ふく射伝ばに与える散乱性媒体の密度分布の影響* (成長過程にある霜層の場合)

吉田 篤 正^{*1}, 拝田 健^{*2}
松本 英 治^{*3}, 鷲尾 誠 一^{*1}

Effects of Density Distribution of Scattering Media on Radiation Transfer (Case of Growing Frost Layer)

Atsumasa YOSHIDA^{*4}, Takeshi HAIDA,
Eiji MATSUMOTO and Seiichi WASHIO

^{*4} Okayama University, Dept. of Mechanical Engineering, 3-1-1 Tsushima-naka, Okayama, 700-8530 Japan

The main interest was taken in the effects of the density distribution on the radiation transfer in the scattering media. The frost layer in the early growth stage under the control of diffusion was chosen as the media. Numerical analysis of the radiation transfer was carried out by using a modified Monte Carlo method on the basis of the geometrical optics. A diffusion limited aggregation theory was introduced to simulate the growth of frost layer with treelike structure. The relation between the density distribution and the transmittance of the simulated model was made clear by the numerical analysis. On the basis of its result, the optical measurements in the visible wavelength region were utilized to evaluate the density distribution in the frost layer, which varied with the cooling condition, from the transmittance values.

Key Words: Radiation Transfer, Optical Measurement, Numerical Analysis, Scattering Media, Frost, Geometrical Optics, Density Distribution, Treelike Structure

1. 緒 言

霜は成長過程において層内の物理的な構造が時間とともに変化する媒体である。このため、その伝熱特性の評価を行うには、霜層の構造変化を十分に把握しておくことが必要である。伝熱特性に関しては、例えば、成長中期以降の霜の熱伝導率と平均密度の関係⁽¹⁾が報告されている。しかし、成長初期段階には、周囲条件により密度分布、樹枝状構造などに大きな違いがみられ、平均密度、着霜重量などマクロな測定量のみで構造変化を表現できない。その初期段階の履歴は成長中期以降の霜層の物理的特性を支配し、着霜、除霜に関する伝熱問題にも大きく影響する。

成長初期段階の霜層の物理的構造の変化を検知するには、非接触かつ実時間計測が可能な光学的測定が望ましい。そのためには、時間的に変化する散乱性媒体である霜層内のふく射伝ばを明らかにしておく必要がある。散乱性媒体におけるふく射伝ばに関しては、散乱体が一様に分布していることを仮定し、球面調和関

数法⁽²⁾、4流束法⁽³⁾などによる多くの報告がある。著者らは4流束法を霜層に適用し、その平均密度の光学的測定が可能であることを示した⁽⁴⁾。散乱体の分布が媒体の透過特性に与える影響については、光学的に不透明な散乱体を対象に、モンテカルロ法を用いた数値計算による評価がなされている⁽⁵⁾。

本研究では、散乱性媒体内のふく射伝ばに影響を与える諸因子のうち、散乱体の密度分布に注目する。霜の成長が拡散を律速とする場合の成長初期段階、すなわち、(1)核発生期、(2)霜柱発生期⁽⁶⁾を対象とする。霜柱の直径は、計測に用いる可視光の波長に比べて十分に大きいため、ふく射伝ばは幾何光学の法則に従うとする。以下では、まず、光学的に透過性のある円柱より構成されるモデル(円柱群モデル)の透過特性と円柱群の分布の関係を明らかにする。次に拡散律速凝集理論により霜の複雑な樹枝状構造の変化を模擬する。これらの結果を基に、冷却条件に依存した複雑な構造をもつ霜層のふく射に対する透過特性から層内の密度分布を推測する可能性を探る。なお、本研究では、二次元的なモデルにより三次元構造をもつ霜層の光学特性を取扱い、その光学特性に影響を与える因子について定性的な検討を行う。また、計測では可視光レーザを用い、モデルおよび霜層に対して垂直入射を設定

* 原稿受付 1998年11月13日。

^{*1} 正員、岡山大学工学部(〒700-8530 岡山市津島中3-1-1)。

^{*2} 日本ガイシ(株)(〒100-0005 東京都千代田区丸の内1-5-1)。

^{*3} 王子製紙(株)(〒569-1142 高槻市宮田町1-2-3)。

E-mail: ayoshida@mech.okayama-u.ac.jp

条件とする。数値計算もそれに対応する条件で実行する。

2. 円柱群モデルにおけるふく射伝ば

2・1 円柱群モデルおよび計算方法 円柱群モデルは、長さが無限で入射ふく射に対して透過性のある円柱より構成され、各円柱の中心軸は互いに平行である。この中心軸に対して平行ふく射束が直角に入射し、ふく射伝ばは円柱の中心軸に垂直で入射ふく射を含む平面内で行われるとする。このモデルに入射したふく射は、それぞれの円柱の表面で反射、内部で多重反射(最大7回まで考慮)および吸収される。さらに円柱間で複雑な多重反射を繰返す。円柱の直径が入射ふく射の波長に比べて十分に大きい場合を想定し、幾何光学領域で円柱群モデルの入射ふく射に対する透過特性を数値計算する。計算手法としてはモンテカルロ法を採用し、複雑な反射・透過経路については乱数により決定し、ふく射のエネルギーについては幾何光学の法則に基づいた計算を行う。

図1(a), (b)に、本研究で対象とする円柱群モデル Model 1, 2 の円柱の分布状態を示す。図1中の○印は各円柱を表し、紙面に垂直に林立している。これらの円柱の直径、複素屈折率、表面状態は同じであるとする。円柱の総数は Model 1, 2 で同じである。図1に示した円柱の上下方向の配置は、下端からの距離のべき乗則に従って円柱の本数を決定した。下端から同じ距離にある円柱の左右方向の配置は乱数により決定した。Model 1 では円柱の分布の片寄りは小さく、全体に均質な分布に近い。Model 2 では円柱が図1(b)中の下部付近に集中し、片寄りが大きい。図1に示される円柱群モデルに、その上部あるいは下部全面から平行ふく射束が入射した場合の拡散透過エネルギーを数値計算する。その透過特性と円柱の分布状態の関係を明らかにする。なお、同じモデルが左右に無限に広がっているとし、モデルの左右端では周期境界条件を採用する。

2・2 測定方法 数値計算で得られた結果と比較、

Fig. 1 Cylinder model

検討するため円柱群モデルを用いた測定を行う。 $\phi 2$ mm, 長さ 85 mm のアクリル棒 80 本を大きさ 60×60 mm の黒色塗装されたアクリル板の上に垂直に固定して円柱群モデルを作製した。アクリル棒の配置は図1に従った。測定では図2に示すように、同じ円柱群モデルを3個、横方向に並べた。光源として He-Ne レーザ(波長 633 nm)を用い、ビームエキスパンダで光束を広げ、直径 80 mm の光束とし、中央に置かれた円柱群モデルの中心で、下面から 45 mm の位置に光束の中心がくるように照射する。光束断面内の強度の均一性はほぼ保たれている。円柱群モデルを透過したエネルギーを、出射側に設けた横幅 30 mm, 高さ 15 mm の空けき部(下面からの中心高さ 45 mm)を通してシリコンフォトダイオード (10×10 mm) により検知する。この空けき部を中心として半径 50 mm の円周上を 10° 間隔で測定し、半円方向に積分する。円柱群モデルの中心から左右に 60 mm ずつの範囲をカバーするように空けき部を移動させ、一連の測定を4回繰返し、合計出力を求める。モデルを置かずと同様の測定を行い、それらの合計出力の比を拡散透過率 T とする。

Fig. 2 Schematic diagram of model and detection system for transmittance measurement

Fig. 3 Calculated and measured results of angular characteristics of reflection and transmission of light around a single acrylic resin cylinder

2.3 結果および考察

2.3.1 単体の円柱, 霜柱の反射・透過特性 円柱群モデルの構成単位である単体の円柱の指向反射・透過特性について検討する. 図3に $\phi 2$ mm, 長さ 85 mm のアクリル棒の中央付近に直径 8 mm の平行光束(波長 633 nm)を垂直入射した場合の指向反射・透過特性の測定結果を○印で示す. 測定は入射光束を含む平面内でアクリル棒から半径 50 mm の円周に沿って行った. 角度の大きさは, 入射光束と同じ方向を 0° , 正反射方向を 180° とする. 図3に示された半径方向の長さは, それぞれの測定角度における出力の全円周方向における測定出力の和に対する比を表す. 図3(a), (b)はそれぞれ円柱表面が鏡面, 紙やすり(JIS #120)で表面仕上げをした粗面である場合の結果である. 鏡面の場合, 指向性が強く, 粗面の場合には拡散的である. 図3には, 数値計算の結果も併せて示す. 屈折率は 1.49, 消衰係数(複素屈折率の虚数部)は零とした. 表面反射の角度特性は, 測定で用いたアクリル棒と同じ表面仕上げをしたアクリル平板の測定結果を用いた. 数値計算の結果は測定結果とほぼ一致する.

次に, 1本の霜柱を対象に, 指向反射・透過特性を調べた. 冷却面に $\phi 200 \mu\text{m}$ のガラス玉を置き, その上に霜柱を発生させ, 高さが約 2 mm に成長した段階で測定を行った. 測定方法は入射光束の直径を 1 mm とした以外は, 上述のアクリル棒の場合と同様である. 図4(a), (b)にそれぞれ冷却面温度が -25°C , -15°C の場合の結果を示す. 周囲の気温, 相対湿度はそれぞれ 22°C , 73%, 無風状態であった. 冷却面温度が低くなると, 霜柱の成長速度が速く, 表面粗さが増すと考えられるため, 後方反射が大きくなる傾向

Fig. 4 Measured results of angular characteristics of reflection and transmission of light around a single ice column

が認められる. しかし, その違いは小さく, いずれの場合にも, 図3の結果から霜柱表面は鏡面に近いと考えられる.

2.3.2 円柱群モデルの透過特性 図1に示す円柱群モデル Model 1, 2の透過特性を数値計算する. 霜への適用を考えて図4の結果から, 円柱の界面は鏡面であるとする. また, 可視～近赤外域の平行ふく射束の入射を考える. 図5に, 円柱としてアクリル棒を想定し, 円柱直径が 2 mm, 屈折率が 1.49, モデル全体のサイズが 50×50 mm の場合の計算結果を実線と一点鎖線で示す. 図6に, 円柱として霜柱を想定し, 円柱直径 0.2 mm, 屈折率が 1.33, モデル全体のサイズが 5×5 mm の場合の結果を示す. ただし, ふく射の入射方向は, 前者が図1の上部から, 後者が下部からとする. また, 円柱総数はいずれの場合も 80 本である. なお, 光子数は 3×10^5 個である.

図5に示されるように, 円柱の消衰係数 κ , すなわちふく射の吸収が大きくなるにつれ, Model 1(一点鎖線)と Model 2(実線)の拡散透過率 T は逆転する. 吸収が弱い場合には, 円柱が均質な分布に近い Model 1のほうが円柱間の多重反射の影響が大きく, 深層部

Fig. 5 Calculated and measured results of transmittance of cylinder model (acrylic resin cylinders)

Fig. 6 Calculated results of transmittance of cylinder model (ice columns)

に到達するエネルギーは小さい。一方、吸収が強い場合には、Model 2では厚くすきまのない分布となっており、円柱内での吸収の影響を強く受けるため、透過するふく射束が減少する。また、図5には円柱群模型を用いた測定結果を◇(Model 1)、○(Model 2)で併せて示す。円柱において吸収されるエネルギーを変えるために、アクリル円柱表面に塗布した塗料の濃度を変えた。単体の円柱の指向反射・透過特性を測定し、それに対応する見掛けの消費係数を求めた。計算結果と測定結果は同じ傾向である。この結果から、複雑な多重反射をする円柱群モデルに対して、本研究のモンテカルロ法による数値計算が可能であることを示している。

図5, 6で用いたモデルの構成要素である各円柱の直径がそれぞれ2, 0.2 mmであり、モデル全体の大きさもそれに応じて異なる。幾何学的なスケールが異なり、円柱の光学特性がほぼ同じであれば、図5の場合のほうが図6の場合に比べて光学的な長さが長くなる。このため、円柱の消費係数 κ 、すなわちふく射の吸収が大きくなるにつれて、入射した光が減衰する割合は図5の場合のほうが図6の場合よりも大きくなるので、拡散透過率 T の値は図5の T が図6の T より小さくなる。しかし、円柱群モデルの透過特性と円柱の分布の関係は定性的には同じ傾向を示す。

3. 成長過程にある霜層内のふく射伝ば

3.1 拡散律速凝集(DLA)理論 霜は不規則に拡散する空気中で凝縮した水分子または空気に含まれた水蒸気が、霜表面または冷却面に達し表面に付着することにより、自己相似性(フラクタル)をもつ複雑な樹枝状構造に成長する。拡散律速凝集(DLA)理論⁽⁷⁾は、上に述べた過程に関する現象を数値実験するために導入された理論である。この理論の規則を以下に述べる。種粒子を面上に置く。一つの粒子が霜発生面から離れた所から放たれ、種粒子に隣接する格子に到達するまで格子上を不規則に歩行することが許される。次に別の粒子が放たれこの行程を繰り返す。このような不規則歩行により拡散律速という条件が再現され、また自然界の揺らぎも自然に繰り込まれた数値実験が行われる。この結果得られるDLAクラスタは、不規則に分岐した解放構造をもち、確率的な自己相似性を有するという特徴をもつ。この樹枝状構造は、発達した分岐の先端が拡散粒子を最も有効に捕獲する。

図7の上図は成長過程にある霜のDLAクラスタ(横幅20 mm)の一例である。ここでは二次元空間を想定しているため、図7中の○印の粒子は奥行き方向

Fig. 7 DLA cluster of frost and its number density distribution

Fig. 8 Random walk on a square grid

に無限長さの円柱($\phi 0.2$ mm)である。種粒子も含めた冷却面から鉛直方向の距離を h 、その距離に存在する円柱の総数を $N(h)$ とすると、 $N(h)$ は、局所的な着霜密度、着霜重量と言いかえることができる。 h と $N(h)$ の関係は次式で表すことができる。

$$N(h) \sim h^{-D} \dots \dots \dots (1)$$

ここで D はフラクタル次元と呼ぶことができる⁽⁷⁾。図7の下図はDLAクラスタの数密度分布を面対数プロットした結果を示す。式(1)より図7中の傾きはフラクタル次元 D を表す。DLAクラスタは、特有のフラクタル次元 $D=\alpha$ をもつ成長過程にある層と、 $D=0$ で表される冷却面に近い密度一様の成熟層に大別される。これは写真観察、密度、厚さの測定により明らかにされた霜の成長モデルとも一致する⁽⁶⁾。

3.2 計算モデルの作成 本研究で、DLAクラスタを作成する手順を以下に示す。図8に示す二次元の正方格子(50×50)上を粒子(円柱)が不規則歩行することによりDLAクラスタを成長させる。ここで左下隅の座標を(0, 0)、右上隅の座標を(49, 49)、 $n=0$ の面を種粒子も含めた冷却面とする。冷却面より十分離れ

Fig. 9 Growth of DLA cluster

た $n=49$, $m=0\sim 49$ の任意の点を一様乱数の発生により決定する。ある時刻に座標 (m, n) の位置にある粒子は, $(m-1, n)$, $(m+1, n)$, $(m, n-1)$ のいずれかに進むことが可能である。この3点のいずれかの座標を一様乱数の発生により選択し次に進む座標を決定する。この不規則歩行を正方格子上で繰返し, すでに粒子の存在する格子の隣か, $n=0$ の冷却面に到達するまで続けられる。なお, $m=0, 49$ の面には周期境界条件を用いる。

図9(a), (b)に DLA クラスターの成長の様子を示す。横幅を 10 mm, 円柱直径を 0.2 mm とする。図9中の C は円柱の総数を表す。二つのモデル Model A, B の密度分布の違いは冷却面温度が異なる場合の霜層の物理的構造の違いを想定している。Model A では, 正方格子上の不規則歩行する粒子がすでに粒子が存在する隣の格子に到達するとその位置に無条件にとどまる。Model B では, すでに存在する粒子の横方向(図8の m 方向)に不規則歩行する粒子が隣接したときは無条件にとどまるが, 縦方向(図8の n 方向)に隣接したときには乱数により, 0.3 の確率でとどまるようにして縦方向の成長を抑制する。このため, Model A より Model B のほうが縦方向に成長せず基板(冷却面)付近に高密度になり, 成長層のフラクタル次元が大きくなる。一方, Model B の樹枝状構造は Model A のそれより単純である。このことは樹枝状構造とフラクタル次元で表される密度分布を結び付けて考えることが可能であることを示している。

3.3 測定装置および方法 $-25, -20, -15^{\circ}\text{C}$ の冷却面上に発生した密度分布の異なる霜に対し透過率の測定を行い, DLA クラスターを用いた数値実験の結果と比較, 検討する。測定装置の概要を図10に示す。He-Ne レーザ①(波長 633 nm)から出た光は光学チョップ②により断続光となり, ビームエキスパンダ③で拡大され 8 mm の平行光束となる。光は平面鏡④により反射され, 容器の窓部分⑤へ垂直に入射する。容

① Laser	② Optical chopper
③ Beam expander	④ Mirror
⑤ Window(+frost)	⑥ Thermostatic bath
⑦ Detector	⑧ Lock-in-amplifier
⑨ Digital multimeter	⑩ Data logger
⑪ Magnifier	⑫ Video Camera

Fig. 10 Schematic diagram of measurement apparatus for transmittance of frost layer

Fig. 11 Calculated results of transmittance of DLA cluster

器内には恒温槽⑥から冷媒(メタノール)を循環させ容器の窓部分($\phi 50$ mm)に霜を発生させる。窓上部に発生した霜に下方より入射したレーザ光は霜により散乱し, 試料面より天頂角 $0, 45^{\circ}$ で距離 45 mm の位置にある2個のシリコンフォトダイオード(10×10 mm)⑦に検知される。それぞれを検知器 A, B と呼ぶことにする。検知器 A より垂直透過率を, 検知器 B より垂直以外の拡散透過率を求め, 両者を加えて拡散透過率 T を算出した。それぞれの透過率は, 霜が付着する前に測定された検知器 A の出力に対して定義した。検知器 B から求める拡散透過率は, 天頂角 0° 付近を除き, 透過は拡散的である⁽⁴⁾と仮定して求めた。検知器からの電流出力は増幅回路により電圧変換された後, ロックインアンプ⑧により, 位相検波増幅されデジタルマルチメータ⑨に出力される。容器上面の温度 T_s は熱電対を用い, その出力をデータロガー⑩により記録する。ルーペ⑪により 10 倍に拡大した後にビデオ⑫により近接撮影を行い, 参考データとして霜

層厚さを求めた。着霜重量は透過率測定用窓に隣接し、同じ材質、同じサイズの脱着用窓上に霜を発生させ 5 min 間隔で電子てんびんにより測定を行った。

3.4 結果および考察 図 9 に示した DLA クラスターの拡散透過率 T を、円柱群モデルの場合と同様なモンテカルロ法により数値計算し、その計算結果を図 11 に示す。光子数は最大で 1.5×10^6 個である。図 9 の下部から波長 633 nm の平行光束を垂直入射した場合を想定し、屈折率を 1.33、消衰係数を 10^{-8} とした。この波長の氷の消衰係数は非常に小さいので、その代表値として 10^{-8} を採用した。この値以下であれば、計算結果に影響を与えないと考えられる。図 4 に示した霜柱の指向反射・透過特性の結果から界面を鏡面とした。成長初期段階では、フラクタル次元が小さく、均質な密度分布に近い Model A の透過率が Model B のそれより小さい。前述の円柱群モデルに比べると形状は複雑であるが、図 5, 6 の結果と定性的には一致する。すなわち、図 5, 6 で消衰係数が小さい場合、Model 1 のほうが Model 2 より透過率が小さいことと、消衰係数が非常に小さい場合の結果を示す図 11 で、配列形状が Model 1 に近いと考えられる Model A のほうが Model 2 に近いと考えられる Model B よりも透過率が小さいことが一致する。光学的には、Model A は Model 1 に、Model B は Model 2 により近いといえる。DLA クラスターの成長が進むにつれて、モデル間の差は小さくなる。

図 12 に冷却面温度 $T_s = -25, -20, -15^\circ\text{C}$ の霜の透過率 T と着霜重量 w の関係を示す。周囲温度、相対湿度はそれぞれ 20°C , 35%, 無風状態であった。初期状態においては冷却面温度が低くなるほど透過率は小さい。測定波長 (633 nm) では、消衰係数 κ は非常に小さいため、円柱群モデルに対する結果、DLA クラスターに対する計算結果より推測できるそれぞれのフラクタル次元 D の大小関係は、 $D(-25) < D(-20) < D(-15)$ であると考えられる。図 9 に示した DLA クラスターでは、Model A が冷却面温度が低い場合、Model B が冷却面温度が高い場合に相当すると推定できる。このことはこれまでに行われた霜の観察結果⁽⁶⁾と一致する。霜は冷却面温度が低いほど高さ方向への成長速度が速く、低密度の層を形成する。このため本来同じ光学厚さをもつと考えられる同一着霜重量で比較すると、低温で成長した低密度の厚い霜は、高い温度で成長した霜に比較し、複雑な構造をとり上

Fig. 12 Measured results of transmittance of frost layer as a function of frost weight

層部で光の散乱の多い様な密度分布を示すといえる。光学測定により物理的構造を知ることができることが明らかとなった。

4. 結 言

成長過程にある霜層の密度分布とふく射に対する透過特性の關係に着目し、数値計算と光学測定を行った。その結果以下に示すことが明らかとなった。

(1) 配置の異なる円柱群モデルについては、円柱のふく射に対する吸収が弱く、表面が鏡面の場合は、円柱を一樣に配置した円柱群モデルのほうが、片寄りの大きい円柱群モデルより透過率は低い。

(2) 拡散律速凝集理論により模擬した樹枝状構造をもつ霜層モデルについても、密度分布が一樣な場合のほうが、局所的に異なる場合より可視光域の透過率は低い。

(3) 冷却面温度により異なる霜層の密度分布と可視光域の透過特性の關係に関する数値計算と光学測定の結果は定性的に一致する。

文 献

- (1) 日本熱物性学会編、熱物性ハンドブック、(1990)、485、養賢堂。
- (2) Kunitomo, T., ほか 2 名, *Bull. JSME*, **22**-173(1979), 1587-1594.
- (3) 吉田篤正・ほか 2 名, 太陽エネルギー, **15**-4(1989), 41-48.
- (4) 吉田篤正・ほか 3 名, 計測自動制御学会論文集, **30**-10(1994), 1133-1140.
- (5) 工藤一彦・ほか 3 名, 機論, **55**-510, B(1989), 494-498.
- (6) 林勇二郎・ほか 2 名, 機論, **42**-355(1976), 885-892.
- (7) Vicsek, T., フラクタル成長現象, (1990), 107-145, 朝倉書店。