環状すきま流励起振動に関する研究*

(第2報, 並進・回転2自由度連成系の安定性解析及び実験)

李 東 偉^{*1}, 金子成彦^{*2}, 葉山 眞 治^{*3}A Study on the Annular Leakage-Flow-Induced Vibrations
(2nd Report, Stability Analysis and Experiments for Translationally
and Rotationally Coupled Two-Degree-of-Freedom Systems)Deng-Wei LI^{*4}, Shigehiko KANEKO and Shinji HAYAMA^{*4} Mechanical Engineering Research Laboratory, Hitachi, Ltd. 502 Kandatsu, Tsuchiura, Ibaraki, 300-0013, Japan

In this study, the stability of annular leakage-flow-induced vibrations was investigated theoretically and experimentally for a translationally and rotationally coupled two-degree-of-freedom system. The critical flow rate was both theoretically and experimentally obtained as a function of the passage increment ratio and the eccentricity of the passage. A good agreement between the theoretical and experimental results was obtained. It was discovered both theoretically and from the experiments that instability will occur in the case of a divergent passage: the eccentricity of the passage lowers the stability of the systems.

Key Words: Pressure Distribution, Stability, Flow-Induced Vibration, Fluid Force, Annular Leakage-Flow, Critical Flow Rate

1. 序 論

すきま流励起振動に関する研究は, 多くの研究者らにより研究され, その原因は明らかになっている^{(1)~(9)}. しかし, 並進・回転2自由度かつ偏心を持つ環状すきま流励起振動の安定性について理論と実験から研究を行った例はまだない.

本研究の第1報⁽⁹⁾では, 並進1自由度系と回転1自由度系の環状すきま流励起振動の安定性解析法を提案し, 系の安定性を調べた. しかし, 実際の構造としては並進・回転2自由度系が一般的である. そこで, 本論文は, 第2報として, 並進・回転2自由度系を対象とし, 環状すきま流励起振動の安定性を理論的に解析し, 実験によりその妥当性を調べることを目的としたものである. 本論文では, 前報で求めた圧力分布を用いて, 内円筒が並進・回転2自由度連成振動する場合の非定常流体力を求め, 限界流量計算式を導出する. 続いて, 実験について述べる. 本実験では並進・回転2自由度振動ができるように弾性支持された内円筒と固定された外円筒からなる環状すきま流路振動系を製作し, 限界流量を測定した. 最後に, 理論計算結果と実験結果より系の安定性を考察し, 本研究で提案した安定性解析法の妥当性を検討する.

2. 主な記号

E : 内円筒の並進変位
 $\bar{E}, \bar{e}$: 内円筒と外円筒の偏心量及び偏心率 ($=\bar{E}/H_0$)
 H_0 : 入口での平均すきま幅 ($=R_{out,0} - R_{in}$)
 H : 流路のすきま幅
 L : 流路の長さ
 L_g : 入口から内円筒の重心点までの距離
 L_p : 入口から内円筒の回転中心までの距離
 P_{in}, P_{out} : 入口直前と出口直後の流体の圧力
 R_{in} : 内円筒の半径
 $R_{out,0}, R_{out,L}$: 外円筒の入口と出口での半径
 $R_m = (R_{out,0} + R_{in})/2$
 Q_x, Q_y : 周方向と軸方向の単位幅あたりの流量
 t : 時間
 ρ : 流体の密度
 ξ_{in}, ξ_{out} : 流路の入口と出口圧力損失係数
 ν_k : 流体の動粘度
 Ω : 内円筒の角振動数
 Φ : 内円筒の回転角度
 ϕ : 外円筒のテーパ角度, $\phi > 0$ とき流路は末広がりになる.

3. 理論解析

3.1 非定常圧力分布

図1に示すように, E 方向の並進運動と流路の入口

* 原稿受付 1998年12月15日.

^{*1} 正員, (株)日立製作所機械研究所 (〒300-0013 土浦市神立町502).^{*2} 正員, 東京大学大学院工学系研究科 (〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1).^{*3} 正員, 富山県立大学工学部 (〒939-0398 富山県射水郡小杉町黒河5180).

E-mail: lidw@merl.hitachi.co.jp

から L_p 離れた点を回転軸とする回転運動 (ピッチング) との並進・回転2自由度振動ができるようにはね支持された内円筒と固定された外円筒からなる環状すきま流路において, 入口, 出口間の圧力差 $P_{in} - P_{out}$ により非圧縮性流体が軸方向に流れていると

Fig. 1 Model for translationally and rotationally coupled two-degree-of-freedom vibration system with annular leakage-flow

考える. なお, 外円筒はテーパ形で, 内円筒と外円筒は偏心しているとする. この場合, 環状隙間流路を展開して直交座標系として取り扱うと, 基礎式は次のように表される⁽⁶⁾.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial X} + \frac{\partial Q_y}{\partial Y} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -\frac{1}{H} \left\{ \frac{\partial Q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{Q_x^2}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{Q_x Q_y}{H} \right) + \frac{12 \nu_k Q_x}{H^2} \right\} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial Y} = -\frac{1}{H} \left\{ \frac{\partial Q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{Q_x Q_y}{H} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{Q_y^2}{H} \right) + \frac{12 \nu_k Q_y}{H^2} \right\} \quad (3)$$

$$P(X, 0) = P_{in} - (1 + \xi_{in}) \frac{\rho Q_y^2(X, 0)}{2H^2(X, 0)} \quad (4)$$

$$P(X, L) = P_{out} + \xi_{out} \frac{\rho Q_y^2(X, L)}{2H^2(X, L)} \quad (5)$$

本研究の第1報では, 内円筒が次式のような並進・回転2自由度微小正弦状振動をすると仮定し,

$$E = \Delta E \exp(i\Omega t), \quad \Phi = \Delta \Phi \exp(i\Omega t) \quad (6)$$

図2に示すように流路を分割して流路内圧力分布を次のように求めている.

$$\Delta p(j, k) = b_1(j, k) \Delta p(j, k+1) + b_2(j, k) \Delta p(j, k-1) + b_3(j, k) \Delta p(j+1, k) + b_4(j, k) \Delta p(j-1, k) + b_5(j, k) \quad (7)$$

ここで, $j=1 \sim nx$, $k=1 \sim ny$ で, $b_1(j, k) \sim b_5(j, k)$ は流路形状と流体の物性値からなる係数である⁽⁶⁾.

3.2 非定常流体力

非定常圧力を次のように並進振動からなる成分と回転振動からなる成分に分けて表す.

$$\Delta p(j, k) = \Delta p^t(j, k) + \Delta p^r(j, k) \quad (8)$$

ここで, 上付添字 “t” と “r” はそれぞれ並進と回転を表す. そうすると, 各格子に作用する E 方向 (内円筒の振動方向) 非定常流体力 $\Delta f(j, k)$ とそのモーメントは次のように表される.

$$\Delta f(j, k) = -l_x l_y \Delta p(j, k) \cos(\pi x_j) = \Delta f^t(j, k) + \Delta f^r(j, k) \quad (9)$$

$$\Delta m(j, k) = -l_x l_y (y_k - l_p) \Delta p(j, k) \cos(\pi x_j) = \Delta m^t(j, k) + \Delta m^r(j, k) \quad (10)$$

ただし, l_x と l_y はそれぞれ格子の周方向と軸方向の長さを表し, l_p は入口から回転中心までの長さを表す.

Fig. 2 Division of flow passage

式(7)の圧力 $\Delta p(j, k)$ と係数 $b_1(j, k) \sim b_5(j, k)$ を複素数で表して複素数演算を行い, その結果を式(9)と式(10)に代入して整理すると, 内円筒に作用する無次元非定常流体力とそのモーメントは次のように求められる (手続きの詳細は第1報参照).

$$\begin{Bmatrix} F(\tau_0) \\ M(\tau_0) \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} M_{a,f}^t & M_{a,f}^r \\ M_{a,m}^t & M_{a,m}^r \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{e} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} C_{a,f}^t & C_{a,f}^r \\ C_{a,m}^t & C_{a,m}^r \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} K_{a,f}^t & K_{a,f}^r \\ K_{a,m}^t & K_{a,m}^r \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} e \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (11)$$

3.3 安定限界流量

構造系の内円筒の質量と慣性モーメントをそれぞれ M_s と I_s , 並進ばねと回転ばねのばね定数をそれぞれ K_s^t と K_s^r , 並進減衰係数と回転減衰係数をそれぞれ C_s^t と C_s^r で表記すると, 並進・回転2自由度振動系の流動励起振動方程式は次のように表すことができる.

$$\begin{Bmatrix} M_s (L_g - L_p) M_s \\ (L_g - L_p) M_s & I_s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Z}(t) \\ \ddot{\Phi}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} C_s^t & 0 \\ 0 & C_s^r \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{Z}(t) \\ \dot{\Phi}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} K_s^t & 0 \\ 0 & K_s^r \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} Z(t) \\ \Phi(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{fluid} \\ M_{fluid} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

ここで、 F_{fluid} と M_{fluid} は非定常流体力とそのモーメントである。次元を考慮して式(11)を式(12)に代入して整理し、無次元化すると、次式が得られる。

$$\mathbf{m}_e \begin{Bmatrix} \ddot{e}(\tau) \\ \ddot{\phi}(\tau) \end{Bmatrix} + \mathbf{c}_e \begin{Bmatrix} \dot{e}(\tau) \\ \dot{\phi}(\tau) \end{Bmatrix} + \mathbf{k}_e \begin{Bmatrix} e(\tau) \\ \phi(\tau) \end{Bmatrix} = 0 \quad (13)$$

ただし、

$$\mathbf{m}_e = \mathbf{m}_s + \mathbf{m}_a = \begin{bmatrix} 1 & l_d \\ l_d & M_R \end{bmatrix} + \frac{1}{\mu_m} \begin{bmatrix} M_{a,f}^t & M_{a,f}^r \\ M_{a,m}^t & M_{a,m}^r \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{c}_e = \mathbf{c}_s + \mathbf{c}_a = \begin{bmatrix} 2\zeta_s^t \frac{1}{\Omega_R} & 0 \\ 0 & 2\zeta_s^r M_R \end{bmatrix} + \frac{q_r}{2\pi\mu_m} \begin{bmatrix} C_{a,f}^t & C_{a,f}^r \\ C_{a,m}^t & C_{a,m}^r \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{k}_e = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_a = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Omega_R^2} & 0 \\ 0 & M_R \end{bmatrix} + \frac{q_r^2}{4\pi^2\mu_m} \begin{bmatrix} K_{a,f}^t & K_{a,f}^r \\ K_{a,m}^t & K_{a,m}^r \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \Omega_n^t &= \sqrt{\frac{K_s^t}{M_s}}, \quad \Omega_n^r = \sqrt{\frac{K_s^r}{I_s}}, \quad M_R = \frac{I_s}{L^2 M_s}, \\ \Omega_R &= \frac{\Omega_n^r}{\Omega_n^t}, \quad f_n = \frac{\Omega_n^r}{2\pi}, \quad \nu = \frac{\Omega}{\Omega_n^r}, \quad \tau = \Omega_n^r t, \\ 2\zeta_s^t &= \frac{C_s^t}{M_s \Omega_n^t}, \quad 2\zeta_s^r = \frac{C_s^r}{I_s \Omega_n^r}, \quad l_d = \frac{L_g - L_p}{L} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

である。さらに、表記を簡単にするために、次の記号を定義すると、

$$\mathbf{m}_e = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_e = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_e = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \quad (18)$$

式(13)の固有値方程式は次のように求められる。

$$\begin{vmatrix} K_{11} - \nu^2 M_{11} & K_{12} - \nu^2 M_{12} \\ K_{21} - \nu^2 M_{21} & K_{22} - \nu^2 M_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

式(19)より求めた1次と2次固有値を ν_j ($j=1, 2$) とし、並進と回転運動の振幅比 $A_{R,j}$ を次のように表すと、

$$A_{R,j} = \left(\frac{\Delta e}{\Delta \phi} \right)_j = - \frac{K_{12} - \nu_j^2 M_{12}}{K_{11} - \nu_j^2 M_{11}} \quad (20)$$

モードベクトルは次のようになる。

$$\Delta \mathbf{x}_j = \begin{Bmatrix} A_{R,j} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (21)$$

微分方程式(13)の解

$$\begin{Bmatrix} e(\tau) \\ \phi(\tau) \end{Bmatrix}_j = \begin{Bmatrix} A_{R,j} \\ 1 \end{Bmatrix} \exp(i\nu_j \tau) \quad (22)$$

を式(13)に代入すると、各振動モードに対するフラッタ形不安定の安定限界条件が次のように求められる。

$$\mathbf{g}_j = \delta_{r,j}, \quad (j=1, 2) \quad (23)$$

このとき、流体減衰係数 $\mathbf{g}_j$ と質量減衰係数 $\delta_{r,j}$ はそれぞれ次式のように定義される。

$$\mathbf{g}_j = -\frac{1}{M_j} (A_{R,j}^2 C_{a,f}^t + A_{R,j} C_{a,f}^r + A_{R,j} C_{a,m}^t + C_{a,m}^r) q_r \quad (24)$$

$$\delta_{r,j} = \frac{2}{M_j} \left(A_{R,j}^2 \zeta_s^t \frac{1}{\Omega_R} + \zeta_s^r M_R \right) 2\pi\mu_m \quad (25)$$

ただし、

$$M_j = \Delta \mathbf{x}_j^T \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_j \quad (26)$$

である。式(19)と式(23)を連立方程式として解くと、各振動モードの限界流量 $q_{r,j,c}$ と限界流量に対応する振動数比 $\nu_{j,c}$ 、振幅比 $A_{R,j,c}$ が求められる。その計算手順は：

- 1) 式(19)に q_r を与えて ν_j を求める。
- 2) ν_j を用いて $A_{R,j}$ を求める。
- 3) ν_j と $A_{R,j}$ を用いて $\mathbf{g}_j$ と $\delta_{r,j}$ を計算する。
- 4) 式(23)を満たすまで q_r を上げながら 1)～3) を繰り返す。

4. 実験

4.1 実験装置及び実験の目的

S: Sensor transformer R: Oscillographic recorder
V: Tributary valve M: Manometer T: Test section
L: Laminar flow-meter B: Blower

(a) Experimental apparatus

1: Inner cylinder 2: Outer cylinder 3: Plate spring
4: Gap sensor 5: Bar set on X-Y table

(b) Test section

Fig. 3 Outline of experimental apparatus

図3に実験装置を示す。本実験装置は、流体を駆動するブロー(B)、流量を測る層流流量計(L)とマンメータ(M)、内円筒の振動変位を測るギャップセンサ(図3(b)の4)、振動変位を記録する記録器(R)、環状すきま流路を有する試験体(T, 図3(b))により構成されている。実験の目的は、フラッタ形不安定の安定限界流量、流動励起振動数、並進と回転の振幅比を求めることである。

4.2 実験の手順

本実験では空気を作動流体とする。図3(a)に示すように、ブロー(B)によりテストセクション(T)の環状すきま流路内に空気を流す。流量は流量調整弁(V)によりコントロールし、層流流量計(L)とマンメータ(M)により測る。テストセクションは図3(b)に示すように、内円筒が並進・回転2自由度振動ができるように弾性支持されている。内円筒の振動変位データは内円筒支持棒の上と下に固定されているギャップセンサーと変換器(S)を通して、記録器(R)のメモリに書き込まれる。このとき、上、下振動変位データ間の加減演算を行い、内円筒の振動は並進と回転成分に分離される。図4に振動変位の記録例を示す。図5に示すように、流量をステップ状に上げながら振動変位を記録し、振幅と流量の関係から、振幅が急に大きくなる点の流量を安定限界流量と定める。振動数と振幅比は直接振動波形より求める。

5. 結果と考察

5.1 計算と実験条件

本実験では、二種類の内円筒とテーパ角度 φ が $0^\circ, 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ, 5^\circ$ の外円筒を組み合わせ、さらに、偏心率を変えながら実験を行った。理論計算と実験の流量範囲は 10 l/s (入口での平均流速は 25.68 m/s)までで、ほかの条件は表1に示した通りである。表1に示すように、System1では、内円筒の回転支持点と重心点が等しい。この場合、系の運動方程式(12)から分かるように、構造系の並進と回転運動の連成はなくなり、流体としか連成していない。ここで、System2は、並進と回転運動を連成させるために、System1の内円筒の下流側の端末に重りを付け加え、支持点と重心点間の位置を変えたものである。

5.2 計算結果と実験結果の考察

図6と図7に計算結果と実験結果を示す。図の中、実験データのプロットがないのは実験の範囲内で不安定が発生しなかったためである。図の中、●印と■印はそれぞれ回転モードと並進モードに対応する実験結果を表し、実線と破線はそれぞれ回転モードと並進モードに対応する計算結果を表す。図6に外円筒のテーパ角度 φ に対する限界流量 Q_c 、流動励起振動数比 ν_c 及

Table 1 Condition for calculation and experiment

Symbol	(unit)	System 1	System 2
$M_s \times 10^3$	(kg)	381.5	459.0
$I_s \times 10^5$	($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	77.6	111.0
R_{in}	(mm)	30.0	30.0
$R_{out,0}$	(mm)	32.0	32.0
H_0	(mm)	2.0	2.0
L	(mm)	100.0	100.0
L_p	(mm)	50.0	50.0
L_g	(mm)	50.0	60.8
Ω_n^i	(rad/s)	133.26	117.52
Ω_n^r	(rad/s)	81.25	63.86
$\zeta_s^i \times 10^3$		5.61	5.20
$\zeta_s^r \times 10^3$		0.796	1.62

び並進と回転の振幅比 $(\Delta e / \Delta \phi)_c$ のグラフを示し、図7に流路の偏心率 $\bar{e}$ に対する限界流量 Q_c のグラフを示す。

振動モード 図6に示すように、System1の場合には、回転モードの不安定のみ発生したが、System2の場合には、テーパ角度 $\varphi = 1^\circ$ で並進モードの不安定が発生した。これらの結果は計算結果と一致している。

テーパ角度の影響 図6に示すように、System1の場合、限界流量が計算結果と実験結果とともに外円筒のテーパ角度の一定の範囲内で、テーパ角度の増加に伴い急に下がり、その範囲を超えるとほとんど変わらない傾向を示し、計算結果と実験結果がよく一致している。System2の場合、計算結果ではテーパ角度が 3° より大きくなると、限界流量がほとんど変わらない傾向を示しているが、実験結果では限界流量が下がり続けているけいこうを示している。この点については更なる検討が必要である。

偏心率の影響 安定性に対する偏心率の影響は図7に示す。System1の場合、流路の偏心率の増加に伴い限界流量が少々下がり、計算結果と実験結果がよく一致する。System2の場合、低い限界流量(回転モードの限界流量)を早く通過して、さらに流量を上げると、高い限界流量の並進モードの不安定が発生した。並進モードの限界流量の計算値と実験値はともに偏心率の増加に伴って下がるが、回転モードの限界流量の実験値は偏心率の増加に伴って下がる傾向がはっきりしない。その原因はさらなる研究が必要である。

6. 結論

本研究では、並進・回転2自由度系の環状すきま流励起振動の安定性を理論解析し、実験によりその妥当性を検証した。その結果：

1) 流路が末広がりの場合、系は不安定になりうるとの

Fig. 4 Vibration wave of inner cylinder

Fig. 5 Amplitude of vibration of the inner cylinder as a function of flow rate

Fig. 6 Critical flow rate, frequency ratio and amplitude ratio vs taper angle of cylinder at condition of $\bar{\epsilon}=0$

Fig. 7 Critical flow rate vs eccentricity at condition of $\xi_{in} = \xi_{out} = 0$

理論解析結果が実験により証明された。

- 2) 流路の偏心は系の安定性を低下させるとの理論解析結果が実験により証明された。
- 3) 実験結果と理論結果がよく一致することより、本安定性解析法の妥当性が確認された。

謝 辞

本研究は最初から論文の完成に至るまで、東京大学大学院工学系研究科機械工学専攻毛利泰裕助手にお世話になり、いろいろな貴重な御意見を頂いた。同じく渡辺辰郎助手には実験に関する多くの御協力と御意見を頂いた。

文 献

- (1) Paidoussis, M. P., "Flow-Induced Vibrations in Nuclear Reactors and Heat Exchangers: Practical Experiences and State of Knowledge in Practical Experiences with Flow-Induced Vibrations," Springer-Verlag, New York, pp.1-81, 1980.
- (2) Inada, F. and Hayama, S., "A Study on Leakage-Flow-Induced Vibrations, Part 1: Fluid-Dynamic Forces and Moments Acting on the Walls of a Narrow Tapered Passage," *J. Fluids and Structures*, pp. 395, 412, 1990.
- (3) Induced Vibrations, Part 2: Stability Analysis and Experiments for Two-Degree-of-Freedom systems Combining Translational and Rotational Motions," *J. Fluids and Structures*, 4, pp.413-428, 1990.
- (4) Hobson, D. E., "Fluid-Elastic Instabilities caused by Flow in an Annulus," *3rd Conference on Vibrations in Nuclear Plant, Keswick, English Lakes*, pp.11-14, May, 1982.
- (5) Mateescu, D. and Paidoussis, M. P., "The Unsteady Potential Flow in an Axially Variable Annulus and Its Effect on the Dynamics of the Oscillating Rigid Center-Body," *Trans. ASME, J. Fluids Engineering*, pp.421-427, 1985.
- (6) 李東偉, 環状すきま流励起振動に関する研究, 東京大学大学院工学系研究科機械工学専攻, 学位論文, 1998.
- (7) 葉山眞治, 二次元すきま流励起振動に関する研究 平成5年度科学研究費補助金(一般研究B) 成果報告書(番号 03452138), 1994.
- (8) 石原潤一, すきま流励起振動に関する研究 東京大学工学部機械工学科, 卒業論文, 1994.
- (9) 李東偉・ほか2名, 環状すきま流励起振動に関する研究(第1報: 並進及び回転1自由度系の安定性), *機論*, 65-635, B(1999-7), 2251-2256.