容器内の振動熱対流場における平均熱伝達率の時系列 データから再構築されるアトラクタの幾何学構造*

石田 秀士^{*1}, 木本 日出夫^{*1}

The Structure of Attractors Reconstructed with Time-Evolution Data of Average Heat Transfer on Thermal Convection Field in a Vibrating Square Enclosure

Hideshi ISHIDA^{*2} and Hideo KIMOTO

^{*2} Osaka University Grad. Sch. of Engineering Science, 1-3 Machikaneyama-cho, Toyonaka,
Osaka, 560-8531 Japan

In this paper the time-dependent characteristics of surface-average Nusselt number in a square enclosure with hot and cold side walls exposed vertical vibration were numerically examined. In the computation the Prandtl number, the Rayleigh number and the vibration Grashof number were held constant of 0.71, 10^4 and 10^6 , respectively. The angular frequency of vibration was changed in the range between 10 and 7 680. The results showed that the change in the characteristics of the surface-average Nusselt number proposed by Fu et al. corresponded to the change in the shape of reconstructed attractor and that these regions could be also characterized by the three indices defined on the phase space: average location of trajectory, the largest Lyapunov exponent and correlation dimension. Moreover it was also revealed that the time scale with which the auto-correlated coefficient of the surface-average Nusselt number becomes $1/e$ was found to be very important parameter for time- and surface-average Nusselt number.

Key Words: Numerical Analysis, Natural Convection, Heat Transfer, Chaotic Characteristics, Attractor, Auto-Correlated Coefficient, Lyapunov Exponent, Correlation Dimension

1. 結 言

音波もしくは熱伝達面の直接振動により熱伝達面周辺の流体を振動させることで生じる熱対流現象については、工学的応用を背景としてこれまで数多くの研究が報告されている。これらの研究には加振による流れ場の安定・不安定化に着目したもの^{1)~3)}があるが、加熱・冷却面を有する密閉容器に対する加振の影響を扱ったものは比較的少ない。

Fobes ら⁴⁾は水平方向に温度差をつけた矩形密閉容器に鉛直方向の振動を加えた場合の自然対流場に対する影響について実験的に調べ、共振周波数の前後で熱伝達が著しく促進されることを明らかにした。また Fu らは 2 次元正方密閉容器に対して、静止定常状態の自然対流場に鉛直方向振動を加えることによって生ずる平均熱伝達率の時間変動特性ならびに熱対流場の変化を数値解析により類型化した上で詳細に論じており^{5,6)}、同様の解析を鉛直円筒について Ferguson が行っている⁷⁾。著者ら⁸⁾は Fu ら⁶⁾と同じ初期条件・境界条件を用いて本研究で用いている計算法の妥当性を検討した上で、

空間平均熱伝達率について Fu ら⁵⁾の指摘したヒステリシスの存在する領域と初期の時間変動特性との関係を明らかにし、さらに周波数分析から見た時間変動特性の分類を試みて報告した。

一方、近年熱対流場の持つカオス性について数多くの報告がある⁹⁾¹⁰⁾。著者ら¹¹⁾は水平方向に温度差のある鉛直平行平板間の自然対流場において、温度差を大きくするにつれて、準定常状態で生じる 2 次流れセルの存在領域内部でカオス的な温度変動が検出される領域が大きくなることを明らかにした。加振密閉容器に対するこのようなアプローチの例として平均熱伝達率の時間変動特性から Takens の埋め込み等¹²⁾により得られるアトラクタ⁷⁾¹³⁾やリサージュ曲線²⁾の形状が加振周波数の変化に伴って定性的に変化することを指摘する研究は見られるものの、定量的な変化、特にカオス性の有無について論じたものはない。

そこで本研究においては正方形断面を有する容器内部の自然対流場について、既報⁸⁾で考察した鉛直方向加振の振動数の変化に伴う平均熱伝達特性の変化とアトラクタの幾何学構造の定量変化との関係について数値計算により検討した。

2. 計算法および定義

* 原稿受付 1998 年 9 月 14 日。

^{*1} 正員、大阪大学大学院基礎工学研究科 (〒560-8531 豊中市待兼山町 1-3)。

E-mail: ishida@me.es.osaka-u.ac.jp

本研究で用いた計算モデルは既報と同じであるが図1に再記する。現象は紙面に垂直方向に一様で2次元であるとして、計算には図に示す容器に固定された2次元座標を用いる。高さ・幅共に L の正方形断面容器の鉛直二面(左右側壁)の片方(図の左面)を高温壁とし、他方を低温壁とする。既報と同じ仮定の下にプシネスク近似を用いて基礎式をたて、代表温度 Θ (=高温壁温度 T_h 、低温壁温度 T_c)、代表長さ L 及び動粘性率 ν により無次元化したものを、流れ関数-渦度法により差分化して解いた。

Fig.1 Physical model

本研究において無次元角速度 ω は実次元の振動角速度 Ω を以下のように無次元化したものである。

$$\omega = \frac{\Omega L^2}{\nu} \quad (4)$$

また Gr , Pr はそれぞれ L , Θ を代表長さとしたグラスホフ数, プラントル数である。 G は振動グラスホフ数⁹⁾で、体膨張係数 β , 振動振幅 b を用いて以下のように定義される。

$$G = (\beta b \Omega (T_h - T_c) L) / 2\nu^2 \quad (5)$$

初期条件は計算対象空間全体で温度を T_c , 流れ関数を0とする。そして $t > 0$ において図1に示す相対する鉛直壁について左側温度を T_h , 右側温度を T_c 。上下壁面を断熱, 壁面で速度0なる境界条件の下で, $b \sin(\Omega t)$ で表される振動を容器全体に加えるものとする。これらの初期条件・境界条件は既報⁸⁾と同じである。

本研究では既報と同じくプラントル数, グラスホフ数, 振動グラスホフ数をそれぞれ $0.71, 1.4 \times 10^4, 1.0 \times 10^6$ に固定し, 無次元角速度を10から7680まで変化させて検討を行った。また $\omega = 1496, 1778$ のケースを除いて左右壁の壁表面平均ヌセルト数(壁面における局所ヌセルト数を壁面全体にわたり積分した後, 壁面の長さで割ったもの)が一致するまで自然対流場を時間発展させ, それ以降の現象を準定常状態として扱った。 $\omega = 1496, 1778$ では既報⁸⁾で述べた通り長時間経過後も準定常状態で特徴づけられる高温側・低温側の壁表面平均ヌセルト数の一致が見られないので, 想定さ

Table 1 Five regimes of thermal convection field for vibration frequency range of ω

Region	ω
I	$\omega < 14$
II	$14 \leq \omega < 140$
III	$140 \leq \omega < 1778$
IV	$1778 \leq \omega < 3100$
V	$\omega \geq 3100$

れる時間平均値の周りで変動を始める $t > 0.3$ を特に準定常状態として扱い, 各種の平均ヌセルト数を算出する際は高温側の局所ヌセルト数を使用した。

本研究では無次元角速度の変化に伴う平均熱伝達特性の変化を表す Fu ら⁹⁾の提案した5類型(I)~(V)を用いているが, 対応する角速度の範囲を既報⁸⁾から引用し表1に示している。ここで(I)は準静的対流領域, (II)は振動対流領域, (III)は共鳴振動対流領域, (IV)は中間対流領域そして(V)は高周波振動対流領域である。

3. 計算結果

3.1 アトラクタの定性的変化 壁表面平均ヌセルト数の準定常状態での時間変化からWolfら¹⁵⁾と同じく, 遅れ時間 τ_d を用いてTakensの埋め込み¹²⁾により位相空間を構成し, ある瞬間での値を基準に時間的に $\tau_d, 2\tau_d, 5\tau_d$ 後の平均ヌセルト数の3次元データの時間変動からアトラクタを描いたものを図2(a)~図2(f)に示している。ただし図2では遅れ時間 τ_d を0.01とした。なお本研究で扱う力学系は強制振動系であるので, 正確にはこれらは時刻 t を含めたプラス1次元の位相空間上の軌道の空間3次元部分空間に対する位相射影である。また振動を加えない場合($\omega = 0$)におけるアトラクタは図示していないが, このケースでは十分時間が経過すると壁表面平均ヌセルト数は一定となるので, アトラクタは“ポイントアトラクタ”と呼ばれる一点(座標: 2.25, 2.25, 2.25)となる。

準静的対流領域(I)に属する $\omega = 10$ におけるアトラクタを図2(a)に示しているが, この領域では壁表面平均ヌセルト数はサイン関数的な周期変動をすることから単純なリング状の一次元リミットサイクルを構成している。

振動対流領域(II)に属する $\omega = 40$ においても準定常状態では周期変動が見られることから, アトラクタを描くと $\omega = 10$ の場合と同様図2(b)に示しているとおり一次元リミットサイクルを構成する。ただ1周期分の壁表面平均ヌセルト数の変動が準静的対流領域のように単純ではないのでその形状はリング状とはならない。

Fig.2 Reconstructed attractors from the surface-average Nusselt number for various angular frequency of vibration

共鳴振動対流領域(Ⅲ)においても準定常状態では周期変動することから、 $\omega=991$ の場合について図 2 (c) に示しているとおおり、そのアトラクタはリング状でない一次元リミットサイクルとなる。ただ重要なのはこの領域にはヒステリシス領域が含まれることで、 $\omega=991$ の場合に初期の不規則変動を示す壁表面平均ヌセルト数の時系列データ($0.1 < \alpha < 0.6$)からアトラクタを描くと図 2 (d) のように閉曲線を描かずランダム性の強い形状となる。 $\omega=1496$ では壁表面平均ヌセルト数は本研究で扱った時間範囲 $t < 10$ で不規則な変動を示し、そのアトラクタはランダム性の強い形状となるが、後述の最大リアプノフ指数、相関次元の値を参照するとこれはストレンジアトラクタであると判断できる。

中間対流領域(Ⅳ)に属する $\omega=2560$ においては図 2

(e) に示しているとおおり、そのアトラクタは $\omega=40$ の場合と同じくリング状でない一次元リミットサイクルとなる。

高周波振動対流領域(Ⅴ)に属する $\omega=5120$ (図 2 (f)) では壁表面平均ヌセルト数の多重周期性を反映して単純な 1 次元とはならずメビウスの輪で知られる 2 次元幾何学図形が表れるが、これは 3 次元吸引リミットサイクルの一種であるツイストである。

このように不規則変動状態を含めて 5 つの領域はアトラクタを描くと位相空間上でそれぞれ特有の幾何学構造を持つ。

3.2 アトラクタの定量的変化 3.1 の結果は Fu ら⁹⁾ が提案した加振角速度の変化に伴う壁表面平均ヌセルト数の変化を表す 5 つの領域(準静的対流領域、振

動対流領域、共鳴振動対流領域、中間対流領域、高周波振動対流領域)を位相空間上に描かれるアトラクタの幾何学構造から求まる定量的な指標によって類型化できる可能性を示唆している。以下ではこの指標としてアトラクタ軌道座標の時間平均値、最大リアプノフ指数¹⁵⁾、相関次元¹⁶⁾をとりあげる。これに先立って壁表面平均ヌセルト数の変動時間スケールを調べるため壁表面平均ヌセルト数の時系列データから自己相関係数 (Auto-correlated coefficient: 以下 ACC と略記) を計算した。計算結果の例を $\omega=10$, 1496 の場合について図 3 (a),(b)に示している。 $\omega=1496$ における時系列データ(図 3 (b))は変動の時間スケールが小さいことを反映して $\omega=10$ の場合(図 3 (a))と比べて ACC は時間の増大とともに一旦速やかに 0 まで減少している。

Fig.3 Variation of the auto-correlated coefficients for $\omega=10$ and 1496

本研究で扱った全加振角速度の時系列データに対して ACC を計算し、既報¹¹⁾と同様 $t=0$ 近傍で ACC が $\exp(-t/\tau)$ (t : 時間, τ : ACC が $1/e$ となるスケール)で表されと仮定して、ACC が $1/e$ となるスケール τ を最小自乗法により計算した。無次元角速度の変化に伴う τ の変化について図 4 に示す。図 4 によると共鳴振動対流領域以下の角速度の領域 $\omega < 2000$ においては τ は無次元角速度にほぼ逆比例して減少している。これはこの領域での壁表面平均ヌセルト数の変動を支配する時間スケールが ω の逆数すなわち加振周期に支配されていることを示している。 $\omega > 2000$ では τ は加振周期から求まる時間スケールから離れ、場に固有の時間スケールを示すようになる。

既報⁹⁾で扱った無次元角速度に対する時間・壁表面平均ヌセルト数(T.S.A.Nu)の変化を図 5 に示しているが、図 5 と図 4 を比較すると τ の減少はほぼ時間・壁表面平均ヌセルト数の増加に対応している。このこと

から時間・壁表面平均ヌセルト数を支配するパラメータとしての τ が非常に重要なパラメータであると判断できるが、この理由については今後の検討が必要である。

Fig.4 Variation of the timescale which ACC becomes $1/e$ for various angular frequency of vibration

Fig.5 Time- and surface-average Nusselt number for various angular frequency of vibration

つぎに壁表面平均ヌセルト数の時系列データから Takens¹²⁾の埋め込みによって生じる媒介変数 t (時間)を伴う軌道 $\mathbf{X}(t)$ は時刻 t における壁表面平均ヌセルト数を $\overline{Nu}(t)$ で表すと

$$\mathbf{X}(t) = (\overline{Nu}(t), \overline{Nu}(t + \tau), \dots, \overline{Nu}(t + (n-1)\tau))$$

τ : 遅れ時間 n : 埋め込み次元

と表現できるが、上の座標 $\mathbf{X}(t)$ の時間平均 $\overline{\mathbf{X}}$ を以下で定義する。

$$\overline{\mathbf{X}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{X}(t) dt$$

本研究で扱っている軌道 $\mathbf{X}(t)$ は最終的に図 2 で示されているアトラクタに漸近するので、図 5 で示される時間・壁表面平均ヌセルト数を $\overline{Nu}$ と表すと時間平均された座標 $\overline{\mathbf{X}}$ の成分は全て $\overline{Nu}$ となり

$$\overline{\mathbf{X}} = (\overline{Nu}, \dots, \overline{Nu})$$

と表現できる。 $\overline{\mathbf{X}}$ は準静的対流領域では $\omega=0$ の場合のポイントアトラクタ周辺に存在しているが、それより大きい角速度領域では無次元角速度が増大するにつれてこのポイントアトラクタから離れていく。この $\overline{\mathbf{X}}$ は位相空間上で定義でき、上述のとおり時間・壁表面平均ヌセルト数と関係があるので位相空間上で Fu らの 5 類型に対応する現象の変化を捉える重要な指標である。特に準静的振動対流領域と振動対流領域とはそれぞれ図 2 (a)および(b)で示しているとおり共にリミット

サイクルを構成するが、 $\bar{\mathbf{x}}$ により位相空間上で両者を分離することができる。

Fig.6 The largest Lyapunov exponent with angular frequency of vibration

次に対象としている力学系がカオスであるための一つの条件である初期値に対する鋭敏な依存性を判断する指標として最大リアプノフ指数 λ (単位は [bits/dimensionless time] : 通常定義のリアプノフ指数を $\ln 2$ で除したものを) を準定常状態における時系列データから算出した。なお λ の計算には他の計算手法¹⁴⁾との比較検討の結果、Wolf ら¹⁵⁾の方法が最適と判断し、これを λ の算出法として採用した。

Wolf らの計算法では計算の際に必要なパラメータとして 1)最大探索スケール 2)最小探索スケール 3)埋め込み次元 4)遅れ時間 5)データの置き換えにかかる発展時間の 5つの値がある。まず 1)については対象時系列データの最大変動範囲の 1%を用い 2)はこの値の 3 倍を使用した。3)4)5)については、Wolf らはこれらの値をある範囲で変化させて最適なパラメータの周辺で最大リアプノフ指数の値が変化しないことを確認することを薦めている。そこで本研究では既報¹¹⁾と同様これらの値を変化させて最大リアプノフ指数の変化を調べ、これらの値の平均値とばらつきからそれぞれ最大リアプノフ指数の評価値と誤差範囲(平均によって求めた最大リアプノフ指数が確率 50 パーセントで変動する範囲を採用)を計算した。遅れ時間を変化させる場合は自己相関係数が $1/e$ となるスケール τ を基準にとり、各時系列データについて τ に対する倍率をパラメータに取った。これらの計算値を用いて最大リアプノフ指数を求めた結果を図 6 に示している。なお最大リアプノフ指数は図 4 の考察に基づいて代表時間スケールとして変動周期をとり λ/ω で表示した。

この表記によると $\omega > 2000$ では実際には代表時間スケールが変動周期に比べて小さくなるので、この表記では最大リアプノフ指数を過小評価する可能性があるが、もともとこの領域では最大リアプノフ指数は小さく、 λ/ω を用いた表記による影響はほとんどない。誤差範囲は図 6 上に図示していないが λ の大きい $\omega = 1144, 1280, 1496$ のケースでは比較的誤差が大きく

$\omega = 1144$ で最大値 ± 0.02 となる。その他のパラメータについては ± 0.01 未満である。

Fig.7 Correlation dimension with angular frequency of vibration

図にはヒステリシス領域の $\omega = 1144, 1280$ における初期の不規則・非周期的な時系列データから得られた最大リアプノフ指数 (記号+)も示しており、本研究で例外的に準定常状態として扱った 2 ケースのうち $\omega = 1496$ のケースを含めてこれらの値は λ が正でその値は誤差を考慮しても十分大きくカオス性が検出できる。ただこの不規則・非周期的な時系列データに対する λ の算出に際して、本研究では埋め込み次元の変化に対して λ の値が安定する最適埋め込み次元を見いだすことができなかった。これらのデータではあらゆる 3)4)5)のパラメータに対し 100 のオードの最大リアプノフ指数が算出され、カオス性を有することは確実であるが、その値については上で見積もられた以上の誤差 (± 0.02) を含んでいる可能性があることを指摘しておきたい。それ以外は $\omega = 10$ のケースを除いて λ/ω は負か 0 に近く、誤差範囲を考慮するとカオス性は検出されない。 $\omega = 10$ のケースでは誤差を考慮してもなお λ は比較的大きいが、この範囲ではアトラクタは一次リミットサイクルで解析的には $\lambda = 0$ のはずである。これは Wolf らの計算アルゴリズムの中で計算の際に使用する軌道上の点に対する参照点を選択する際、時間的に近接する点を採用できないという制約から、リミットサイクルの場合に両者の点間の距離が大きくなることによる計算手法上の系統誤差と考えられる。ストレンジアトラクタもしくはツイストではこのような問題は起こらない。

次に位相空間上のアトラクタの次元を調べるため相関次元 (D_2) を算出した。この計算には Grassberger ら¹⁶⁾の計算法を使用した。またカオス性を示す時系列データについては最大リアプノフ指数と同様に遅れ時間及び埋め込み次元を変化させ、相関次元の推定値と誤差範囲を計算した。これらの結果を図 7 に示す。図 7 によると準定常状態の相関次元は高周波振動対流領域において 2 次元に近い値を示し、それ以外の領域では 1 次元に近い。また $\omega = 1496, 1778$ における初期の不規

則・非周期的な時系列データでは誤差範囲(± 0.15)を考慮しても相関次元は非整数次元であり、アトラクタはカオスの特徴であるフラクタル性を有しているといえる。

以上の結果からFuら⁹⁾の5類型は位相空間上のアトラクタの形状及びアトラクタの形状を表す指標により次のように分類できることが明らかとなった。

(I) 準静的対流領域

アトラクタがリング状の1次元リミットサイクルでアトラクタ軌道座標の時間平均値 $\bar{x}$ が $\omega=0$ の場合のポイントアトラクタ付近にあり、最大リアプノフ指数は小さく($\lambda/\omega < 0.1$)、相関次元1。

(II) 振動対流領域

アトラクタが非リング状の1次元リミットサイクルで $\bar{x}$ が $\omega=0$ の場合のポイントアトラクタから離れ、最大リアプノフ指数は小さく($\lambda/\omega < 0.05$)、相関次元は1。

(III) 共鳴振動対流領域

準定常状態のアトラクタは非リング状の1次元リミットサイクルで $\bar{x}$ が $\omega=0$ の場合のポイントアトラクタから振動対流領域に比べてさらに離れ、最大リアプノフ指数は小さく($\lambda/\omega < 0.05$)、相関次元は1。ヒステリシス領域においては初期の時系列データが最大リアプノフ指数大($\lambda/\omega > 0.1$)、相関次元が非整数次元となりカオス性を示す。

(IV) 中間対流領域

アトラクタが非リング状の1次元リミットサイクルで $\bar{x}$ が $\omega=0$ の場合のポイントアトラクタから離れ、最大リアプノフ指数は小さく($\lambda/\omega < 0.05$)、相関次元は1。

(V) 高周波振動対流領域

アトラクタがツイストで $\bar{x}$ が $\omega=0$ の場合のポイントアトラクタから離れ、最大リアプノフ指数は小さく($\lambda/\omega < 0.05$)、相関次元は2。

4. 結 言

本論文では鉛直2面の一方を加熱、他方を冷却、その他の面を断熱とした2次元矩形容器に鉛直方向振動を加え、その無次元角速度を変化させた場合に生ずる壁表面平均ヌセルト数の変化と壁表面平均ヌセルト数から再構築されるアトラクタとの関係について調べ以下の結論を得た。

(1)Fuらの提案した5類型に対応する空間平均ヌセルト数の定性的変化は、ヒステリシス領域における初期の不規則変動状態も含めてTakensの埋め込み

により再構築されたアトラクタの形状変化に対応がつく。

- (2)自己相関係数が $1/e$ になるスケールは時間空間平均ヌセルト数の変化を捉える重要なパラメータである。
- (3)Fuらの5類型に基づく壁表面平均ヌセルト数の時系列データの定性的傾向の変化は、(1)により最大リアプノフ指数をはじめとする位相空間上でのみ定義される各種の指標の変化に対応がつき、これらの指標により分類が可能である。

文 献

- 1) P. M. Gresho and R. L. Sani, The effects of gravity modulation on the stability of a heated fluid layer, *J. Fluid Math.*, **40** (1970), 783-806
- 2) S. Biringern and L. J. Peltier, Numerical simulation of 3-D Benard convection with gravitational modulation, *Phys. Fluid A*, **2** (1990), 754-764
- 3) V. Uspenskii and J. J. Faver, High frequency vibration and natural convection in Bridgman-scheme crystal growth, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **37**(1994), 691-698
- 4) R. E. Forbes, C. T. Carley and C. J. Bell, Vibration effects on convective heat transfer in enclosure, *J. Heat Transfer*, (1970), 429-438
- 5) W. S. Fu and W. J. Shieh, A study of thermal convection in an enclosure induced simultaneously by gravity and vibration, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **35**(1992), 1695-1710
- 6) W. S. Fu and W. J. Shieh, Transient thermal convection in an enclosure induced simultaneously by gravity and vibration, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **36**(1993), 437-452
- 7) F. T. Ferguson, The rmovibrational convection in a vertical cylinder, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **39**(1996), 2895-2906
- 8) 石田秀士・木本日出夫, 容器内自然対流場における平均熱伝達特性に対する加振の影響, *機論 B*, **65**(1999), 2413-2419
- 9) 増岡隆士・谷川洋文その他2名, 積層多孔室内の自然対流の揺動, 第34回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1997), 611-612
- 10) H. Koizumi and I. Hosokawa, Chaotic behavior and heat transfer performance of the natural convection around a hot horizontal cylinder affected by a flat ceiling, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **39**(1996), 1081-1091
- 11) 石田秀士・久禮一樹・木本日出夫, 鉛直平行平板間の自然対流場の準定常性とカオス性, *機論 B*, **65**(1999), 761-767
- 12) Takens F., 1981, Detecting strange attractors in turbulence, in *Lecture Notes in Mathematics*, 898, Rand D. A. and Young L. S. eds., (Springer, Berlin), 366-381
- 13) 石田秀士・新開誠・木本日出夫, 密閉容器内の自然対流場に対する加振の影響, 第35回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1998), 133-134
- 14) X. Zeng, R. Eykholt and R. A. Pelke, Estimating the Lyapunov-exponent spectrum from short time series of low precision, *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991), 3229-3232
- 15) A. Wolf et al., Determining Lyapunov exponents from a time series, *Physica 16D*, (1985), 285-317
- 16) P. Grassberger and I. Procaccia, Characterization of strange attractors, *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 346-349