac{\partial u_z'^+}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_z'^+}{\partial \phi} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z'^+}{\partial z} \right)^2 \right]}_{\text{Dissipation}} \dots (5)$$

$\overline{u'_r u'_r}$ レイノルズ応力収支式

$$0 = \underbrace{-\frac{1}{r^+} \frac{\partial \overline{r^+ u_r'^+ u_r'^+ u_r'^+}}{\partial r^+}}_{\text{Turbulent diffusion}} + \underbrace{2 \overline{u_r'^+ u_\phi'^+ u_\phi'^+} + 2 \overline{u_r'^+ u_\phi'^+} \frac{U_\phi^+}{r^+} + 2 \overline{u_r'^+ u_\phi'^+} \frac{U_\phi^+}{r^+}}_{\text{Production}} - \underbrace{\frac{2}{\rho} \overline{u_r'^+} \frac{\partial p'}{\partial r^+}}_{\text{Convective transport}} + \underbrace{\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \frac{\partial \overline{u_r'^+ u_r'^+}}{\partial r^+} \right)}_{\text{Viscous diffusion}} - \underbrace{2 \left[\left(\frac{u_r'^+}{r^+} - \frac{u_\phi'^+}{r^+} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_r'^+}{\partial r^+} \right)^2 + \left(\frac{1}{r^+} \frac{\partial u_r'^+}{\partial \phi} - \frac{u_\phi'^+}{r^+} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_r'^+}{\partial z^+} \right)^2 \right]}_{\text{Dissipation}} \dots (6)$$

$\overline{u'_\phi u'_\phi}$ レイノルズ応力収支式

$$0 = \underbrace{-\frac{1}{r^+} \frac{\partial r^+ \overline{u'_r u'_\phi u'_\phi}}{\partial r^+}}_{\text{Turbulent diffusion}} - \underbrace{2 \frac{\overline{u'_r u'_\phi u'_\phi}}{r^+}}_{\text{Production}} - \underbrace{2 \overline{u'_r u'_\phi} \frac{\partial U_\phi^+}{\partial r^+}}_{\text{Convective transport}} - \underbrace{2 \overline{u'_r u'_\phi} \frac{U_\phi^+}{r^+}}_{\text{Pressure strain}} - \underbrace{\frac{2}{r^+} \overline{p' u'_\phi}}_{\text{Pressure strain}} + \underbrace{\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \frac{\partial \overline{u'_\phi u'_\phi}}{\partial r^+} \right)}_{\text{Viscous diffusion}} - \underbrace{2 \left(\frac{\overline{u'_r u'_r}}{r^{+2}} - \frac{\overline{u'_\phi u'_\phi}}{r^{+2}} \right)}_{\text{Dissipation}} - \underbrace{2 \left[\left(\frac{\partial u'_\phi}{\partial r^+} \right)^2 + \left(\frac{1}{r^+} \frac{\partial u'_\phi}{\partial \phi} + \frac{u'_r}{r^+} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'_\phi}{\partial z^+} \right)^2 \right]}_{\text{Dissipation}} \dots \dots \dots (7)$$

$\overline{u'_r u'_r}$ レイノルズ応力収支式

$$0 = \underbrace{-\frac{1}{r^+} \frac{\partial r^+ \overline{u'_r u'_r u'_r}}{\partial r^+}}_{\text{Turbulent diffusion}} + \underbrace{\frac{\overline{u'_z u'_\phi u'_\phi}}{r^+}}_{\text{Production}} - \underbrace{\overline{u'_r u'_r} \frac{\partial U_z^+}{\partial r^+} + \overline{u'_\phi u'_\phi} \frac{U_z^+}{r^+} + \overline{u'_z u'_z} \frac{U_\phi^+}{r^+}}_{\text{Convective transport}} - \underbrace{\overline{u'_z u'_r} \frac{\partial p'}{\partial r^+} - \overline{u'_r} \frac{\partial p'}{\partial z}}_{\text{Velocity pressure gradient}} + \underbrace{\left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \frac{\partial \overline{u'_r u'_r}}{\partial r^+} \right) - \frac{\overline{u'_r u'_r}}{r^{+2}} \right]}_{\text{Viscous diffusion}} - \underbrace{2 \left[\left(\frac{\partial u'_r}{\partial r^+} \right) \left(\frac{\partial u'_r}{\partial r^+} \right) + \left(\frac{1}{r^+} \frac{\partial u'_r}{\partial \phi} - \frac{u'_\phi}{r^+} \right) \left(\frac{1}{r^+} \frac{\partial u'_r}{\partial \phi} \right) + \left(\frac{\partial u'_r}{\partial z^+} \right) \left(\frac{\partial u'_r}{\partial z^+} \right) \right]}_{\text{Dissipation}} \dots \dots \dots (8)$$

$\overline{u'_\phi u'_\phi}$ レイノルズ応力収支式

$$0 = \underbrace{-\frac{1}{r^+} \frac{\partial r^+ \overline{u'_r u'_r u'_\phi}}{\partial r^+}}_{\text{Turbulent diffusion}} + \underbrace{\frac{\overline{u'_\phi u'_\phi u'_\phi}}{r^+}}_{\text{Production}} - \underbrace{\overline{u'_r u'_r} \frac{\partial U_\phi^+}{\partial r^+} + \overline{u'_\phi u'_\phi} \frac{U_\phi^+}{r^+} - \overline{u'_r u'_r} \frac{U_\phi^+}{r^+} + \overline{u'_\phi u'_\phi} \frac{U_\phi^+}{r^+}}_{\text{Convective transport}} - \underbrace{\overline{u'_\phi} \frac{\partial p'}{\partial r^+} - \overline{u'_r} \frac{1}{r^+} \frac{\partial p'}{\partial \phi}}_{\text{Velocity pressure gradient}} + \underbrace{\left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \frac{\partial \overline{u'_\phi u'_\phi}}{\partial r^+} \right) - 4 \frac{\overline{u'_r u'_r}}{r^{+2}} \right]}_{\text{Viscous diffusion}} - \underbrace{2 \left[\left(\frac{\partial u'_r}{\partial r^+} \right) \left(\frac{\partial u'_\phi}{\partial r^+} \right) + \left(\frac{1}{r^+} \frac{\partial u'_r}{\partial \phi} - \frac{u'_\phi}{r^+} \right) \left(\frac{1}{r^+} \frac{\partial u'_\phi}{\partial \phi} + \frac{u'_r}{r^+} \right) + \left(\frac{\partial u'_r}{\partial z^+} \right) \left(\frac{\partial u'_\phi}{\partial z^+} \right) \right]}_{\text{Dissipation}} \dots \dots \dots (9)$$

$\overline{u'_z u'_z}$ レイノルズ応力収支式

$$0 = \underbrace{-\frac{1}{r^+} \frac{\partial r^+ \overline{u'_r u'_\phi u'_z}}{\partial r^+}}_{\text{Turbulent diffusion}} - \underbrace{\frac{\overline{u'_r u'_\phi u'_z}}{r^+}}_{\text{Production}} - \underbrace{\overline{u'_r u'_z} \frac{\partial U_\phi^+}{\partial r^+} - \overline{u'_r u'_\phi} \frac{\partial U_z^+}{\partial r^+} - \overline{u'_r u'_z} \frac{U_\phi^+}{r^+} - \overline{u'_z} \frac{1}{r^+} \frac{\partial p'}{\partial \phi} - \overline{u'_\phi} \frac{\partial p'}{\partial z}}_{\text{Convective transport}} - \underbrace{\overline{u'_z} \frac{1}{r^+} \frac{\partial p'}{\partial \phi} - \overline{u'_\phi} \frac{\partial p'}{\partial z}}_{\text{Velocity pressure gradient}} + \underbrace{\left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \frac{\partial \overline{u'_z u'_z}}{\partial r^+} \right) - \frac{\overline{u'_\phi u'_z}}{r^{+2}} \right]}_{\text{Viscous diffusion}} - \underbrace{2 \left[\left(\frac{\partial u'_\phi}{\partial r^+} \right) \left(\frac{\partial u'_z}{\partial r^+} \right) + \left(\frac{1}{r^+} \frac{\partial u'_\phi}{\partial \phi} + \frac{u'_r}{r^+} \right) \left(\frac{1}{r^+} \frac{\partial u'_z}{\partial \phi} \right) + \left(\frac{\partial u'_\phi}{\partial z^+} \right) \left(\frac{\partial u'_z}{\partial z^+} \right) \right]}_{\text{Dissipation}} \dots \dots \dots (10)$$

図12に径方向垂直レイノルズ応力 $\overline{u'_r u'_r}$ 収支を示す。 $N \neq 0$ における $\overline{u'_r u'_r}$ 収支では周方向平均流速の生成により，静止円管内乱流の収支に対して，生成項および対流輸送項が付加される。生成項は最大で， $N=0.35$ の時に $1.69 \times 10^{-3} (y^+ \approx 27)$ であり，この付加された二項はこの収支の中では支配的な項とはなっていない。また対流輸送項も生成項と同様に $N=0.35$ の時に $1.69 \times 10^{-3} (y^+ \approx 27)$ である。また，速度圧力勾配相関項は回転比の増加に伴い減少しピーク値においては， $N=0$ 時で0.0230， $N=0.35$ 時で0.0196であった。散逸項，粘性拡散項そして乱流拡散項には，自軸回転の影響は現れていない。

図13に円周方向垂直レイノルズ応力 $\overline{u'_\phi u'_\phi}$ 収支を示す。 $N \neq 0$ における $\overline{u'_\phi u'_\phi}$ 収支の自軸回転時の特徴は，圧

力歪み相関項と散逸項が領域全体で増大することである。壁面においては散逸項の増大に伴い粘性拡散項も増大がする。そして，生成項と対流輸送項は回転比とともにLoss側に値が増大する。

図14にレイノルズ剪断応力 $\overline{u'_r u'_\phi}$ 収支を示す。静止円管内乱流の $\overline{u'_r u'_\phi}$ 収支と大きく異なるのは，生成項の値が回転比の増加に伴い増大していること，速度圧力勾配項の値も領域全体で増大していること，そして対流輸送項が管壁が回転する事によって生じ，Gain側に値が生じる。生成項のピーク値は $N=0$ の時には0.0666であったが， $N=0.35$ の時には0.0840となり，26.0%の増加である。速度圧力勾配項のピーク値においては， $N=0$ の時には-0.0484であったが， $N=0.35$ の時には-0.0751となり，

70.0%もの増加が生じている。\$N=0.35\$の時のピーク値においては0.0130となり壁面近傍の乱流拡散項及び粘性拡散項と同じオーダーの値になっている。その他の散逸項，粘性拡散項そして乱流拡散項は生成項，速度圧力勾配項及び対流輸送項の値の増加に比べて，大きくは変わっていない。

図15にレイノルズ剪断応力\$\overline{u'_r u'_\phi}\$収支を示す。\$\overline{u'_r u'_\phi}\$は，円周方向に平均流速が生じたことにより発生したレイノルズ応力である。このレイノルズ応力収支の特徴は，支配的な項はGain側に生じる生成項および対流輸送項，そしてLoss側に生じる速度圧力勾配相関項である。乱流拡散項，散逸項及び乱流拡散項は，支配的な三項に比べて一桁以上小さい値となっている。この収支から\$\overline{u'_r u'_\phi}\$は主に壁面近傍(\$y^+ \leq 40\$)において生成され，生成されたエネルギーは円周方向に輸送されている。また，速度圧力勾配相関項により\$\overline{u'_r u'_\phi}\$は消費されており，圧力を介して運動量が輸送されている。乱流拡散項は\$y^+ \approx 25\$においてLoss側に値をもっていることより，壁面方向および円管中心方向に乱れによる拡散により\$\overline{u'_r u'_\phi}\$が輸送されていることがわかる。粘性拡散項および散逸項は領域全体で無視できるほど小さく，\$\overline{u'_r u'_\phi}\$の粘性拡散および散逸がほとんど行われていないことを示している。

図16にレイノルズ剪断応力\$\overline{u'_z u'_\phi}\$収支を示す。\$\overline{u'_z u'_\phi}\$も，円周方向の平均流速が生じたことにより発生するレイノルズ剪断応力である。領域全体で支配的な項は，Gain側に速度圧力勾配相関項，そしてLoss側に生成項と対流輸送項である。また，\$y^+ \approx 20\$では散逸項，乱流輸送項が生成項および対流輸送項と同じオーダーの値を有しており，\$y^+ \approx 20\$では支配的な項となっている。壁面の極近傍においては，粘性拡散項と散逸項が支配的な項であり，壁面においてはこの二つの項は釣り合っている。

すなわち\$\overline{u'_z u'_\phi}\$は，速度圧力勾配相関項を介してエネルギーを得，壁面近傍では，対流的作用により周方向から壁へ輸送されてきた\$\overline{u'_z u'_\phi}\$が，粘性散逸していると理解できる。

自軸回転円管乱流のエネルギー輸送機構を考察する。図17はエネルギーの各レイノルズ応力間での輸送・分配，各レイノルズ応力の生成，そしてエネルギーの散逸が示されている。乱流エネルギー収支式や各レイノルズ応力収支式に現れる管内半径方向への拡散項は，ここでは示していない。楕円で囲まれたものは各レイノルズ応力の生成を示しており，丸で囲まれたものは，各レイノルズ応力の散逸項\$\epsilon_{ij}\$である。乱流エネルギーの再分配を示す垂直成分の圧力歪み相関項\$\phi_{ii}\$を示す。四角の中に示されているものは平均速度の半径方向勾配および

Fig. 9 Turbulent kinetic energy budgets

Fig. 10 Distribution of pressure strain correlation

Fig. 11 \$\overline{u'_r u'_z}\$ Reynolds stress budgets

Fig. 12 \$\overline{u'_r u'_r}\$ Reynolds stress budgets

Fig. 13 \$\overline{u'_\phi u'_\phi}\$ Reynolds stress budgets

び平均速度を円管中心からの距離で割ったものを示している。図17上部に点線で囲まれている部分が静止円管内乱流 ($N=0$) のエネルギー輸送機構を示したものであり、下部に示しているのが自軸回転の効果によって付加されるエネルギー輸送機構である。 $N=0$ でのエネルギー輸送機構において、乱流エネルギーのうち軸方向成分である軸方向垂直レイノルズ応力 $\overline{u_z' u_z'}$ は、圧力歪み相関項により半径方向垂直レイノルズ応力 $\overline{u_r' u_r'}$ 及び周方向垂直レイノルズ応力 $\overline{u_\theta' u_\theta'}$ に分配される。配分された $\overline{u_r' u_r'}$ は、剪断レイノルズ応力 $\overline{u_z' u_r'}$ を生成する。この生成された $\overline{u_z' u_r'}$ は、 $\overline{u_z' u_z'}$ の生成項となり、 $\overline{u_z' u_z'}$ を生産する。一方の $\overline{u_\theta' u_\theta'}$ は散逸、及び本図では示していないが半径方向の拡散により圧力歪み相関項から受け取ったエネルギーと釣り合う。

次に $N \neq 0$ において付加されるエネルギー輸送機構について考察する。自軸回転円管乱流においては、壁面が回転することにより周方向に平均流速が生ずる。この周方向の平均流速の半径方向の勾配が、 $\overline{u_z' u_\theta'}$ の生成項となる。そして、この生成された $\overline{u_z' u_\theta'}$ と周方向平均流速から $\overline{u_z' u_r'}$ の生成が行われる。したがって、 $\overline{u_z' u_r'}$ の生成過程が一つ増えたことになる。 $\overline{u_z' u_\theta'} \geq 0$ 、 $U_\theta/r \geq 0$ であることから、 $\overline{u_z' u_r'}$ の生成項は増加することがわかる。このことは、図5において回転比の増加に伴い生成項の値が増加していることに対応している。また $\overline{u_r' u_r'}$ は、 $\overline{u_z' u_z'}$ の生成項となる。 $\overline{u_\theta' u_\theta'}$ においても、 U_θ/r と関連して $\overline{u_r' u_\theta'}$ の生成を行っている。そして、さらに生成された $\overline{u_r' u_\theta'}$ は、 $\overline{u_z' u_r'}$ を生成し、また $\overline{u_\theta' u_\theta'}$ の生成も行っている。この $\overline{u_r' u_\theta'}$ は、 $\overline{u_z' u_z'}$ の生成を行っている。 $\overline{u_z' u_\theta'}$ は、先ほど述べたように $\overline{u_z' u_r'}$ の生成に関与している。このように回転効果により付加的に生成された応力項は、 $N=0$ でのエネルギー輸送機構に影響する。

ここまで述べてきた自軸回転円管乱流のエネルギー輸送機構では、 $\overline{u_z' u_r'}$ の減少の直接の原因は考慮されていない。

次にレイノルズ剪断応力の圧力による、レイノルズ応力の消滅項である圧力歪み相関項 ϕ_{12} について検討する。図18に ϕ_{12} の分布を示す。図から、 $N=0$ 時においても Loss 側に現れている ϕ_{12} は回転比の増加に伴いさらに Loss 側への増大する。すなわち、 ϕ_{12} は $\overline{u_z' u_r'}$ を減少させていることがわかる。ここで、 $N=0.35$ での、 $\overline{u_z' u_r'}$ による $\overline{u_z' u_z'}$ の生成項の増加と ϕ_{12} の減少を比較することによって全体としての $\overline{u_z' u_r'}$ の増減を確認する。 $\overline{u_z' u_\theta'}$ による $\overline{u_z' u_r'}$ の生成項の増加は、最大でも0.0173のであり、 ϕ_{12} の Loss 側における増加は、0.05程度であった。すなわち、 ϕ_{12} の減少の方が増加を上回っているため $\overline{u_z' u_r'}$ を減少させていることがわかった。

 Fig. 14 $\overline{u_z' u_r'}$ Reynolds stress budgets

 Fig. 15 $\overline{u_r' u_\theta'}$ Reynolds stress budgets

 Fig. 16 $\overline{u_z' u_\theta'}$ Reynolds stress budgets

4. 結 言

自軸回転円管乱流の直接数値シミュレーションを行い以下の結論を得た。

- (1) 回転比が低いにも関わらず乱流統計量における自軸回転の影響が見いだされた。
- (2) 低回転比領域における乱流エネルギー収支及びレイノルズ応力収支を得、その輸送機構を示した。
- (3) レイノルズ応力収支から $\overline{u_z' u_r'}$ の消滅項である圧力歪み相関項 ϕ_{12} が回転比の増加に伴い増大していることがレイノルズ応力の直接的減少させている原因であることを示した。