管束内脈動流による軸方向熱拡散に及ぼす管断面形状の影響*

稲葉 武彦^{*1}, 田原 己紀夫^{*2}, 齋藤 賢一^{*1}

The Effect of the Pipe Cross-Sectional Shape on the Longitudinal Heat Transfer in Oscillatory Flows in Pipe Bundles

Takehiko INABA^{*3}, Mikio TAHARA and Ken-ichi SAITOH^{*3} Osaka University, Dept. of Mechanophysics Engineering, 2-1 Yamadaoka, Suita, Osaka, 565-0871 Japan

The enhancement of longitudinal heat transfer by means of fluid pulsation in pipe bundles has been investigated. Bundles of circular, triangular, square and hexagonal pipes are considered. Heat transfer characteristics of each pipe and the gross performance as pipe bundles including the heat conductance in pipe walls are discussed. The distribution of the longitudinal heat transfer intensity across the pipe section reveals the existence of a region where heat is transferred toward the high temperature end when the pulsation frequency is high. Although the gaps between three circular pipes deteriorate the heat transfer characteristics by fluid in a circular pipe bundle, when acrylic pipes are assumed, the gross performance is the best with a circular pipe bundle, because the area ratio occupied by pipe wall in a cross-section, where the low thermal conductance deteriorates the performance, is least when the pipes are circular.

Key Words: Pipe Flow, Pulsation, Heat Transfer Enhancement, Pipe Bundle, Cross-Sectional Shape

1. ま え が き

一定温度に保たれた高温側と低温側の二つのタンクを細長い管で結び、管内の流体に脈動を与えることにより、高温側から低温側への高い熱輸送特性が得られる。この装置の熱輸送特性について、理論、実験の両面から、これまで多くの研究^{(1)~(7)}がなされていて、長手方向熱輸送量が流体脈動振幅の自乗と長手方向温度勾配の積に比例するという、基本的性質が分かっている。これらのうち、理論研究は単一の管についての解析が主であるが、管が細いため、単一の管による熱輸送量は小さい。したがって実用上は何本かの、このような管からなる管束が用いられ、液封の問題もあるので、管束全体を一つの管に入れた上、断熱される。Kurzweg は平行平板流路⁽³⁾の場合について、流路と流路壁からなる横方向に周期的な場を考え、流路壁の熱伝導も含めて

理論的に解析しているが、上述のような管束についてはこれまで解析がなされていない。管束の場合、円形断面管では個々の管の間にすき間ができ、このすき間部の存在が熱輸送性能を低下させることが考えられ、単一の管に対する解析結果からだけでは性能評価ができない。空間充填の観点から、このようなすき間ができる円形断面管よりは、すき間なく配置できる他の形状(三角形、正方形など)の管の方が有利となる可能性もある。本報では、管断面形状として円形以外に正多角形(正三角形、正方形、正六角形)を考え、管内で生じる現象や管束としての熱輸送性能を解析した。

2. 理論解析

一定温度に保たれた高温側および低温側容器をつなぐ、図1に示すような円と正多角形を断面とする細長い管の管束内脈動流による軸方向の熱輸送を考える。非圧縮性流体の層流を仮定し、速度場および温度場は時間的、空間的に十分発達しているものとする。この場合、速度場は管軸方向に不変である。また、温度場も管壁が断熱であったり、本研究のように管断面方向に周期

* 原稿受付 1998年11月16日。

^{*1} 正員, 大阪大学大学院工学研究科 (☎ 565-0871 吹田市山田丘 2-1)。^{*2} 准員, 松下電器産業(株) (☎ 571-0056 門真市松葉町 2-7)。

E-mail: inaba@mech.eng.osaka-u.ac.jp

的な場である場合には、その断面内分布形状は管軸方向に不変である。したがって、流体に対する無次元化された運動方程式は

$$W_o^2 \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla^2 w \quad (1)$$

となる。ただし、 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ である。境界条件は固体壁上で

$$u = v = w = 0 \quad (2)$$

である。流体部分に対する無次元化されたエネルギー式は

$$P_r W_o^2 \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = \nabla^2 \theta \quad (3)$$

となり、管壁の熱伝導に対する式は

$$\sigma P_r W_o^2 \frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla^2 \theta \quad (4)$$

となる。ここで x, y は断面内座標、 z は管軸方向座標、 u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向流速、 t は時間、 $W_o = a\sqrt{\omega/\nu}$ (a : 管半径、 ω : 脈動の角振動数、 ν : 流体の動粘性係数) はウォムスレイ (Womersley) 数、 $P_r = \nu/a_f$ (a_f : 流体の熱拡散率) はプラントル数である。無次元化は長さを円管の内半径 a で、時間を $1/\omega$ で、速度を $a\omega$ で、圧力を $\rho\nu\omega$ (ρ : 流体の密度) で行っている。無次元温度 θ は

$$\theta = (T - T_L)/(T_H - T_L) \quad (5)$$

で定義され、 T_H および T_L は高温側および低温側の代表温度で、それぞれ一定値を保つ。また、 $\sigma = a_f/a_s$ であり、 a_s は固体壁の熱拡散率である。エネルギー式に対する境界条件は、流体と固体界面で熱流束が等しいという条件から

Fig. 1 Cross-sectional shapes and computational domains (thick lines, x_1 represents the horizontal direction and x_2 , the upper right direction)

$$\gamma \frac{\partial \theta_f}{\partial n} = -\frac{\partial \theta_s}{\partial n} \quad (6)$$

となる。ただし、添字 f は流体に、 s は固体に関する量であることを示し、 $\gamma = \lambda_f/\lambda_s$ (λ_f, λ_s はそれぞれ流体、固体の熱伝導率) であり、 n は流体、固体のそれぞれの領域内部から見た外向き法線である。

管断面形状としては図1に示すように、円形、正三角形、正方形、正六角形を考える。各形状の管内部の断面積はすべて円形断面の管内断面積と同じにし、管壁の厚さもすべて円の内半径に等しいとした。作動流体としては水を想定し、 $P_r = 6$ とした。管壁の材料物性もこの装置の熱輸送特性に影響を与えるが、ここではアクリルを想定し、 $\gamma = 2.87$, $\sigma = 1.18$ とした⁽⁸⁾。また、管束は無限に広がるものとする。

圧力勾配が

$$\partial p/\partial z = -K \cos t \quad (7)$$

のように変化する場合を考えると、式(1)の解は

$$w = \Re_e \{ f(x, y) e^{jt} \} \quad (8)$$

とおいて求めることができる。ただし、 $j = \sqrt{-1}$ は虚数単位であり、 $\Re_e$ は実部を表す。式(7)、(8)を式(1)に代入すると、 f は

$$j W_o^2 f = K + \nabla^2 f \quad (9)$$

を境界条件

$$f = 0 \quad (\text{管壁上}) \quad (10)$$

のもとに解いた解である。一方、温度場については、管束が無限に広がると仮定しているので、管軸方向温度勾配は至る所一定となる。すなわち

$$\partial \theta / \partial z = -k (\text{一定}) \quad (11)$$

である。したがって、温度の解は

$$\theta = 1 - kz + \Re_e \{ kg(x, y) e^{jt} \} \quad (12)$$

とおいて求めることができる。 g は上式を式(3)、(4)に代入して得られる

$$P_r W_o^2 (j g_f - f) = \nabla^2 g_f \quad (\text{流体部分}) \quad (13)$$

$$j \sigma P_r W_o^2 g_s = \nabla^2 g_s \quad (\text{固体部分}) \quad (14)$$

を管壁上での境界条件

$$\gamma (\partial g_f / \partial n) = -\partial g_s / \partial n \quad (15)$$

のもとに解いた解となる。

流体脈動の1周期間の輸送熱量を単位時間当たりの輸送熱量 Q として表すと、流体によるそれ Q_f は

$$Q_f = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int \left(w\theta + \frac{k}{P_r W_o^2} \right) dx dy dt \quad (16)$$

管壁の熱伝導による輸送熱量 Q_s は

$$Q_s = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int \frac{k}{\gamma P_r W_o^2} dx dy dt = \frac{k}{\gamma P_r W_o^2} \int \int dx dy \quad (17)$$

となる。

3. 結果と考察

式 (9), (13) および (14) は Galerkin 有限要素法を用いて解いた。形状の対称性から、図 1 に太線で示す三角形の部分を実算領域とした。この三角形の辺のうち、管断面の中心同士を結ぶ方向(これを x_1 方向とよぶ)に沿う速度分布の計算結果を円管の場合について解析解と

Fig. 2 The comparison between analytical and numerical solutions(circular pipe, $W_o = 4$, $w_a = 3$)

比較して図 2 に示す。キャプション中の w_a は流体脈動振幅の断面平均値である。

以下の計算例においては、2. で述べたように、すべて $P_r = 6$, $\gamma = 2.87$, $\sigma = 1.18$ とした。また、本論文では管端の影響を無視した場を扱っているので、温度変動の大きさや熱輸送量などはすべて軸方向温度こう配 k に比例する。この温度こう配は管の長さに応じて変化(管の長さの逆数に比例)するが、上述のように温度に関する解はすべて k に比例するので、計算では $k = 1$ とした。図中、無次元温度が 0 ~ 1 の範囲を超えているのは、そのためである。また、管の長さのことは考慮の対象外にしているため、管軸方向の温度変化を除外し、温度分布は断面平均温度を 0 とした結果で示してある。

計算はすべて管束について実施したが、はじめに、管束を構成している一つの管内での現象に着目する。図 3 は図 1 の x_1 方向に沿う速度分布と温度分布を、円形断面と三角形断面管について示したものである。図の縦軸は管中心からの距離を壁面までの距離で正規化してとってある。また、ここではすべての断面形状の管で w_a を同一 ($w_a = 3$) にとっている。図は $W_o = 3$ について示したものであるが、速度分布、温度分布とも、断面形状の違いによる差は比較的目立たない。このことは正方形および正六角形断面でも、また他の値の W_o についても同様である。しかし図 4 に示す、管中心と頂点(円の場合はすき間の中心)を結ぶ方向 (x_2 方向) に沿う分布は、断面形状に応じて大きく異なる。三角形断

Fig. 3 The velocity and temperature distributions along x_1 ($W_o = 3$)

Fig. 4 The velocity and temperature distributions along x_2 ($W_o = 3$) Fig. 5 The amount of heat transfer in a pipe of various cross-sectional shapes ($w_a = 3$)

面では円形断面に比べ速度境界層，温度境界層とも大きい。特に壁面近くでの温度の時間変化が小さく，流体とともに脈動する主流部の温度変動の影響が及んでいないことが分かる。断面形状が正方形，正六角形と角数が多くなるとつれ，円形断面に対する分布に近づくが，正方形での分布は正三角形でのそれとかなり近い。この違いが，熱輸送量の違いとなって現れてくる。

図5は $w_a = 3$ の場合の単位時間・単位面積あたりの軸方向熱輸送量 Q_1 を比較したものである。熱輸送量は流体脈動振幅の自乗に比例する⁽¹⁾が，温度境界層の厚い部分の多い断面形状ほど，すなわち円，正六角形，正方形，正三角形の順に，後のものほど輸送量が多くなっている。また， W_o の値が大きいくほど，すなわち脈動周波数が高いほど，熱輸送量も大きくなっている。脈動の1周期あたりの熱輸送量はある W_o の値でピークをもち，円形断面の場合，そのピークは $W_o = 2$ あたりにある⁽⁹⁾。

Fig. 6 The distributions of the amount of heat transfer per unit area (circular pipe)

脈動周波数が高くなると，単位時間内での繰り返し数が増えるため，単位時間あたりの熱輸送量が脈動周波数の増加とともに増大し，図のような結果となるが，図から円形以外の断面形状においても $W_o = 2$ あたりに上述のピークがあることが推察される。一方，軸方向圧力勾配を同一にとると，境界層が厚くなる形状ほど脈

動振幅が小さくなり、後出の図9のように、図5の結果とは逆の傾向を示す。この場合、脈動周波数が高くなると加速・減速に大きな力が必要になり、同じ圧力勾配では振幅がその分小さいため熱輸送量も小さくなる。

次に断面内での熱輸送量の分布を考える。図6は円形断面の場合について単位時間・単位断面面積あたりの熱輸送量 q_1 の分布を x_1 および x_2 方向に沿って示したものである。図(a)のように W_0 が小さい時には断面中央付近での輸送量が多い。 $W_0 = 3$ になると、管断面

Fig. 7 Temporal changes of velocity and temperature

Fig. 8 The distributions of the phase difference between the temporal changes of velocity and temperature along x_2 (square pipe)

中央部の輸送量の大きい範囲が $x = 0.4$ くらいまで広がり、一方、 $x = 0.85$ 付近で輸送量が最小値を示すようになる。 $W_0 = 4$ になると、断面中央部での輸送量が減少し、 $x = 0.5$ 付近で最大となる一方、最小値を示す位置も $x = 0.9$ 付近に移動し、最小値は負となる。 $W_0 = 5$ ではこの傾向がさらに顕著になり、図(b)に示すような分布となる。このように脈動周波数が大きい場合には、断面内で局所的に低温側から高温側に熱が輸送されている。この輸送量は式(16)から分かるように、脈動による項 $w\theta$ と熱伝導による項 $k/P_r W_0^2$ の和で表される。熱伝導による項は常に正で、 W_0 が小さいときにはこの項の寄与が大きい、そのような状態では熱輸送性能は低い。 W_0 が大きくなるにつれ熱輸送が促進されるが、このとき脈動による輸送量が大きく、熱伝導による寄与は相対的に小さくなる。いま、 $W_0 = 5$ の場合について w と θ の時間変化を考える。図7に $x_2 = 0.1, 0.6, 0.9$ での一周期間の w と θ の変化を示した。黒く塗りつぶした部分の外形が w と θ の積の大きさを表している。断面中央に近い $x_2 = 0.1$ では、温度 θ は速度 w に対してほぼ $\pi/2$ 遅れて変化し、そのため黒く塗りつぶした部分の面積が正と負ではほぼ等しく、 $w\theta$ の一周期間にわたる積分値は0に近い。 $x_2 = 0.6$ ではこの位相差は $\pi/2$ より小さく、正の部分の面積の方が負の部分より大きくなって、高温側から低温側への熱輸送が促進される。一方、 $x_2 = 0.9$ では位相差は $\pi/2$ より大きく、負の部分の面積の方が正の部分より大きく、低温側から高温側へと熱が輸送されることになる。

このように速度と温度の時間変化の位相差が小さいほど脈動による熱輸送が促進される。図8に正方形の場合について x_2 方向に沿う位相差 Δt の分布を示した。他の断面形状の場合も定性的には同様な分布である。 $W_0 = 1$ のときには脈動による熱輸送量は小さく、熱伝導による寄与が大きいため他とはかなり異なった分布となっている。 $W_0 = 2$ でもまだ熱伝導の寄与の影響がかなりあることが分かる。また管壁に近づくほど位相差が大き

Fig. 9 The comparison of the amount of heat transferred by the fluid in a pipe ($K = 10$)

くなるが、速度 w が小さいため、流体脈動による負の熱輸送量は小さく、熱伝導による寄与が相対的に大きくなるため、熱輸送量は壁面から少し離れた位置で最小となる。

最後に管束での熱輸送量について考察する。円管束において、管内とすき間部で w_a を同一にするのは現実的でないで、ここでは脈動圧力こう配の値を一定 ($K = 10$) に保ち、管内部の流体部分のみの熱輸送量 Q_i 、ついで3つの円管の間の隙間をも含めた流体部分のみの熱輸送量 Q_f 、そして管壁面の熱伝導をも含めた熱輸送量 Q_t の比較を行う。これらはいずれも単位時間・単位面積あたりに換算した値である。図9は管内部の流体部分のみの熱輸送量を比較したものである。いずれの断面形状においても $W_o = 2$ 付近で熱輸送量が最大となっている。 W_o が小さいときは脈動による熱輸送促進が小さく、 W_o の増加とともに熱輸送量も増大する。しかし、 W_o が大きくなると、流体脈動の加・減速度も

大きくなり、圧力勾配振幅を一定に保つと小さな流体脈動振幅しか与えられなくなる。 W_o が2を越えて大きくなるにつれ熱輸送量が減少するのはそのためである。断面形状の違いによる比較では、多角形の角数が多いほど性能がよく、円形断面が最良である。これは同一断面面積では円形が濡れぶち長さがもっとも小さく、粘性抵抗も最小で、したがって流体脈動振幅がもっとも大きくなるためである。しかし管束としての流体部分で考えると、図10に示すように円形断面は性能が低い。これは3つの円管の間のすき間部分で流体脈動振幅が小さくなり、単位面積あたりの熱輸送量で考えると、この部分での性能の低さが悪影響を与えるためである。したがって流体脈動による熱輸送量だけを考えた場合、管束にしてもすき間ができない多角形管の方が有利で、中でも正六角形管がもっとも有利ということになる。

実は熱は流体脈動によって輸送されるだけでなく、管壁を通じた伝導でも伝わる。管壁材料の熱伝導率がこの装置の熱輸送特性に及ぼす影響は別途考察中であるが、ここでは比較的熱伝導率の小さいアクリル管を想定して解析を進めてきた。したがって管壁を通じた熱輸送性能は低いことになる。その結果、流体部分および管壁部分の両方による総熱輸送量は図11に示すようになる。ふたたび円形断面管束がもっとも高性能となっている。これは表1に示すように、単位面積あたりに占める管壁部分の面積が円形断面管束のときに最小となり、管壁での低性能の影響が最小となるためである。このような比較は管壁材料の選択以外に、管壁の厚さの選択によっても結果が変わるので一般性に乏しいが、考慮すべき点であることを示唆している。

4. 結論

管内の流体脈動による軸方向熱拡散促進において、より実際の装置に近い管束を考え、熱輸送特性を解析した。通常よく用いられる円管の管束では管外にできるすき間が熱輸送性能を低下させることが考えられ、空間充填の観点から、すき間なく管束を構成できる正多角形断面管も考察の対象とした。その結果次のことが分かった。

1. 断面内熱輸送量分布は脈動周波数とともに変化し、脈動周波数が低いときは管中央部での輸送量が多い。しかし脈動周波数の増加とともにその最大位置が管中心部から管壁方向に移動する。

2. 流体脈動による熱輸送促進が顕著になるような十分高い脈動周波数域では、管壁近くに熱が低温側から高温側に向かって輸送される領域が存在する。これは流

Table 1 Areal rates occupied by fluid and pipe wall in a pipe bundle

Cross-sectional shape	Fluid part	Pipe wall part
Triangular pipes	0.191	0.809
Square pipes	0.221	0.779
Hexagonal pipes	0.238	0.762
Circular pipes	0.320	0.680
Interior of pipes	0.227	-
Exterior of pipes	0.093	-

Fig. 10 The comparison of the amount of heat transferred by the fluid in pipe bundles ($K = 10$)

Fig. 11 The comparison of the amount of heat transferred by the fluid and the pipe wall in pipe bundles ($K = 10$)

体脈動と温度脈動の変化の位相差が $\pi/2$ を越えるためである。

3. 流体脈動を与える圧力こう配の振幅を同一に保った場合、壁面抵抗の小さい円、正六角形、正方形、正三角形の順に、後のものほど流体移動の振幅が小さくなっていき、それに応じて管内流体による熱輸送量もその順に、後のものほど小さくなる。しかし、円管外のすき間も含めて比べると、円管束の流体による熱輸送性能は正六角形管束および正方形管束より低くなる。

4. さらに管壁の熱伝導による熱輸送も含めて比べると、本研究で想定した寸法、管材料では、ふたたび円管束がもっとも性能が良かった。これは熱伝導率の低い管壁部分の占める断面積が円管束の場合に最小となり、管壁による性能低下が小さかったためである。

以上のことから、このような装置において、管断面形状および管材料の選択は十分考慮する価値がある。

文 献

- (1) Kurzweg, U.H. and Zhao, L.D., *Phys. Fluids*, 27-11(1984), 2624.
- (2) Kurzweg, U.H., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, 107(1985), 459.
- (3) Kurzweg, U.H., *J. Fluid Mech.*, 156(1985), 291.
- (4) Chatwin, P.C., *J. Fluid Mech.*, 71-3(1975), 513.
- (5) Watson, E.J., *J. Fluid Mech.*, 133(1983), 233.
- (6) 富永, 低温工学, 25-5(1990), 300.
- (7) 小澤・ほか5名, 機論, 56-530, B(1990), 3056.
- (8) 関・ほか, 伝熱工学, 森北出版, 1988.
- (9) 稲葉・久保, 機論, 59-563, B(1993), 2265.