マイクロバースト下降流の力学的特性付け*

梅村 章^{*1}, 高森 昭一^{*2}
Suphakorn RATTANAWARAH^{*2}, 神谷 信彦^{*3}

Dynamic Characterization of Microburst Downdraft

Akira UMEMURA^{*4}, Shoichi TAKAMORI,
Suphakorn RATTANAWARAH and Nobuhiko KAMIYA^{*4} Nagoya University, Dept. of Aerospace Engineering, Furocho 1, Chikusa-ku, Nagoya, Aichi, 464-8603 Japan

The air downdraft which is caused by an ensemble of falling condensed particles is analyzed on the basis of a two-dimensional prototype model to characterize the dynamics of microburst downdrafts. It is assumed that the identical particles are initially suspended in otherwise quiescent atmosphere, with a uniform number density in a rectangular region located above the ground surface. The analysis satisfactorily identifies the only dynamic dimensionless parameter which yields the criterion of microburst onset $\sigma = (\rho mg / n_0 H)^{1/2} / D < 1$, where n_0 is the number density of condensed particle with weight mg and drag coefficient D , ρ the air density and H the initial height of condensed particle ensemble column. The magnitude of downdraft velocity is scaled by $(n_0 mg H / \rho)^{1/2}$. The underlying physics are interpreted in terms of vortex dynamics. The conventional physical model of microburst, described in terms of a vortex ring colliding a plane surface, is found to be valid only for the later stage of diverging flow on the ground surface because the vorticity sheet produced along the particle ensemble column perimeter can not roll up into a vortex ring during the downdraft stage.

Key Words: Multi-Phase Flow, Numerical Analysis, Unsteady Flow, Microburst, Downdraft, Scaling Law, Meteorology

1. はじめに

ケネディ空港での旅客機墜落事故を契機にマイクロバースト現象⁽¹⁾の存在が判明し、被災防止のための研究が行われている⁽²⁾⁽³⁾。しかし、これまで行われてきたマイクロバーストの数値的研究は、特定例を模擬することに主眼が置かれてきたために、プログラムに組み込まれた関係式が包括的ではあるが、基本的な物理の解明はなおざりにされてきたきらいがある。今日わが国では大規模気象現象の数値シミュレータの構築が計画されており、メソ気象現象としてマイクロバーストの予測も数値的に可能にしようとしているが、それには現象を支配する基本的な物理がわかっていないと実現は難しい。実際、計画されている地球規模の気象シミュレータは、現象のサイズに応じた階層的な構造をもったものになると考えられ、航空機事故回避などのために必要に応じてマイクロバーストの詳細なシ

ミュレーション情報が得られるようになっているためには、所与の初期、境界条件の下でマイクロバースト現象の時空間的發展を模擬するプログラムの開発だけでなく、そのプログラムを動かす必要があるかどうか判断するための(上階層の現象とリンクした量で記述された)指標をもっていなければならない。そこで、本研究では、下降流の典型モデルの作成から出発し、下降流の流体力学を詳しく考察することによりマイクロバーストの発生条件を検討することにした。熱力学的な寄与が大きいとはいえ、マイクロバーストは積乱雲の形成に関連して発生するものであるから、有限時間の間に起きる現象である。したがって、予測モデルの構成では、どのような氷粒子群が生成されて落下したら、どのような下降流を引き起こすか、大まかな量的な関係を表す指標とスケール則、そして、それを支配する物理を知っておく必要がある。

マイクロバーストでは凝縮粒子の蒸発によって熱を奪われた低温気体が地面に衝突して拡散する。このときの低温気体の水平流は慣性をもって水平に移動する重い流体の重力流として特徴付けることができるが、本研究ではこの効果を意図的に除外している。それによって、下降流のパラメタリゼーションを目指したかったからである。また、終始粒子の存在を考える点か

* 原稿受付 1998年11月20日。

^{*1} 正員, 名古屋大学工学研究科(☎ 464-0814 名古屋市千種区不老町)。^{*2} 名古屋大学大学院。^{*3} 正員, 愛知学泉大学コミュニティ政策研究所(☎ 471-0058 豊田市大池町汐取1)。

E-mail: akira@prop.nuae.nagoya-u.ac.jp

らすればウェットなバーストを対象にしていることになるが、粒子を重い流体の量子化と考えれば、ドライな場合も共通である。運動が規定された物体によって引き起こされる流れと異なって、沈降粒子は周囲の空気を引きずって流れを起こし、その流れが粒子の沈降に影響するので、条件によって種々の特性が現れうるであろう。このような変形の効果を同定することがダウンバーストを特徴付けるうえで大切であると考えて行ったのが本研究である。

2. モデル解析

2・1 問題の定式化 二次元問題で考える。初期時刻 $t=0$ に地上から $y=Y$ の高度に底辺を置く矩形領域 ($-L < x < L, Y < y < Y+H$) に一様数密度 n_0 で分布した凝縮粒子(氷粒子や雨滴)が突然発生したとする。各粒子は、質量 m 、半径 a の球形であり、蒸発は考えないものとする。また、簡単のため、空気は非圧縮性で、物性値はすべて定数として取扱えるものと仮定する。粒子の密度 ρ_* は空気 ρ に比べて大きいので、重力に引かれて落下する。その際に周囲の空気を引きずって下降空気流を形成する。それぞれの粒子が空気に及ぼす力は小さくても、膨大な数の粒子が存在すれば大きな効果がもたらされる。各粒子の運動方程式は

$$m \frac{d\vec{v}_*}{dt} = D(\vec{v} - \vec{v}_*) - m\vec{g} \quad \cdots (1)$$

である。ここに $\vec{v}_*$ は粒子の重心速度、 $\vec{v}$ は粒子の近傍の空気の平均速度であり、 D は抵抗係数を表す。空気の運動は、各粒子から働く摩擦力を外力項にもった方程式

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right] = -\nabla p + \sum D(\vec{v} - \vec{v}_*) \quad \cdots (2)$$

に従う。粒子の直径に比べて粒子間隔が非常に大きいので、粒子間の干渉は空気流の変化を介して現れるものの以外は考える必要がない。また、粒子が占める体積分率は非常に小さいので、空気流は非圧縮性流体の連続の式

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad \cdots (3)$$

を満たすと考えてよい。観測の時間を適当に粗く取れば、各瞬間で粒子は

$$D(\vec{v} - \vec{v}_*) = m\vec{g} \quad \cdots (4)$$

で定まる局所的な終末速度で働くから、式(2)は

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right] = -\nabla p - n m \vec{g} \quad \cdots (5)$$

と書き換えられる。すなわち、粒子群に働く重力と同じ力が空気に外力として働くことになる。連続体記述

によったときの局所的な粒子数密度 n は

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{v}_* \cdot \nabla n = -n \nabla \cdot \vec{v}_* \quad \cdots (6)$$

に従う。式(5)より $\vec{v}$ が求められれば、式(4)と式(6)から $\vec{v}_*$ と n が算出できる。

マイクロバースト現象での下降流を特徴付けるために考えた上記の力学モデルが物理的に意味があるのは、粒子群の下端が地面に達する時間までである。しかし、その後の流れの発展を続けて追跡することにより、下降流が拡散流⁽⁴⁾に及ぼす効果についても知ることができであろう。ただし、仮定した非粘性近似の下では、地表での粘着条件を満たすことができない。空気は、地表で法線速度成分をもたないが、凝縮粒子は空気に対してつねに mg/D の下向きの相対速度をもっているため、地表に達した粒子は計算から除外する必要がある。

運動方程式(5)の回転を取ることによって、渦度 ω に対する方程式が導かれる。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{v}_* \cdot \nabla \omega = -\frac{mg}{\rho} \frac{\partial n}{\partial x} \quad \cdots (7\cdot a)$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = -\nabla^2 \psi \quad \cdots (7\cdot b)$$

この流れ関数 ψ と渦度 ω を用いて表現した定式化によれば、式(7・a)によって生成された渦度がピア・サバールの法則(7・b)によって流れを作るととらえることができる。後の計算結果の解釈で示すように、マイクロバースト現象は渦度に着目して考えるとわかりやすい。

2・2 抵抗則 式(4)の代表的な抵抗則に

$$D = 6\pi\mu a \quad \cdots (8\cdot a)$$

$$D = C_D \rho |\vec{v} - \vec{v}_*| \pi a^2 \quad \cdots (8\cdot b)$$

の二つが考えられる。ストークス抵抗則(8・a)は、空気の動粘性係数を $\eta = \mu/\rho$ で表して、レイノルズ数 $Re = 2a|\vec{v} - \vec{v}_*|/\eta < 1$ の場合に妥当で、式(8・b)のように抵抗係数 C_D を用いて表現したときには $C_D = 24/Re$ となり、空気と粒子の速度差が小さいと C_D の

Table 1 Terminal velocity and relaxation time

	Stokes resistance	$C_D = 0.8$
Terminal velocity	$\left(\frac{1}{18} \frac{\rho_* g}{\rho_* \eta} \right)^{1/3}$ $\approx 0.8 \text{ m/s}$	$\sqrt{\frac{8}{3C_D} \frac{\rho_*}{\rho} a g}$ $\approx 4 \text{ m/s}$
Relaxation time	$\left(\frac{1}{18} \frac{\rho}{\rho_*} \frac{1}{\eta g} \right)^{1/3}$ $\approx 0.8 \text{ s}$	$\ln(2e-1) \sqrt{\frac{2}{3C_D} \frac{\rho_* a}{\rho g}}$ $\approx 0.3 \text{ s}$

値が大きくなる。このことは後に重要な意味をもつことになる。\$C_D\$ が速度差の関数であるときには \$\nabla \cdot \vec{v}_* \neq 0\$ であるので、式(6)の右辺は零にならない。参考のため表1に、\$Re=1\$ の条件(したがって、粒子の半径は \$a=[2.25(\rho/\rho_*)\eta^2/g]^{1/3} \approx 0.1\$ mm と定まる)で式(8・a)から算出した終末速度と速度緩和時間、ならびに式(8・b)で \$C_D=0.8\$、粒子半径 \$a=0.5\$ mm⁽⁵⁾ と置いて求めた終末速度と速度緩和時間の計算結果を示しておく。

2・3 蒸発過程の力学的寄与の検討 本モデルでは、粒子の生成と消滅に関係した熱力学過程を無視しているが、下降流の形成過程での粒子の蒸発が本モデルの妥当性を損なうものではないことを確かめておく。空気は粒子の気化によって熱を奪われると密度が上がって下向きの力を受ける。この過程も微視的に見れば、空気の密度が一様に上がることはないから、局所的に高密度の空気の運動を粒子と一体して考えることができる。実際、粒子の蒸発時間 \$t\$ の大きさは、液滴の蒸発関係式 \$a^2 \approx (\rho/\rho_*)\eta Bt\$ (スポールディングの輸送数 \$B\$ は1に比べて小さな値を取る)⁽⁶⁾ を用いて評価でき、蒸発期間に粒子が落下する距離は表1の終末速度を用いて \$Ut \approx (\rho_*/\rho)(a^2/\eta B)\sqrt{(8/3)C_D^{-1}(\rho_*/\rho)ag}\$ となり、\$a=1\$ mm では1 km と見積もることができる。ただし、この計算では、空気は静止していると仮

定しているの、下向きの空気の動きも考えると、この距離はさらに長くなる。他方、粒子が蒸発した後、局所的に冷えた空気が一様化するのに要する時間は、\$(\eta n^{2/3})^{-1}\$ の大きさの同じ程度であるから、蒸発時間に比べて非常に短いものになるが、実際には粒子数密度が高いと空気は飽和状態にあるので粒子の蒸発時間がかなり長くなる。粒子の蒸発期間に粒子領域の体積に大きな変化がなければ、単位体積当たりに働く重力に変化はないから、蒸発の有無にかかわらず、モデル式(4)は成り立つものと考えられる。すなわち、蒸発が等容的に起きるとすれば、重力が空気に及ぼす作用は蒸発しない粒子の場合と同じである。

2・4 初期時刻の解析解 初期 \$t \approx 0\$ の解は解析的に求めることができ、後の解析に利用できる。

初期に生じる空気の流速は小さいので、運動方程式(4)において非線形項は無視でき、発散を取って圧力に対するポアソン方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} \nabla^2 p &= -mg \frac{\partial n}{\partial z} \\ &= -n_0 mg [\delta(y-Y) - \delta(y-Y-H)] \\ &\times U \quad (-L \leq x \leq L) \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここに \$\delta\$ はデルタ関数、\$U(-L < x < L)\$ は \$-L < x < L\$ で1、それ以外で零の値を取るステップ関数である。地表 \$y=0\$ での境界条件を満たす解は、鏡像を考えて、次のように求められる。

$$\begin{aligned} -\frac{2\pi p}{n_0 mg} &= -\frac{1}{2}(x-L) \ln \left[\frac{(x-L)^2 + (y-Y)^2}{(x-L)^2 + (y-Y-H)^2} \frac{(x-L)^2 + (y+Y)^2}{(x-L)^2 + (y+Y+H)^2} \right] \\ &+ \frac{1}{2}(x+L) \ln \left[\frac{(x+L)^2 + (y-Y)^2}{(x+L)^2 + (y-Y-H)^2} \frac{(x+L)^2 + (y+Y)^2}{(x+L)^2 + (y+Y+H)^2} \right] \\ &- |y-Y| \left\{ \tan^{-1} \frac{x-L}{|y-Y|} - \tan^{-1} \frac{x+L}{|y-Y|} \right\} \\ &+ |y-Y-H| \left\{ \tan^{-1} \frac{x-L}{|y-Y-H|} - \tan^{-1} \frac{x+L}{|y-Y-H|} \right\} - |y+Y| \left\{ \tan^{-1} \frac{x-L}{|y+Y|} - \tan^{-1} \frac{x+L}{|y+Y|} \right\} \\ &+ |y+Y+H| \left\{ \tan^{-1} \frac{x-L}{|y+Y+H|} - \tan^{-1} \frac{x+L}{|y+Y+H|} \right\} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

各点の空気流速は

$$\vec{v} = -t(n_0 mg/\rho) [(n_0 mg)^{-1} \nabla p + 1 \vec{e}_y] \quad \dots\dots\dots (11)$$

によって与えられ、時間とともに直線的に変化する。図1に、対称軸 \$x=0\$ 上での空気の加速度分布を、地表の影響がない \$Y \rightarrow \infty\$ の場合に対して示す。二つの極限的な状況が考えられる。(1)初期粒子群領域の縦横比 \$\lambda \equiv L/H \rightarrow \infty\$ は、間隔 \$H\$ 離れて強さ \$nmg\$ の正と負の(無限の広がりをもった)わき出し面が存在する場合であり、その間に作られる圧力こう配は \$nmg\$ で、粒子に働く重力を打ち消して沈降平衡が成り立っている。すなわち、粒子領域の空気は全体として静止状態に保たれていて、その中を粒子が一定の速度で落下していく。考えている問題では、粒子は宙に浮いているので、粒子柱の横幅 \$L\$ が非常に広いと、底面の圧力が上がる。これによって、下方の空気が押され、全体として大きな循環流れができるまで、粒子領域の空気は動かない。(2) \$\lambda \rightarrow 0\$ の場合には粒子柱内の空気に大きな下向きの力が作用して空気が加速される。これより粒子柱は縦に細長いことが強い下降流を生み出すうえで重要であることがわかる。

2.5 基礎方程式の無次元化 粒子数密度分布 n

を初期の一様値 n_0 で無次元化する。粒子柱の長さ H で座標を無次元化する。前項の初期解より圧力は

$$\bar{P} = \frac{P}{n_0 mgH} \quad (12)$$

と置いて無次元化するのがよいとわかる。また、式(11)で空気の初期加速度(代表速度を代表時間で割った値)の大きさが $n_0 mg/\rho$ であることより、代表速度 $\times$ 代表時間 = 代表距離 H と置いて、代表速度と代

表時間が定まる。

$$\hat{v} = \frac{\vec{v}}{\sqrt{\frac{n_0 mgH}{\rho}}}, \quad \hat{t} = \frac{t}{\sqrt{\frac{\rho H}{n_0 mg}}} \quad (13)$$

このようにして求めた代表速度は、粒子柱の重さによって作られる付加の圧力を下降空気流の動圧に等しく置いて求めたものと同じになる。

例えば、 $H=1$ km, $a=0.05$ cm, $n_0=100$ cm⁻³ とする⁽⁵⁾ と、代表速度は 700 m/s 程度、代表時間は 1.5 s 程度になる。

支配方程式は以下のように無次元化される。

$$\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{t}} + \hat{v} \cdot \nabla \hat{v} = -\nabla \hat{p} - \hat{n} \hat{e}_y \quad (14)$$

$$\nabla \cdot \hat{v} = 0 \quad (15)$$

$$\hat{v} - \hat{v}_* = \sigma \hat{e}_y \quad (16)$$

$$\frac{\partial \hat{n}}{\partial \hat{t}} + \hat{v}_* \cdot \nabla \hat{n} = 0 \quad (17)$$

ただしここに

$$\sigma = \frac{1}{DV} \sqrt{\frac{\rho mg}{n_0 H}} \quad (18)$$

と置いている。ほかに初期条件を通して二つの幾何学的な無次元パラメータが現れてくる。粒子群領域の縦

Fig. 1 Initial air acceleration distribution along center line

(a) $\sigma=0.0027$

(b) $\sigma=27$

Fig. 2 Temporal evolution of number density, vorticity, pressure and velocity fields for $\lambda=0.7$ and $\sigma=0.0027$ and 27

横比 λ と粒子柱の無次元高度 $\hat{Y}$ である。系の力学的な特性を特徴付ける唯一の無次元パラメータ σ の物理的な意味をつかむためには、 $D\Delta v = mg$ によって代表速度差 Δv を導入するとよい。

$$\sigma^2 = \frac{\rho mg}{n_0 D^2 H} = \frac{\rho \Delta v^2}{n_0 mg H} \quad \dots\dots\dots (19)$$

と表現できるから、 σ^2 は浮遊粒子による付加の圧力によって生み出される、粒子に対して相対的な空気の流れの運動エネルギーとの比を表す。抵抗係数 D の値が大きいと相対速度が小さくなるので、 σ は小さな値を取る。このときには、粒子柱内の空気は粒子と一緒に動いて粒子領域の変形が起きない限り、絶えず加速され続けることになるから、実際には、変形が重要な役割を果たすことになる。

2.6 数値計算結果 無次元方程式(14)～(17)をフラクショナル法⁽⁷⁾で数値的に解いた。計算は、初期粒子柱の長さ H と高度 Y を $H=1$ km と $Y=5$ km に固定して、二つのパラメータ λ と σ の効果を同定することを目的に行った。図2に、 $\lambda=1.45$ に対して $\sigma=0.0027$ と 27 と置いた場合の計算結果を示す。上段は、粒子数密度、空気流の渦度、圧力、速度ベクトルの時間的変化を示す。渦度分布図に記入された矢印は、その時刻での最大渦度の位置を示す。下段には、それぞれの計算条件での各瞬間の渦度と速さの最大値の時間的変化が描いてある。 $\sigma=27$ のときには、鉛直に伸びた帯状の渦度分布が作られる。粒子の落下速度が大きいので短い時間の間に粒子柱は地表に達してい

る。与えられた条件の下での計算から得られる各瞬間の最大渦度の時間的変化を表す曲線のピークは、初期粒子柱下端の側面部位置にでき、粒子柱上端が通過するまで、時間の経過とともに直線的に強度が増していき、最大値 $\omega_{\max}$ を取った後、最大渦度位置は下降流に乗って下方に移動しながら、数値拡散あるいは数値粘性によって強さを減じていく。各瞬間での最大流速は、最大渦度と同じ高さの中心軸上に生じ、渦度の増加とともに直線的に増大した後、渦度がピークに達した時点 t_1 でほぼ一定速度になっており、このとき粒子は重力と抵抗が釣り合った一定の終末速度で落下していることがわかる。落下粒子によって生み出された空気流速は小さいので、重力の影響は粒子の終末速度だけに現れていると考えてよい。粒子柱が表面に達した ($t=t_3$) 直後に、最大速度が突然上がっているのは最大風速位置が地表面上に移るからである。これに対して、 $\sigma=0.0027$ の場合の最大渦度と速度の時間的変化はずいぶん違ったものになっている。最大渦度は、はじめ直線的に増大して $t=t_1$ に極大値を取った後、いったん、下がって、 $t=t_2$ 以降再び増大する。最大風速が単調増加していることより下降流が加速され続けていることがわかる。すなわち、この場合、粒子に働く重力は空気の加速に向けられていることがわかる。図2の物理的解釈は後に記述するとして、一般的に計算結果を整理するため、渦度が最初にピークを示す時刻での最大風速値を $V_{\max}$ として $\omega_{\max}$ とともに下降空気流の強さを特徴付ける量として用いることにする。

Fig. 3 Peak vorticity and velocity variations with σ and λ

2・6・1 パラメータの効き 所与の Y と H に対して、パラメータ λ, σ の値を変えると、下降流の強度が変化する。図 3(a) に λ を固定して σ を変化させたときの最大渦度とそのときの最大速度の変化を、また、図 3(b) に σ を固定して λ を変化させたときのものを示す。図 3(a) は、 $\sigma \approx 1$ を境にして傾向が変化しており、下降流を支配する物理の変化を思わせる。 σ の値が小さいときの最大渦度が $O(1)$ の値を取り、 σ に無関係になっていることは、そのときの現象を記述するのに、式(12)と式(13)の無次元化が適切であることを物語っている。実際、式(16)で $\sigma=0$ と置くと、粒子の速度と空気の流れが一致し、方程式(14), (15), (17)は、流れに応じて変形する領域に作用する一様な外力の下での空気の流れを記述する。これは $\sigma \rightarrow 0$ の極限で粒子によって引き起こされる $O(1)$ の流れを与えるからである。下降流速度が大きな値を取ることから、マイクロバーストは、この場合に対応すると考えられる。他方、大きな σ では最大渦度と速度は σ に反比例して変化している。さらに、 $\sigma=27$ の場合について λ の効果を調べると、 λ が大きくなるピーク最大速度がそれに反比例して小さくなり、ピークに達するまでの時間は長くなっていることがわかる。渦度がピーク値に達するまでの時間は、はじめに粒子柱に接触していた空気が、その後も接触し続ける時間に対応すると考えられ(空気が運動するとしても、速度差が一定であるので)、 λ/σ に比例する(ただし、 λ があまりにも小さいと氷粒子群は柱としての特性を失うので、この限りでない)。これより σ の値が大きい場合の速度、時間、圧力の無次元化は

$$\hat{v} = \frac{\vec{v}}{n_0 DH / \rho}, \quad \hat{t} = \frac{0}{n_0 D}, \quad \hat{p} = \frac{P}{(n_0 DH)^2 / \rho} \quad \dots\dots\dots (20)$$

によることがわかる。この場合は、下降流の速度が小さく、普通の積乱雲での降雨状態が対応すると考えられる。代表速度が mg に独立であることに注意しよう。粒子の落下速度は mg に関係するが、それによって引き起こされる風の強さは mg には無関係である。反面、抵抗係数への依存性が強いことから、抵抗法則の違いに敏感であると予想される。ストークス抵抗に

よった場合には、粒子が大きく、多数ある場合に大きな風速を得ることが知れる。パラメータ σ の値によるスケーリングの変化を表 2 にまとめる。

2・6・2 結果の物理的解釈(渦層の力学) 本計算では粒子の速度緩和過程を無視しているの、最初粒子は静止気体中を一定の速度で落下する。粒子から力を受けて粒子柱内の空気が下方に加速され、粒子柱の側方の空気との間に滑りを生じ渦層が形成される。初期粒子柱の下端近くでは、空気と粒子の接触時間が長くて渦度の値が大きくなる。渦度は縦に長く帯状に分布し、長さが有限であるため、最大渦度部を中心として、内側の下降流とつながった循環流れが外側に形成される。この流れは渦度がないところに作られる流れであるから、ポテンシャル流れである。しかし、自由渦と同様、回転流の遠心力によって、最強渦度部を中心にして圧力降下が起きる。初期に粒子柱の上端に位置していた低圧部が、時間が進むと側面に移動するのは、このためである。このような“渦”の生成のため、本計算に先立って実施した全粒子柱を計算領域に含めた計算では、 y 軸に関する流れの対称性がくずれた。もし、渦が対称に発達すれば、流れは対称性を維持するが、軸対称の代わりに行っている本二次元計算では、たまたま、片側の渦の発達が先行すると、段違いの渦となり、二つの渦が対をなして運動をするため、片方に寄った流れになってしまう。このようなことが起きないように、本計算では、対称面の片側半分だけを計算している。

図 4 に基づいて式(4)と式(7)が表す物理的な意味を考えることによってパラメータの物理的意義がわかる。

ある高度の渦度は粒子柱に接触している時間に比例して大きくなるから、有限長さの柱では、粒子の落下速度が大きすぎると、空気を加速する間もなく落下し

Fig. 4 Downdraft velocity generated by falling particles

Table 2 Scaling of Downburst Phenomena

	$\sigma < 1$	$\sigma > 1$
Velocity	$\sqrt{n_0 mgH / \rho}$	$n_0 DH / \rho$
Pressure	$n_0 mgH$	$(n_0 DH)^2 / \rho$
Time	$\sqrt{\rho H / n_0 mg}$	$\rho / n_0 D$

てしまうので、強い空気の下降流は作られず、渦度も大きくならない。抵抗係数が大きいと、空気に対して相対的な落下速度が小さくなるが、空気に働く力が大きくなるので空気を下方に強く加速する。粒子の速度は空気の下降速度 V と相対落下速度 mg/D の和である。長さ H の粒子群柱を考え、これが mg/D で降下しているとすると、柱の通過に際して生成される渦層の単位長さ当たりの循環の大きさは、 v_s と V が同じ程度の大きさを取ることに注意すれば、次のように求められる。

粒子の数密度が変化する層の幅を δ とすると、数密度こう配は nmg/δ となり、これによって単位時間に幅 δ の層に作られる渦度の大きさは $nmg/\delta/\rho$ に比例することが知れる。初期粒子柱の下端位置で考えると、粒子と接触している間に作られる渦度は、 $nmg/\delta/\rho$ に粒子が柱の高さだけ移動するのに要する時間 $H/(V+v_s+mg/D)$ を掛けて求められる。これに δ を掛ければ、単位長さ当たりの渦層の循環が求められ、それは渦層によって誘導される空気の下降流速の大きさと一致しなければならない。したがって、 k_1 と k_2 を $O(1)$ の数値として、 $v_s=k_1 V$ および

$$\frac{H}{V+v_s+\frac{mg}{D}} \frac{n_0 mg}{\rho} = k_2 V \dots\dots\dots (21)$$

と置くと、

$$V = \sqrt{\frac{n_0 mg H}{\rho} \frac{1}{2(1+k_1)}} \left[-\sigma + \sqrt{4(1+k_1)} \right]$$

$$\rightarrow \begin{cases} O\left(\sqrt{\frac{n_0 mg H}{\rho}}\right) : \sigma \rightarrow 0 \\ O\left(\frac{n_0 D H}{\rho}\right) : \sigma \rightarrow \infty \end{cases} \dots\dots\dots (22)$$

となる。すなわち、空気の下降流速度 V と粒子の相対速度 mg/D の比の大小関係によって表 2 に示したパラメータの依存性が現れることがわかる。

よく知られているように、薄い渦層は自己誘導速度によって端から巻かれていく性質をもっている。しかし、計算では、渦層前縁が地表に近づいても先端が巻き上がることはなかった。むしろ、逆に渦層は中央に向かって伸びていった。これは、渦層の巻上げを阻止する作用が働いているからであり、粒子に働く重力が重要な役割を果たしている。実際、粒子の相対速度が大きいと、渦層先端では先行して落下する粒子によって絶えず新たに渦度が前方に作られるので、渦層の自己誘導速度による渦層先端の巻上がりが阻止される。渦層の端に作られる自己誘導速度の大きさは、渦層厚さの対数の程度で発散するものであるから、この速度

よりも相対速度が大きければ、巻上がりが起きないであろう。このことを、先の議論を用いて定式化すれば、単位長さの循環を V として、 $mg/D > -V \ln \delta$ 、すなわち、 σ を式(22)のかぎ括弧内の量で割った値が $-\ln \delta$ より大きければ、渦層の巻上げは起きないことになる。渦層の幅が小さくても対数で効くので、右辺は $O(1)$ の量であると考えてよく、 δ の値が $O(1)$ 以下の場合に限って粒子柱の下端で渦層の巻上がりが起きることが知れる。しかし、この場合においても以下に述べるように、新たな渦層の生成を促すので、効果は小さなものにとどまるであろう。

$\sigma=0.0027$ の計算では、粒子柱の上端がほとんど定位置にとどまっているのに対して、下端は沈降するにしたがってそこにくさび状の渦度層ができた(図 2)。これは中央の粒子が早く降下して渦度が作られるとともに、それによって生成された流れによって粒子がさらに下へ運ばれるからである。よく観察すると、はじめ、渦層は下端で巻き上がろうとしている。それにより粒子柱の底辺が下に凸な形に曲がると、突出部の境界に水平方向の密度こう配ができ、渦度が生成されて、下向きの誘導速度を生むので、ますます先端が突き出るようになる。空気との間の相対速度が大きい場合には、粒子は自ら作り出す流れの影響を受けることはあまりないが、抵抗が大きいときには、むしろ流れは中央に集中化する傾向にあり、渦輪の描像とは大きくかけ離れたものになる。先端部で衝突する粒子群の先端部中央の数密度が、外側より低くなっているのはくさび形をした渦度層に沿って誘導される流れのためである。下端で巻上げをを起こした粒子群側面の渦度層と、粒子群底辺が突き出て新たに形成された渦度層とがつながって、全体としてラムダ形をした渦度層が最終的にでき上がり、その周囲にはラムダ形の渦度層を境として三つの循環流れが作られているのが図 2 の流れである。このようにして、相対速度が小さくても、下降流速が大きければ強い渦度が作られることになる。

下降流の先鋭化に関して別の見方もできる。先に述べたように、極限状況においては、粒子に働く重力は抵抗を通してそのまま粒子領域の空気に作用することになるので、粒子領域を自由に變形できる一つの物体とみなせば、周囲の空気の流れは加速度運動する物体まわりのポテンシャル流れとしてとらえることができる。この場合、ポテンシャル流れであるから、物体に抵抗は働かないが、周囲の空気を動かすために必要な見掛けの質量による力を考慮しなければならず、この力が重力と釣り合うことになる。よく知られている

ように、見掛けの質量の大きさは物体の運動方向の投影面積に比例し、粒子領域の先端が突き出て物体が細くなると小さくなる。すなわち、粒子領域を占める空気の下降加速度は大きくなる。図2(b)の下段の速度変化の図は、このようにして、粒子領域形状の変形に伴う加速度変化としてとらえることができる。

2・6・3 拡散流への遷移 最も簡単なマイクロバーストのモデルとしてしばしば、平らな壁に衝突する渦輪の流れが引用される。粒子柱の降下中に側面に作られた渦層が自己誘導速度によって下端から巻き上がって渦輪が作られれば、このようなモデルが当てはまるが、上で述べたように下降流での渦層の巻き上がりは困難である。しかし、下降流が地面に衝突して水平方向に拡散する段階になると、巻き上がりを直接阻止する要因がなくなるので、渦層は急速に巻き上がり不安定化していくであろう。したがって、渦輪モデルはむしろ拡散流を記述するモデルとして適当であるが、渦輪の強さを予測するには下降流の解析が必要である。ちなみに、本計算では空気の密度変化を考慮していないので、 σ が大きい場合の計算で、下降途中で粒子群を取り去る操作を行うと、渦層が巻き上がって渦輪を作り、それが地面に向かっていく現象が見られた。

3. お わ り に

積乱雲の降雨やダウンバーストは凝縮粒子がもつ重力エネルギーが運動エネルギーに変換する過程としてとらえることができる。一つの大きな粒子が落下するときには、空気に伝えられるエネルギーの割合は小さく、周囲空気はほとんど静止したままで、重力と抵抗力が釣り合う一定の速度差をもって粒子が落下する。しかし、同じ質量でも、粒子を細かく分割して分散させて落下させれば、各粒子の相対速度は小さく、空気を動かしてエネルギーをこれに伝えることができる。この場合、粒子に働く重力は抵抗を通してそのまま空気に働き、空気を下方に加速する。本研究では、簡単なモデル計算によって、この二つの様式を分ける無次元パラメータの内容をあきらかにして、マイクロバーストの生成条件を解析的に導くとともに下降流の特性

を明らかにした。マイクロバーストは下降流と、それが地表に衝突して作られる拡散流とからなるが、拡散流の強さは下降流によって決まるので、マイクロバースト現象の解明には下降流の力学の解明が第1に重要である。本研究から得られた知見をまとめると以下のようになる。

空気の速度が凝縮粒子のそれより十分小さければ、空気は粒子の通過によってすぐ影響を受けなくなる。したがって、マイクロバーストが起きるためには $n_0 DH/\rho > mg/D$ すなわち、 $\sigma < 1$ の条件が満たされなければいけない。この条件は、マイクロバーストを起こす初期凝縮粒子柱の幾何学的条件とともに上空で生成する凝縮粒子の数と大きさに制限を課す。沈降速度が小さくなるような抵抗係数の大きい粒子群がマイクロバーストを起こしやすく、下降流の風速は $(n_0 mgH/\rho)^{1/2}$ の大きさの程度である。平板に衝突する渦輪とのアナロジー⁽⁸⁾ による説明は拡散流に対して有効であり、加速下降流では渦層の巻き上がりは抑制され、むしろ先鋭化する傾向にあることがわかった。

本研究は「高精度の地球変動予測のための並列ソフトウェア開発に関する研究」の一環として高度情報科学技術研究機構からの委託を受けて行われたものの一部である。

文 献

- (1) Fujita, T. T., *SMRPRes. Paper*, 137, Dept. Geophys. Sci. Univ. of Chicago, IL, (1976), 51.
- (2) Caracena, F., Holle, R. L. and Doswell III, Microbursts, C. A., *A Handbook for Visual Identification*, <http://www.nssl.noaa.gov/~doswell/microbursts/Handbook.html>, (1997).
- (3) Droegemeier, K. K. and Babcock, M. R., *AIAA Paper*, 89-0821, Reno, Nevada, (1989).
- (4) Droegemeier, K. K. and Wilhelmson, R. B., *J. Atmos. Sci.*, **44**(1989), 1180-1210.
- (5) 小倉義光, 一般気象学, (1990), 210, 東大出版.
- (6) Williams, F. A., *Combustion Theory*, 2nd ed., (1985), 62, Addison-Wesley.
- (7) Chorin, A. J., *Math. Comput.*, **22**(1965), 745-762.
- (8) Caracena, F., *Bull. World Meteor. Org.*, **36**(1987), 278-284.