液体飽和多孔質体の析出凍結に関する熱力学的検討*

宮 田 嘉 明^{*1}A Thermodynamic Study on Segregation
in a Freezing Porous Medium Saturated with LiquidYoshiaki MIYATA^{*2}^{*2} TOKYO GAS CO., LTD., INTERNATIONAL AFFAIRS DEPT.,
5-20 Kaigan 1-Chome, Minato-ku, Tokyo, 105-8527 Japan

This paper proposes a dynamic equation of state for the partially frozen zone between the freezing front and the ice-lens forming front, i. e. the so-called frozen fringe, in a one-dimensionally freezing porous medium saturated with liquid. The dynamic equation of state is derived from an enthalpy balance of the liquid flow in the frozen fringe, and it can be used to quantify the segregation ratio, which represents the segregating volume in the unit volume of a porous medium for a unit time. In addition, the study has clarified that the frozen fringe consists of two zones, namely a sub-cooled zone including the ice-lens forming front where segregation occurs, and an equilibrium zone including the freezing front where in-situ freeze occurs. In the sub-cooled zone, the segregation produces an expansion strain, which was observed by a frost heave experiment. Thus the proposed theory is qualitatively verified by the experimental results.

Key Words: Porus Medium, Solidification, Thermodynamics, Available Energy, Mass Transfer, Heat Transfer, Segregation, Frost Heave, Frozen Fringe

1. 緒言

液体で飽和された多孔質体,例えば水分飽和粘性土,を凍結すると,この凍結部分が膨張する現象(凍結膨張現象)が知られている.凍結膨張現象の一つに,土が凍結する時に膨張する凍上現象がある.凍上現象については多くの実験的研究例や理論的研究例がある.特に Taber⁽¹⁾はベンゼンやニトロベンゼンを利用して凍結膨張現象が起きることを確認した.これは土粒子-水-氷系の凍上現象に関する知見が,一般的な多孔質体-液体-固体系の凍結膨張現象に適用できることを示すものである.

凍上現象の研究事例は多いが,凍上量を予測する理論はいまだ確立されていない.理論が確立されない要因は,微視的な凍上現象の複雑さにあると考えられる.そこで,本論文では,単純化のため水分飽和土の一次元凍上現象を対象とする.水分飽和土は水(間隙水)と土粒子から構成される最も単純な土構造である.本

Fig. 1 Schematic Illustration of a Freezing Soil

* 原稿受付 1999年1月12日.

^{*1} 正員, 東京ガス(株)国際部(〒105-8527 東京都港区海岸1-5-20).

E-mail: y-miyata@tokyo-gas.co.jp

論文ではこの凍上現象を可能な限り巨視的に取り扱う
論文ではこの凍上現象を可能な限り巨視的に取り扱う
ことにより、凍上量予測理論の構築を試みる。

ここで、凍上現象を巨視的に概観し、本論文の目的を具体的に示そう。図 1 に凍土の模式図を示す。土は上方から冷却されている。凍結面 B より上の部分は土中の大部分の水が凍結している状態の凍土である。すなわち、凍土は土粒子と氷（間隙氷）、不凍水（間隙水）から構成される。この不凍水は、土粒子の物理的・化学的作用によりその表面に薄い不凍水膜として存在する。不凍水膜は温度が低下すると薄くなる。

凍土中には図 1 に示すようにアイスレンズと呼ばれる純水の層が熱流方向と垂直な方向に縞状に形成される。水は、図に示す象徴的な給水機構—配管と弁—を介して、下端部（透水層）から給水面 A に供給され、上方へ移動し、凍結面に最も近く、アイスレンズのなかでは最も温度の高いアイスレンズ（最温アイスレンズ）の下面 C（固液相変化面、以降「アイスレンズ成長面」と呼ぶ）に達するとここで凍結する。凍土中の水分移動（B → C）は前述の不凍水膜があるために可能となる。凍結面 B とアイスレンズ成長面 C の間の領域をフローゼンフリンジと呼ぶ。最温アイスレンズの厚みが増す速度は図 1 の凍土上面 D が移動する速度（凍上速度）にほぼ等しい⁽²⁾。凍結面 B は連続的に給水面 A 側に移動するが、アイスレンズ成長面 C は静止し、最温アイスレンズは成長を続ける。しかし、さらに時間が経過すると、新しいアイスレンズがフローゼンフリンジの然るべき位置に出現し、アイスレンズ成長面の移動が観察される⁽²⁾。

以上より、凍上現象は、①凍結（熱移動）による未凍土から凍土への水分移動と、②移動水分の凍結・固定化とに起因する凍土の体積増加現象である。さらに付け加えれば、上記②の移動水分が凍結することにより新たな水分移動が惹起され、現象が継続する特徴がある。

上述の現象整理から、凍上理論を構築するためには、少なくとも以下の 3 点に関する理論が必要である。

- ①熱移動により水分移動が惹起され、継続する理由
- ②アイスレンズ成長面とフローゼンフリンジ内とで凍結が進行しているときに生ずる、フローゼンフリンジの状態変化と水分移動量（凍上速度）との関係（アイスレンズ位置が既知と仮定）
- ③アイスレンズの位置が移動する要因

①は最も基本的な研究課題である。筆者⁽³⁾は、アイスレンズ成長面でだけ凍結する最も単純な凍上現象を熱力学的に考察し、継続的な水分移動の原因は移動

水分が凍結するときが発生する有効エネルギーであることを初めて明らかにした。同時に、凍上理論の基礎となるアイスレンズ成長面の動的状態式を導出した。本論文では水分移動のある場合を動的、ない場合を静的と呼ぶ。さらに筆者と赤川⁽⁴⁾はこの動的状態式が成立することを実験的に検証した。

②は①の延長上にある研究課題であり、本論文の主題である。ここでは、上記アイスレンズ成長面のみならず、その下部のフローゼンフリンジ内でも凍結膨張が起きる場合を考える。なんとなれば、凍結が進行中のフローゼンフリンジ内では、温度や氷圧、水圧が連続的に変化するので、アイスレンズ成長面に吸水能力がある場合、その近傍のフローゼンフリンジにも吸水能力があり、凍結膨張が起きると推察される。

一方、現在主流をなす Miller⁽⁵⁾や Gilpin⁽⁶⁾の凍上理論では、フローゼンフリンジで凍結膨張が起こらないと仮定している。これらの理論は実験結果と整合しないが⁽⁷⁾、その原因を十分に明らかにした報告はない。本論文では、これらの論点について厳密な理解を得るため、①で採用した熱力学的手法を用いてフローゼンフリンジの凍結膨張量を定量化する。また、この定量化を利用して、フローゼンフリンジ内の間隙水圧変化等の状態量変化を定性的に把握した結果を示す。

③は、凍結膨張量がアイスレンズ成長面という離散的な内部移動境界の位置に依存するので、筆者が研究の最終目的とする非定常凍上解析モデルの構築に必要である。この研究には②の結果がアイスレンズ成長面位置を特定する上で必要であり、③を非定常凍上解析モデルの構築とともに次報の課題とする。

本論文の構成は以下のとおりである。第 3 章では、まずアイスレンズ成長面の動的状態式導出の過程⁽³⁾を簡単に紹介する。次いで、第 4 章ではこの動的状態式をフローゼンフリンジに適用できるよう一般化する。最後に第 5 章で、フローゼンフリンジの状態変化について考察し、実験結果と対比し理論の妥当性を示す。

2. 記号

h	[J/kg]	比エンタルピー
h_i	[J/kg]	氷／固体の比エンタルピー
h_{ii}	[J/kg]	同上（相変化面）
h_w	[J/kg]	水／液体の比エンタルピー
h_{wi}	[J/kg]	同上（相変化面）
h_{wLi}	[J/kg]	同上（静的相平衡時の相変化面）
L_w	[J/kg]	水の凝固潜熱（基準状態）
n	[-]	不凍水容積含水率
P	[Pa]	圧力（ゲージ圧力）
P_o	[Pa]	上載圧力
P_i	[Pa]	氷圧／固体圧（ゲージ圧力）

P_{iH}	[Pa]	上限氷圧 (ゲージ圧力)
P_w	[Pa]	水圧/液圧 (ゲージ圧力)
P_{wL}	[Pa]	下限間隙水圧 (ゲージ圧力)
q	[J/kg]	比熱量
q_l	[J/kg]	比凝固潜熱
Q	[J]	熱量
Q_a	[J]	顕熱
Q_d	[J]	摩擦熱
Q_l	[J]	凝固潜熱
T	[K]	温度
T_o	[K]	同上 (基準状態)
u	[J/kg]	比内部エネルギー
u_i	[J/kg]	氷/固体の比内部エネルギー
u_{ii}	[J/kg]	同上 (相変化面)
u_w	[J/kg]	水/液体の比内部エネルギー
u_{wi}	[J/kg]	同上 (相変化面)
v	[m ³ /kg]	比容積
v_i	[m ³ /kg]	氷/固体の比容積
v_w	[m ³ /kg]	水/液体の比容積
V	[m/s]	水分体積流速
W	[J]	吸水仕事
x	[m]	位置の座標
θ	[°C]	温度
θ_{ieq}	[°C]	同上 (静的相平衡状態の相変化面)
ρ	[kg/m ³]	密度, または土の密度
ρ_i	[kg/m ³]	氷/固体の密度
ρ_w	[kg/m ³]	水/液体の密度
ψ	[1/s]	氷晶析出率 (単位時間, 単位体積当たり に析出凍結する水の体積)

Table 1 Notations Relating to Position

Position	x	P_i	P_{iH}	P_w	P_{wL}	T	θ
WSF	x_s			P_{ws}		T_s	θ_s
FF	x_f	P_{if}	P_{iHf}	P_{wf}	P_{wLf}	T_f	θ_f
IB	x_b	P_{ib}	P_{iHb}	P_{wb}	P_{wLb}	T_b	θ_b
ILFF	x_i	P_{ii}	P_{iHi}	P_{wi}	P_{wLi}	T_i	θ_i

WSF: Water Supply Front, FF: Freezing Front,

IB: Internal Boundary, ILFF: Ice Lens Forming Front

3. アイスレンズ成長面の動的状態式

本論文の目的であるフローゼンフリンジに適用可能な動的状態式を導出する準備として, 前報⁽³⁾に詳述したアイスレンズ成長面の動的状態式導出法を簡単に紹介する。

3.1 熱力学モデル アイスレンズ成長面の動的状態式の検討を単純化するために以下の仮定を設けた。

- 土は局所熱平衡が保たれている。
- 土は水分飽和土である。
- 凍上は一次元的に発生する。
- 位置エネルギーの変化は無視できる。
- 熱流束と水分体積流束は未凍土・フローゼンフリンジ内とも一定 (定常) であり, 水分はアイスレン

ズ成長面に至り初めて凍結する。

- 単位質量の水が給水面からアイスレンズ成長面へ移動する。

上記仮定 e. の下では, 図 1 に示す凍結面とアイスレンズ成長面は移動しない。アイスレンズ成長面での凍結によりアイスレンズは上方に成長する。

3.2 静的状態と一般化クラウジウス・クラペイロンの式 図 1 下方の弁を閉じて試料への水分供給を絶ち, 長時間放置すれば, アイスレンズが成長しない静的相平衡状態が得られる。このとき流れによる圧損が 0 となるので, 給水面 A とアイスレンズ成長面 C の間で間隙水圧が一樣な値 P_{wLi} となる静的状態が得られる。氷圧 P_{ii} はアイスレンズが上載圧力 P_o を支えるので, $P_{ii} = P_o$ である。また, この P_{ii} は P_{wLi} と土粒子の反力の和である。

アイスレンズ成長面 C を挟む微小な範囲を検討対象系とする。静的相平衡では, 検討対象系にエンタルピー $h_{wLi} (\equiv u_{wi} + P_{wLi} v_w)$ の水が入り, $h_{ii} (\equiv u_{ii} + P_{ii} v_i)$ の氷が系から出る。この間に系内での相変化のため凝固潜熱 q_l を系外に放出するが, 系は外部に仕事をしない。従って, 検討対象系のエンタルピーバランスは以下となる。

$$h_{wLi} = h_{ii} + q_l \quad \dots\dots\dots (1)$$

前報⁽³⁾で示したごとく, 式 (1) から下式の一般化クラウジウス・クラペイロンの式 (GCCE) が得られる。

$$P_{wLi} v_w - P_{ii} v_i = \frac{L_w}{T_o} \theta_i \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに, T_o は基準状態の温度 (273K), $\theta_i = T_o - T_i$ である。

3.3 動的状態式 図 1 の弁を開けて, アイスレンズ成長面温度 θ_i が前節の静的平衡状態と変わらないよう冷却条件を調整しつつ長時間放置すれば, 水分移動がある場合, すなわち動的な定常状態が得られる。この場合, アイスレンズ成長面を挟む微小な範囲の検討対象系に流入するエンタルピーは $h_{wi} (\equiv u_{wi} + P_{wi} v_w)$ であり, 系から流出するエンタルピーと潜熱の和は式 (1) の右辺と同じである。前節の静的平衡状態に比べて, アイスレンズ成長面へ水分が流入する分だけ間隙水圧が上がるので, $P_{wi} > P_{wLi}$ である。このように, 静的状態における間隙水圧 P_{wLi} は, 間隙水圧の下限値を示すので, 以降 P_{wLi} を下限間隙水圧と呼ぶことにする。

3.2 節の静的な状態のエンタルピーバランス式 (1) に

h_{wi} と h_{wLi} の定義式から得られる $h_{wi} - h_{wLi} = (P_{wi} - P_{wLi}) v_w$ なる関係を代入・整理すると、動的な状態のエンタルピバランス式(3)が得られる。

$$h_{wi} = h_{ii} + q_l + (P_{wi} - P_{wLi}) v_w \quad (3)$$

式(3)の右辺最終項 $(P_{wi} - P_{wLi}) v_w$ は水分移動の駆動エネルギーを示す。これは水分移動に必要な仕事、すなわち、給水面 A からアイスレンズ成長面 C へ至る水分移動にともなう力学エネルギー散逸 $(P_{ws} - P_{wi}) v_w$ に等しい。従って、式(3)は下式になる。

$$h_{wi} = h_{ii} + q_l + (P_{ws} - P_{wi}) v_w \quad (4)$$

3・2 節で式(1)から GCCE(2)を誘導したと同じ方法を用いれば、アイスレンズ成長面での動的状態式(5)が得られる⁽³⁾。

$$(P_{wi} - P_{ws}) v_w + P_{wi} v_w - P_{ii} v_i = \frac{L_w}{T_o} \theta_i \quad (5)$$

3・4 下限間隙水圧による表示 式(2)を式(5)に代入・整理すれば、動的状態式(5)を下限間隙水圧 P_{wLi} で表記した簡便な形の動的状態式(6)が得られる。

$$P_{wLi} - 2P_{wi} + P_{ws} = 0 \quad (6)$$

4. フローズンフリンジの動的状態式

前報⁽³⁾ではフローズンフリンジ内で凍結が進行しない(3・1 節 e.で述べた凍結面とアイスレンズ成長面が動かない)状態を仮定して、3 章に示すアイスレンズ成長面の動的状態式(5)を求めた。本章では、フローズンフリンジ内でも凍結が進行する状態を考え、フローズンフリンジの動的状態式(一般化動的状態式)を導く。

4.1 過冷却領域

4.1.1 アイスレンズ成長面の状態 式(6)より、 $P_{wi} > P_{wLi}$ であると、土中での水分移動の圧損 $P_{ws} - P_{wi} > 0$ となり、水分移動が生ずることが示される。ここでは、 $P_{wi} > P_{wLi}$ であれば、温度 θ_i のアイスレンズ成長面 C に接する間隙水は過冷却状態にあることを示す。

アイスレンズ成長面の間隙水圧と氷圧、温度が P_{wi} 、 P_{ii} 、 θ_{ieq} であるとき、アイスレンズ成長面が静的相平衡に達しているとする。これらは式(2)より式(7)の GCCE を満たす。

$$P_{wi} v_w - P_{ii} v_i = \frac{L_w}{T_o} \theta_{ieq} \quad (7)$$

式(7)と式(2)の差をとると下式が得られる。

$$(P_{wi} - P_{wLi}) v_w = \frac{L_w}{T_o} (\theta_{ieq} - \theta_i) \quad (8)$$

式(8)より $P_{wi} > P_{wLi}$ であれば $\theta_i < \theta_{ieq}$ である。従って、アイスレンズ成長面温度 θ_i は間隙水圧 P_{wi} に対する静的相平衡温度 θ_{ieq} より低いので、アイスレンズ成長面では間隙水が過冷却状態にあることが分かる。

4.1.2 フローズンフリンジの過冷却領域 フローズンフリンジ内の温度分布と間隙水圧分布は連続である。従って、アイスレンズ成長面が過冷却状態にあれば、その近傍のフローズンフリンジは過冷却状態にある。過冷却状態にあると、アイスレンズ成長面と同様に、土粒子間隙を押し広げつつ凍結する析出凍結が起きる。凍土が凍結膨張するような領域を「過冷却領域」と呼ぶ。

4.2 過冷却領域の動的状態式 本節では過冷却領域で起きる凍結膨張を熱力学的に検討し、定量化する。

4.2.1 仮定 本節ではフローズンフリンジ内の凍結が進行する場合を検討するので、3・1 節で示す仮定のうち e. の熱移動と水分移動の仮定と f. の流量に関する仮定とを除外する。

4.2.2 熱力学モデル 過冷却領域に単位断面積、厚さ dx の微小要素を考え、これを検討対象系とする。土粒子はその物理的・化学的作用により不凍水膜を形成し、かつ上載圧力を伝達する機能を有するが、これ

Fig. 2 Mass Balance in Sub-cooled Zone

らは別途考慮可能であるので、便宜的に間隙水と間隙水で系が構成されるものとする。さらに、単純化のため系の体積は凍結により変化しないものとする。図2にこのような検討対象系の微小時間 dt における変化を示す。すなわち、系には水分が体積流束 V で流入する。系からは、水分が流束 $V+dV$ で、氷が流束 ψdx で流出する。 ψ は氷晶析出率で、単位時間に単位体積のフローゼンプリングに相当する系内で凍結し、系外に氷として流出する水の体積を表す。この間に系内では凍結により間隙氷が増加するので、不凍水容積含水率 n が $-dn$ だけ減少する。これにともない、体積 $-dn dx$ の氷が系内で同体積の水と置き換わるため、系内で余剰となった水が流れに加わる。

4.2.3 質量バランス 上述の凍結、すなわち系内で体積 $-dn dx$ の氷が増加するのにともない、系内の水と氷の質量は $(\rho_w - \rho_i)(-dn dx)$ だけ減少する。従って、系の質量バランスは下式(9)となる。

$$\rho_w V dt - (\rho_w - \rho_i) dn dx = \rho_w \psi dx dt + \rho_w (V + dV) dt \quad \dots (9)$$

式(9)を変形すれば水の体積流束変化に関する式(10)が得られる。

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\psi - \left(1 - \frac{v_w}{v_i}\right) \frac{\partial n}{\partial t} \quad \dots (10)$$

4.2.4 エンタルピバランス 系にはエンタルピ h_w の水が入り、系からは $h_w + dh_w$ の水と h_i の氷が流出する。系内では体積 $(-dn dx)$ の水分が同体積の間隙氷に置き換わる。このためのエンタルピ変化は $(h_w \rho_w - h_i \rho_i)(-dn dx)$ である。系内で凍結した後に系外へ流出する氷晶 ψdx を含めた凍結による潜熱 Q_l 、微小要素を通過する水分の冷却により放出された顕熱 Q_a 、土粒子から受ける動水抵抗により生ずる摩擦熱 Q_d が系外に放出される。また、系が過冷却であるため、4.1.1 項の最初に述べたように、系は外部に水分移動を惹起するための吸水仕事 W を行う。これらを考慮すると系のエンタルピバランスは下式で与えられる。

$$h_w \rho_w V dt - (h_w \rho_w - h_i \rho_i) dn dx = h_i \rho_i \psi dx dt + (h_w + dh_w) \rho_w (V + dV) dt + Q_l + Q_a + Q_d + W \quad \dots (11)$$

式(11)に式(9)を代入・整理し、2次の微小項を無視すれば下式となる。

$$\rho_w (V - \psi dx) dh_w dt - (h_w - h_i) (\rho_w \psi dt - \rho_i dn) dx + Q_l + Q_a + Q_d + W = 0 \quad \dots (12)$$

4.2.5 放熱量 式(12)に現れる各熱量を定式化する。系を通過する水分は $(V - \psi dx) dt$ である。従って、顕熱 Q_a と摩擦熱 Q_d はそれぞれ下式で表される。

$$Q_a = -\rho_w (V - \psi dx) du_w dt \quad \dots (13)$$

$$Q_d = -\rho_w (V - \psi dx) v_w dP_w dt \quad \dots (14)$$

式(13)と式(14)より、 Q_a と Q_d の和は以下である。

$$Q_a + Q_d = -\rho_w (V - \psi dx) dh_w dt \quad \dots (15)$$

相変化する質量は、氷晶となって系外に流出する分と系内での氷の増加分との和として、 $(\rho_w \psi dt - \rho_i dn) dx$ で表される。単位質量の凍結潜熱を q_l とすると Q_l は下式で与えられる。

$$Q_l = q_l (\rho_w \psi dt - \rho_i dn) dx \quad \dots (16)$$

式(15)と式(16)を式(12)に代入すれば、エンタルピバランス式はさらに単純化され式(17)となる。

$$(h_w - h_i - q_l) (\rho_w \psi dt - \rho_i dn) dx = W \quad \dots (17)$$

4.2.6 吸水仕事 吸水仕事 W について考える。系に流入する水分量は $V dt$ であるが、その内氷として系外に流出するのは $\psi dx dt$ であり、残りの $(V - \psi dx) dt$ は系から水のまま流出する。

いま、系の上面がアイスレンズ成長面に接していると仮定する。前報⁽³⁾で明らかにしたように、アイスレンズ成長面に流入する(系より流出する)水分はすべてこの面で発生する有効エネルギーにより吸水される。言い換えると、この水分を給水面から吸い上げる仕事(土中を通過するときの圧損による力学エネルギーの散逸)は、アイスレンズ成長面に流入する過冷却水がこの面で凍結したときに放出される有効エネルギーにより賄われる。従って、このアイスレンズ成長面に接する系内で発生する有効エネルギーは、この系から氷晶となって流出する水分を給水面から吸い上げるときに生ずる力学エネルギー散逸を賄うだけでよい。

過冷却領域内の任意の位置にある系についても、上述の関係が成り立つ。これは、この系から水のまま流出する水分を給水面から吸い上げるときに生ずる力学エネルギー散逸が、この系より低温側(上方)の過冷却領域(アイスレンズ成長面を含む)で発生する有効エネルギーで賄われるからである。この位置での間隙水圧を P_w とすると、この位置まで吸水するために生ずる単位質量あたりの力学エネルギー散逸は $(P_{ws} - P_w) v_w$ である。また、この系内で凍結し系外へ流出する氷晶の質量は $\rho_w \psi dx dt$ である。従って、系が担うべき吸水仕事 W は下式で与えられる。

$$W = (P_{ws} - P_w) \psi dx dt \quad \dots (18)$$

4.2.7 動的状態式・氷晶析出率関数 式(17)に式(18)を代入すれば、

$$(h_w - h_i - q_l) (\rho_w \psi dt - \rho_i dn) = (P_{ws} - P_w) \psi dt \quad \dots (19)$$

ここで式(19)左辺のエンタルピ項 $h_w - h_i - q_l$ について検討する。3・3節で述べたように、アイスレンズ成長面

の動的エンタルピバランス式(3)は、この面の静的エンタルピバランス式(1)から求められている。式(1)には土中の位置にかかわらず成立するという普遍性があるので、式(1)から求められた式(3)も位置に関係なく成立する。式(3)にこの系の状態量を代入すると、 $h_w - h_i - q_l = (P_w - P_{wL})v_w$ であることが分かる。この関係を式(19)に代入・整理すれば、力学エネルギーのバランスを示す式が得られる。

$$(P_w - P_{wL}) \left(\psi - \frac{v_w}{v_i} \frac{\partial n}{\partial t} \right) = (P_{ws} - P_w) \psi \quad \dots\dots\dots (20)$$

式(20)はフローゼンフリンジ過冷却領域の動的状態式である。左辺は系内で過冷却水が凍結することによって発生する有効エネルギーに、右辺はこの系内で凍結し系外へ氷晶として流出する水分をこの系まで吸い上げる時に散逸する力学エネルギーに比例する。式(20)より、「この位置で凍結して氷晶として流出する水分 ψ を、給水面からこの位置まで吸水するに必要な有効エネルギーは、 ψ が凍結するときに発生する有効エネルギー $[(P_w - P_{wL}) \psi]$ に比例]だけでは足りず、系内の氷を増加させる形で凍結する水分 $-(v_w/v_i)(\partial n/\partial t)$ が発生する有効エネルギーにより補填される」ことが分かる。

アイスレンズ成長面では、面であるため不凍水容積含水率 n の変化がなく、 $\partial n/\partial t = 0$ である。また、氷晶析出率 ψ は単位体積当たりの量であるため、 $dx \rightarrow 0$ としたときに変化しないので、 $\psi \neq 0$ とおける。これらの関係を式(20)に代入すれば、式(6)と同様なアイスレンズ成長面の動的状態式に帰着する。フローゼンフリンジの過冷却領域における動的状態式(20)を一般化動的状態式と呼ぶこととする。

さて、系内でアイスレンズが生成しない場合、すなわち式(6)より $P_{wL} - 2P_w + P_{ws} \neq 0$ である場合、式(20)を ψ について整理すれば氷晶析出率関数(21)を得る。

$$\psi = \frac{P_{wL} - P_w}{P_{wL} - 2P_w + P_{ws}} \frac{v_w}{v_i} \frac{\partial n}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (21)$$

氷晶析出率 ψ は凍上理論を構築する上で重要な関数であるが、今回導かれた一般化動的状態式(20)を用いることで、式(21)のように定式化された。

5. 考察—フローゼンフリンジの状態変化

前章の結果を利用して、5.1 節でフローゼンフリンジの状態を記述する上で便利な特性関数を定義し、5.2 節でフローゼンフリンジの状態量の変化について述べる。5.3 節では凍上実験結果と比較して本章の検討結果を検証する。

5.1 特性関数 本節ではフローゼンフリンジの

状態量変化を考察する上で便利な特性関数、すなわち下限間隙水圧、上限氷圧、平衡間隙水圧を定義する。

5.1.1 下限間隙水圧 3.3 節でアイスレンズ成長面に関して述べたように、下限間隙水圧は、静的相平衡状態に達してアイスレンズの成長速度が 0 となる時の間隙水圧で、動的な状態の間隙水圧の下限値を示す。同様に、フローゼンフリンジ内の下限間隙水圧 P_{wL} は温度 θ 、氷圧 P_i が与えられたときに間隙水圧の下限値を示す。従って、 P_{wL} 、 P_i 、 θ は GCCE(2) を満たすので、 P_{wL} は式(22)で定義される。

$$P_{wL} = \frac{L_w}{v_w T_0} \theta + \frac{v_i}{v_w} P_i \quad \dots\dots\dots (22)$$

5.1.2 上限氷圧 上限氷圧 P_{iH} は、温度 θ と間隙水圧 P_w が与えられたときに静的相平衡に達する氷圧で、氷圧 P_i の上限値を示す。 P_{iH} は GCCE(2) から以下となる。

$$P_{iH} = -\frac{L_w}{v_i T_0} \theta + \frac{v_w}{v_i} P_w \quad \dots\dots\dots (23)$$

5.1.3 平衡間隙水圧 平衡間隙水圧 P_{we} は、この位置にアイスレンズ成長面が生成するために必要な間隙水圧である。動的状態式(6)より以下となる。

Fig. 3 State of Frozen Fringe

$$P_{we} = \frac{1}{2}(P_{wL} + P_{ws}) \quad \dots\dots\dots (24)$$

5.2 フローズンプリンジの状態 本節では、5.1 節で定義された特性関数の変化よりフローズンプリンジが過冷却領域と平衡領域に区分されることを示す。また、それぞれの領域の特徴を述べ、図 3 に状態変化を概念的に示す。

5.2.1 過冷却領域 4.2 節でフローズンプリンジのアイスレンズ成長面近傍は過冷却領域であると述べた。ここではその範囲と状態量の変化について調べる。

4.2 節で述べたごとく、過冷却領域では $P_w > P_{wL}$ である。また、過冷却領域では氷晶が析出するので、 $\psi > 0$ である。式(21)において、フローズンプリンジが冷却される条件 $\partial n / \partial t < 0$ と過冷却である条件 $P_w > P_{wL}$ のもとで $\psi > 0$ となるためには、左辺分母が $P_{wL} - 2P_w + P_{ws} > 0$ である必要がある。すなわち、

$$P_w < \frac{1}{2}(P_{wL} + P_{ws}) \quad \dots\dots\dots (25)$$

式(24)を式(25)に代入すれば、 $P_w < P_{we}$ であることが分かる。従って、過冷却領域では $P_{we} > P_w > P_{wL}$ である。

さて、水分はアイスレンズ成長面方向に移動するので、 P_w は x の増加にともない単調に減少する。 P_{wL} は以下の理由により P_w と同様単調に減少する。すなわち、①式(22)右辺の温度 θ が x の増加にともない単調に減少し、かつ、②過冷却領域では巨視的に $P_i = P_o$ (一定)とみなせるからである。②となる理由を詳述する。過冷却領域にある現実の土構造では、析出凍結により間隙氷体積が増加する。このため、土粒子間隙が押し広げられて土粒子間の接触がなくなり、結果として土粒子同士の応力伝達が阻害される。従って、この間隙氷が直接上載圧力 P_o を支持することになる。

ここで、式(25)を位置 x で変分すると、式(25)右辺の P_{ws} は一定であるので、 P_w の勾配は P_{wL} の勾配の 1/2 未満であることが分かる。アイスレンズ成長面では $P_w = P_{we} > P_{wL}$ であるので、 P_w は x の減少とともに P_{wL} に漸近し、ついには $P_w = P_{wL}$ となる。すなわち、フローズンプリンジには $P_w = P_{wL}$ となる内部境界 x_b が存在する。従って、アイスレンズ成長面位置を x_i とすると、過冷却領域は $x_b < x < x_i$ となる。

次に氷圧 P_i について考える。前述のように、過冷却領域では $P_i = P_o$ である。内部境界 x_b では $P_w = P_{wL}$ であるので、間隙水と間隙氷は静的相平衡状態にある。この場合、式(22)と式(23)が同時に成り立つので、式(23)より $P_{iH} = P_i = P_o$ となる。また、過冷却領域 $x_b < x < x_i$ では、 $P_i = P_o$ を式(22)に代入して P_{wL} が決定

され、かつ $P_w > P_{wL}$ である。この関係を式(23)に代入すると $P_{iH} > P_o$ となる。しかし、 P_i は上載圧力 P_o 以上には増加できない。従って、過冷却領域では 5.1.2 項に述べた $P_i = P_{iH}$ なる関係は成立せず、 $P_i = P_o$ となるのである。

本項の最後に水分体積流束 V の変化をみよう。この領域では析出凍結のため、流量の一部が氷に変わり、 V は x の増加とともに減少する(式(10)参照)。

5.2.2 平衡領域 フローズンプリンジの過冷却領域以外の部分、すなわち土粒子間隙の水が凍り始める凍結面位置 x_f と内部境界 x_b の間の領域は過冷却になり得ないので、この領域は過熱状態か平衡状態である。

仮にこの領域が過熱状態、 $P_w < P_{wL}$ であるとする。前節と同様に $P_i = P_o$ であるとする。前節で述べたように P_w と P_{wL} は x の増加にともない単調に減少し、かつ内部境界 x_b では $P_w = P_{wL}$ であるので、 $P_w < P_{wL}$ なる関係が成立する。この場合、式(22)と(23)から $P_{iH} < P_o$ となる。ここで、 P_{iH} は P_i のとりうる最大の値であるので、 $P_i = P_o$ とはなり得ず、間隙氷は $P_i = P_{iH}$ となるまで融解する。この状態は式(23)より静的平衡状態であるので、この領域は過熱状態でありえず、 $P_w = P_{wL}$ かつ $P_i = P_{iH}$ なる平衡状態となる。よって、 $x_f < x < x_b$ を平衡領域と呼ぶ。

平衡領域では、上述のごとく $P_i = P_o$ とはなり得ないので、常に $P_i < P_o$ である。ここで、凍結面 x_f では $\theta = 0$ とみなせるので、凍結面間隙水圧を P_{wf} とすると、式(2)より $P_{if} = (v_w/v_i)P_{wf}$ となる。 $(v_w/v_i) < 1$ であるので、凍上現象の特性($P_{ws} < P_o$)から $P_{if} < P_{wf} < P_{ws} < P_o$ の関係が得られる。前述のごとく、内部境界 x_b では $P_{ib} = P_o$ であるので、 $P_{if} < P_{ib}$ となる。しかるに、 P_w と θ は x の増加にともない単調に減少するので、 P_i は x の増加にともない単調に増加することが分かる。

氷圧が上載圧力より低い($P_i < P_o$)場合、間隙氷が凍結しても土粒子間隙を押し広げることができない。また、この領域では上述の説明より $P_w = P_{wL}$ であるので、式(20)より氷晶析出率 ψ は 0 となる。このような凍結形態を単純凍結(in-situ freeze)と呼ぶ。単純凍結の場合、余剰となった水が流れに加わるので水分体積流束 V が増加する。

なお、図 3 に示すように、凍結面近傍の平衡領域に $P_w > P_{iH}$ となる範囲がある場合、間隙氷に囲まれる間隙水の圧力は $P_i = P_w$ となる。従って、この範囲に適応すべき静的相平衡式はクラペイロン-クラウジウスの式(CCE)である。

Fig. 4 Typical Strain Distribution in a Frozen Soil⁽⁸⁾

5.3 検証 フローズンフリンジは通常数十 mm の厚さである。しかし、図 3 に示すように、その内部が過冷却領域と平衡領域に区分されるなど、その状態変化は複雑である。本論文で初めて明らかになったこの知見は、現在主流をなす Miller⁽⁵⁾や Gilpin⁽⁶⁾の凍上理論の仮定、すなわちフローズンフリンジが平衡状態にあるとする仮定と対立する。この仮定を採用できない理論的な理由は第 4 章の熱力学的検討で明らかであるが、実験的な裏付けを得ることが望ましい。

しかし、フローズンフリンジ内の状態量を計測する実験はきわめて困難である。現状の実験技術では、特別な工夫⁽⁴⁾をしてアイスレンズ成長面の状態量を計測するのが限度である。従って、フローズンフリンジの状態量を計測した実験例はなく、間接的な検証方法を採用せざるを得ない。

Akagawa⁽⁸⁾は約 80mm の凍上試験試料の内部に 5mm の間隔で温度計付きの鉛玉を埋め込み、試料の両端温度を固定した凍上実験を行った。この実験では、経時的に鉛玉の間隔の変化を X 線で測定し、フローズンフリンジの歪を求めた。このようにして得られた典型的な歪み分布と温度分布の例を図 4 に概念的に示す。図の負の歪は圧密による圧縮歪を表す。圧密とは、土粒子間隙の体積が減る現象で、上載圧力の増加や間隙水圧の低下により土粒子に作用する応力が増し、土粒子が縮むために生ずる現象である。正の歪は析出凍結による膨張歪以外にあり得ない。

圧縮歪は左端の給水面からフローズンフリンジの中程にかけて徐々に増加している。これは間隙水圧が低下し、圧密が強くなる傾向と一致する。フローズンフリンジの中程で圧縮歪が減少する。これは析出凍結による膨張歪が付加されたと考えることができる。膨張歪はアイスレンズ成長面に近づくほど増加し、アイスレンズ成長面で急増する。これはアイスレンズの成長速度が他に卓越するという他の実験結果⁽²⁾と一致する。この実験の歪計測は約 5mm の標点間の変形を平均して求めており、局部歪とは言い難いが、上述のようにここで測定された歪の変化はフローズンフリンジ内の析出凍結による膨張現象を定性的に裏付けている。従って、本論文が提案するようにフローズンフリンジには過冷却領域が存在するといえる。なお、第 1 章で述べた非定常凍上解析モデルが構築されると、フローズンフリンジ内の歪分布を定量的に検証できる。

6. 結論

本論文の結論を以下に示す。

- 1) フローズンフリンジ内の微小体積を検討対象系として、この系のエンタルピバランスから動的状態式—氷晶析出率関数を導いた。
- 2) フローズンフリンジが、析出凍結する過冷却領域と単純凍結する平衡領域に区分されることが判明した。
- 3) フローズンフリンジ内での状態量分布を明らかにできた。

謝辞

本論文の作成にあたり数多くの貴重なご意見をいただいた北海道大学大学院工学研究科工藤彦教授に感謝する。また、凍上現象について議論をいただいた北海道大学低温科学研究所福田正己教授、清水建設技術研究所赤川敏博士に謝意を表す。

参考文献

- (1) Taber, S., Frost heaving, *J. Geology*, 37 (1929), 428-461.
- (2) Ishizaki, T. and Nishio, N., Experimental study of frost heaving of a saturated soil, edited by Johns, S. and Holden, J.T., *Ground Freezing* 88, 1 (1988), 65-72, Balkema.
- (3) 宮田嘉明, 凍結中の多孔質体内部液体の移動現象に関する熱力学的検討, 機論, 63-615, B(1997), 3675-3682.
- (4) 宮田嘉明, 赤川敏, 多孔質体間隙における動的固液相平衡に関する実験的研究, 機論, 63-611, B(1997), 2421-2429.

- (5) Miller, R.D., Frost heaving in non-colloidal soils, *Proceeding 3rd International Conference Permafrost*, (1978), 707-713, National Research Council of Canada.
 - (6) Gilpin, R.R., A model for the prediction of ice lensing and frost heave in soils, *Water Resources Research*, 16-5 (1980), 918-930.
 - (7) Nixon, J.F., Discrete ice lens theory for frost heave in soils, *Canadian Geotechnical J.*, 28 (1991), 843-859.
 - (8) Akagawa, S., Evaluation of the X-ray radiography efficiency for heaving and consolidation observation, edited by Johns, S. and Holden, J.T., *Ground Freezing* 88, 1 (1988), 23-28, Balkema.
-