ターボ機械用 3 次元翼間格子生成手法の開発*

矢 敷 達 朗^{*1}, 岩野 龍一郎^{*1}, 梅 垣 菊 男^{*1}Grid Generation for Three-Dimensional Cascade Flow Analysis
of TurbomachineryTatsuro YASHIKI^{*2}, Ryuichiro IWANO and Kikuo UMEGAKI^{*2} Hitachi, Ltd. Power & Industrial Systems R & D Laboratory,
7-2-1 Omika-cho, Hitachi-shi, Ibaraki-ken, 319-1221 Japan

A method of generating high quality three-dimensional grids for cascade flow analysis is developed. The method can be applied to various turbomachinery blades, such as axial, mixed and radial flow types. It has the following. (1) Because three-dimensional grids are obtained by stacking two-dimensional cascade grids on flow surface of revolution, grids can be generated by the same method for various blades types. (2) Because suitable grid topology is selected according to blade shapes, high quality cascade grids can be generated for various blades shapes. (3) Because grids are controlled by solving a system of elliptic partial differential equations on flow surface of revolution, grids which satisfy the following two conditions can be generated. The first condition is a specific spacing between mesh points and orthogonality along mesh lines intersecting the blade surface. The second condition is a continuity of spacing between mesh points and angles of mesh lines over the regions. The grids generated by this method are applied to quasi-3D cascade flow analysis and good convergence of the calculation is confirmed.

Key Words: Grid Generation, Turbomachinery, Computational Fluid Dynamics, Cascade Flow, Grid Topology, Elliptic Partial Differential Equation

1. 緒 言

近年の計算機能力の向上に伴い、流れ解析をターボ機械の設計に利用するケースが多く見受けられるようになり⁽¹⁾、設計において必要不可欠なツールとなりつつある。流れ解析技術としては、準三次元解析、オイラー解析、定常・非定常乱流解析等が目的に応じて使い分けられている。これらの解析技術を用いて解析を行うには、まず領域内に格子を生成することが必須であり、格子生成は流れ解析を行うための必須の技術であると言える。

格子生成にあたっては、格子歪みや格子幅連続性といった格子の品質が、流れ解析の精度や収束性に大きく影響するため、格子の品質を一定以上に保つことが重要である。ターボ機械の心臓部分である翼の場合、解析形状が複雑に変化する3次元曲面で構成されるうえ、軸流から遠心まで様々なタイプが存在するために、流れ解析に耐え得る高品質な3次元翼間格子を生成することは容易なことではない。

これまでの報告では、あるタイプの翼形状を対象として

3次元翼間格子を生成する例が多く見受けられる。例えば、Riedel⁽²⁾は混合型の翼を対象にして、Sbardella⁽³⁾は軸流型の翼を対象にして格子を生成している。複数のタイプの翼形状を対象として3次元翼間格子を生成した例としては、Ozell⁽⁴⁾の報告がある。しかし、Ozell の手法では単一ブロックを用いて格子を生成しているため、格子の自由度に制限があり、翼形状によっては格子歪みが大きくなることもある。また、市販のコードでも、複数のタイプの翼形状を対象として3次元翼間格子を生成できるものが存在するが、代数法を用いて格子を生成しているため、格子の品質の面で問題になることがある。

本研究の目的は、軸流から遠心まで様々なタイプの翼形状を対象として、流れ解析に耐え得る高品質な3次元翼間格子生成手法を開発することにある。本報告では、この格子生成手法の内容と、生成した格子を準三次元解析の翼間流れ解析に適用し、本手法の有効性について検討した結果を報告する。

2. 格子生成手法

2.1 全体の概要 流れ解析用の格子は、格子点が規則的に並んでいる構造格子系と、格子点並びの規則性を要求しない非構造格子系に大別される。構造格子は、格

* 原稿受付 1998年10月23日。

^{*1} 正員, (株)日立製作所電力・電機開発研究所(〒319-1221 日立市大みか町7-2-1)。

E-mail: yashiki@erl.hitachi.co.jp

Fig. 1 Generating two-dimensional cascade grids on flow surface of revolution

子点並びの規則性を利用することで、計算時間の短縮と計算に必要なメモリ容量の低減が図れるので、計算コストの面で有利である。一方、非構造格子は、格子の自由度が高く、格子歪みを小さくできるというメリットがある。著者らは、計算コストの方を優先して構造格子を採用している。

様々な翼形状を対象に、構造格子を用いて、高品質な 3 次元翼間格子を生成するために、本手法では以下の手法を用いている。

- (1) マルチブロック法を用いた格子生成
- (2) 回転流面上での 2 次元翼間格子生成
- (3) 翼周り格子トポロジーの使い分け
- (4) 楕円型偏微分方程式を用いた格子制御

(1) は、解析形状を幾つかの部分に分け、できるだけ矩形領域に近づけてから、各々の部分を構造格子に分割する手法である⁽⁵⁾。マルチブロック法を用いることで、構造格子を用いても、複雑な形状に対して格子歪みを小さくすることが可能である。以下では、(2)～(4)について詳しく説明する。

2.2 回転流面上での 2 次元翼間格子生成 図 1 に示すように、ターボ機械の翼形状は軸流から遠心まで様々なタイプが存在し、解析形状は大きく異なる。この解析形状に対して、直接 3 次元翼間格子を生成したのでは、一貫した手法で格子を生成することは難しい。

本手法では、ターボ機械特有の概念である子午面⁽⁶⁾に着目する。そして、子午面上を流れる流線(子午面流線)を回転させて回転流面を定義する。この回転流面上で子午面流線方向(m)と、周方向(ϕ)に座標軸をとると、 m - ϕ 系での解析形状は各翼形状とも同じトポロジーとして取り扱うことができる。ここで m は子午面流線に沿った長さであり、 ϕ は周方向の角度である。この回転流面上で 2 次元翼

Fig. 2 Three-dimensional cascade grids generation

間格子を生成し、これを積層すれば、形状の異なる翼に対して一貫した手法で 3 次元翼間格子を生成することが可能となる。

図 2 に遠心型の翼を例にとり、格子生成の流れを示す。まず、[1]子午面内部に格子を生成する。スプライン補間を用いて格子点を流れ方向に結合して、子午面流線を定義する。[2]子午面流線を回転して回転流面を定義する。次に、[3]回転流面と翼面の交線を計算し、回転流面上の翼断面形状を求める。この翼断面を含む翼間 1 流路分の解析領域を回転流面上で定義する。続いて、[4] 解析領域内部にマルチブロック法を用いて 2 次元翼間格子を生成する。格子生成には Erriksson⁽⁷⁾らが提案した Transfinite 補間法を用いている。さらに、2.4 で述べるように、[5]楕円型偏微分方程式を用いて格子の制御を行う。最後に、[6] 各回転流面上の 2 次元翼間格子を積層して 3 次元翼間格子を生成する。

2.3 格子トポロジーの使い分け 翼周りの格子トポロジーとしては図 3 に示すように O, C, H 型のトポロジーが良く用いられる⁽⁸⁾。

翼間流れでは、翼面付近の解析精度を上げるために、翼周りに格子を集中させる必要がある。O 型は翼周りに格子を集中させることができ、格子点の無駄が少なくてすむ。H 型は翼面に沿う格子線が遠方境界まで伸びるために、翼周りに格子を集中させると無駄な格子が増えてしまう。

また、本手法ではマルチブロック法により、翼周りを複数のブロックに分けて格子を生成しているが、O 型では図 3 に示す制御点の位置を調整して、ブロック位置を制御している。H 型はこういった制御を行なう必要はなく、O 型に比べて簡単に格子を生成できる。

図 4 には、O 型と H 型を用いた場合の、翼端付近での

Fig. 3 Grid topology around blades

Fig. 4 Comparison of mesh distortion near the blade

格子歪みの比較を示す。轉向角が大きく、翼端でキャンバーラインの方向が周方向を向くような翼形状に対しては、O型を用いたほうが、格子歪みを小さくすることができる。一方、格子分解能に比べて翼端の丸みが小さく、翼端形状を鋭角なものとして扱う場合には、H型を用いたほうが、格子歪みを小さくすることができる。

なお、C型は翼先端ではO型、後端ではH型の性質を併せて持つ。

このように、どのトポロジーにも一長一短があり、翼形状に応じて使い分けことが望ましい。本手法では、翼形状の特徴の違いによってH、C、O型の格子トポロジーを選択する。これにより、さまざまな翼形状に対して高品質な翼間格子を生成することが可能となる。

2.4 楕円型偏微分方程式を用いた格子制御 翼間流れでは、翼面付近で流れが激しく変化するので、翼面付近の格子幅を十分細かくして、かつ格子歪みをできるだけ小さくしなければならない。また、粘性計算では、翼面上に発達する境界層をとらえるために、翼面第一層の格子幅を十分に小さくする必要がある。従って、翼間格子を生成するにあたっては、境界層厚さに応じて、翼面第一層の格子幅が指定でき、かつ格子線を翼面に直交させること、すなわち翼面に対する格子線角度が指定できることが求められる。

また、格子幅や格子線の傾きが急激に変化すると、解

析精度が低下し、流れ計算の収束性も悪くなるので、解析領域全体で連続に変化することが望ましい。その際、ブロック境界や、翼間流れ解析で取り扱うことが多い周期境界をまたがった領域でも、格子幅や格子線の傾きの連続性が満足されなければならない。

さらに、翼間流れは、図2で示したように解析領域が閉領域となるので、翼面境界と外側境界を指定して格子を生成する必要がある。

格子を制御する方法^{(7), (9)}には幾つかあるが、上で述べた条件を考慮に入れて、著者らは Sorenson⁽¹⁰⁾ によって提案された楕円型偏微分方程式を用いた制御方法を、回転流面上に拡張して格子制御を行っている。以下では、その制御方法について説明する。

2.5 回転流面上での格子制御方法 2.1 で考えた座標系 (m, ϕ) から計算空間 (ξ, η) への写像関係を $\xi = \xi(m, \phi)$ 、 $\eta = \eta(m, \phi)$ とし、楕円型方程式として以下のポアソン方程式⁽¹¹⁾を用いることで、格子幅や格子線の傾きの連続性を満足させるようにする。

$$\xi_{mm} + 1/r^2 \cdot \xi_{\phi\phi} + \sin(a)/r \cdot \xi_m = P(\xi, \eta) \dots\dots\dots (1)$$

$$\eta_{mm} + 1/r^2 \cdot \eta_{\phi\phi} + \sin(a)/r \cdot \eta_m = Q(\xi, \eta) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 r は半径、 $P(\xi, \eta)$ 、 $Q(\xi, \eta)$ は格子間隔を制御するパラメータ、 $\sin(a) = dr/dm$ である。(1), (2)式において独立変数と従属変数を入れ替えると、 m, ϕ に関する楕円型偏微分方程式を得る。

$$\alpha m_{\xi\xi} - 2\beta m_{\xi\eta} + \gamma m_{\eta\eta} + J^2(P(\xi, \eta)m_{\xi} + Q(\xi, \eta)m_{\eta}) = \sin(a)/r \cdot J^2 \dots\dots\dots (3)$$

$$\alpha \phi_{\xi\xi} - 2\beta \phi_{\xi\eta} + \gamma \phi_{\eta\eta} + J^2(P(\xi, \eta)\phi_{\xi} + Q(\xi, \eta)\phi_{\eta}) = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$\alpha = 1/r^2 \cdot (m_{\eta}^2 + r^2 \phi_{\eta}^2) \dots\dots\dots (5)$$

$$\gamma = 1/r^2 \cdot (m_{\xi}^2 + r^2 \phi_{\xi}^2) \dots\dots\dots (6)$$

$$\beta = 1/r^2 \cdot (m_{\xi} m_{\eta} + r^2 \phi_{\xi} \phi_{\eta}) \dots\dots\dots (7)$$

$$J = m_{\xi} \phi_{\eta} - m_{\eta} \phi_{\xi} \dots\dots\dots (8)$$

いま、 $\eta = 0$ 、 $\eta = \eta_{\max}$ の両境界において格子幅と格子

Fig. 5 The examples of generating three-dimensional cascade grids

N(9)～(16)式により計算した P 、 Q と(3)、(4)式を反復的に解くことにより、幾何学的拘束条件を満足させる。反復計算は、1回の反復計算における1格子点当たりの平均移動距離が、許容値以下になるまで行なう。本計算では流入径の1000分の1の長さを許容値としている。

本手法を用いることにより、閉領域内部に、翼面第一層の格子幅を制御すると共に、翼面に対する直交性を満足し、ブロック境界や周期境界を含む解析領域全体で、格子幅や格子線の傾きが連続に変化する格子を生成することが可能である。

なお、2次元翼間格子を積層する方向に関しては、格子を生成するのに必要なパラメータを積層方向に線形内挿して求めることで、格子の連続性を満足させている。

3. 適用例

3.1 格子生成例 図5に、本手法を用いて3次元翼間格子を生成した例を示す。図5を見てわかるように、本手法を用いることにより、軸流、混合・斜流、遠心の各タイプの翼に対して、3次元翼格子を生成することが可能である。なお、図5のような数万点規模の3次元翼間格子を生成する場合において、楕円型偏微分方程式の収束計算に必要な反復回数は100回程度あり、計算時間はワークステーション(IRIS PowerIndigo²)上で約5分程度であった。

次に、格子の精度を評価した結果について述べる。評価にあたっては、回転流面上の2次元翼間格子に対して、格子点での格子線のなす角 θ を格子精度の指標として用いた。ここで、 θ は以下の式で表される⁽⁵⁾。

Fig. 6 Comparison of mesh quality

線の傾きの制御を行うことを考える。Sorenson らの方法では幾何学的拘束条件を満たすよう、(1)、(2)式右辺内の P 、 Q を次式で与えている。

$$P(\xi, \eta) = p_1(\xi) \cdot \exp(-a_1 \eta) + p_2(\xi) \cdot \exp(-a_2(\eta_{\max} - \eta)) \quad (9)$$

$$Q(\xi, \eta) = q_1(\xi) \cdot \exp(-b_1 \eta) + q_2(\xi) \cdot \exp(-b_2(\eta_{\max} - \eta)) \quad (10)$$

a_1, a_2, b_1, b_2 は正の定数である。ここで、 $p_1(\xi), q_1(\xi)$ が $\eta=0$ 境界での P, Q の値を、 $p_2(\xi), q_2(\xi)$ が $\eta=\eta_{\max}$ 境界での P, Q の値を表している。

著者らは Sorenson らの方法を回転流面上に拡張し、 $\eta=0, \eta=\eta_{\max}$ の格子幅と格子線の傾きを満足するように境界での m_η, ϕ_η を求め、(3)、(4)式に代入して関数 $p_1, p_2,$

q_1, q_2 を以下のように計算する。

$$p_1(\xi) = 1/J \cdot [\phi_\eta R_1 - m_\eta R_2]_{\eta=0} \quad (11)$$

$$q_1(\xi) = 1/J \cdot [-\phi_\xi R_1 + m_\xi R_2]_{\eta=0} \quad (12)$$

$$p_2(\xi) = 1/J \cdot [\phi_\eta R_1 - m_\eta R_2]_{\eta=\eta_{\max}} \quad (13)$$

$$q_2(\xi) = 1/J \cdot [-\phi_\xi R_1 + m_\xi R_2]_{\eta=\eta_{\max}} \quad (14)$$

$$R_1 = -1/J^2 \cdot [(\alpha m_{\xi\xi} - 2\beta m_{\xi\eta} + \gamma m_{\eta\eta}) + \sin(a)/r]_{\eta=0, \eta_{\max}} \quad (15)$$

$$R_2 = -1/J^2 \cdot [(\alpha \phi_{\xi\xi} - 2\beta \phi_{\xi\eta} + \gamma \phi_{\eta\eta})]_{\eta=0, \eta_{\max}} \quad (16)$$

Fig. 7 Comparison of residual history

$$|\cot \theta| = ((r^2 \alpha \gamma - J^2)/J^2)^{1/2} \dots\dots\dots (17)$$

比較したのは、本手法を用いて生成した格子(格子A)と、代数法の一つである Transfinite 補間法⁽⁷⁾を用いて生成した格子(格子B)である。なお、格子Bは、格子Aを生成する過程において、楕円型偏微分方程式による格子制御を適応する前の格子である。

図6に全体、および翼先端付近の格子図を示す。色は $|\cot \theta|$ の値であり、青い部分は $|\cot \theta|$ の値が0に近く、格子の直交性が高いことを示しており、赤い部分は $|\cot \theta|$ の値が大きく、格子の歪みが大きいことを示している。ここでは、 $|\cot \theta|$ の上限値を $\cot(\pi/6)$ として表示している。

翼先端付近の格子を比較すると、格子Bでは、翼面付近でも格子の直交性は高くないのに対し、格子Aでは、翼先端の広い領域にわたって格子の直交性は高く、特に翼面から2, 3層までの格子は、ほぼ直交している。また、翼面第1層の格子幅も、格子Aの方が一定に保たれている。

次に、全体の格子を比較すると、格子Bでは $|\cot \theta|$ の値が不連続に変化している部分があることがわかる。これは、この部分で格子線が折れ曲がっていることを示しており、ブロック境界や、流入側(図の左側)で顕著に見られる。これに対して、格子Aでは $|\cot \theta|$ の値が解析領域全体で連続に変化しており、格子線の傾きが滑らかに変化していることを示している。

以上の結果から、本手法を用いることによって、2.4で述べた条件を満たすような高品質な格子を生成することが可能であることがわかる。

3.2 流れ解析への適用 格子を高品質化した効果を検討するため、本手法を用いて生成した格子を準三次元解析の翼間流れ解析⁽⁶⁾に適用した。流れは非圧縮性ポテンシャル流れを仮定し、流れ関数に関するポアソン方程式を差分法に基づいて離散化し⁽¹¹⁾、SOR法を用いて流れ関数を求めた。計算に用いた格子は、3.1で説明した格子Aと格子Bである。図7に、流入口の相対流速を用いて無次元

化した残差の変化を示す。残差が 10^{-3} 以下になるまで要した反復回数は、格子Bでは10785回であったのに対し、格子Aでは3816回であった。両者でこのように違いが見られた理由は、格子Bでは、ブロック境界と周期境界で、格子幅や格子線の傾きが急激に変化しており、この部分で計算の収束性が悪くなっているためであると考えられる。以上の結果から、本手法を適用することにより、流れ計算の収束性が良くなることがわかる。

4. 結 言

軸流から遠心まで様々なタイプの翼形状を対象として、流れ解析に耐え得る高品質な3次元翼間格子生成手法を開発した。本手法は以下の特徴を持つ。

(1) 回転流面上の2次元翼間格子を積層して3次元翼間格子を生成することにより、タイプの異なる翼に対して、一貫した手法で格子を生成可能である。

(2) 翼形状によって格子トポロジーを使い分けることにより、さまざまな翼形状に対して高品質な翼間格子を生成可能である。

(3) 回転流面上で楕円型偏微分方程式を用いて格子を制御することにより、翼面に対して指定された格子幅と直交性を満足させながら、解析領域全体で格子幅や格子線の傾きが連続に変化する格子を生成可能である。

本手法を用いて生成した格子を準三次元解析の翼間流れ解析に適用し、流れ計算の収束性が良くなることを確認した。

文 献

- (1) 岩野龍一郎・ほか4名, 第39回ターボ機械協会宇部講演会講演論文集, (1997), 73
- (2) Riedel, N and Schilling, R., 6th International Symposium on CFD, (1995), 982
- (3) Sbardella, L., ほか2名, Unsteady Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachines, (1998), 541, Kluwer Academic Publishers.
- (4) Ozell, B and Camarero, R., Proc. 13th Symp. IAHR, (1986-50), 1
- (5) Thompson, J. F., ほか2名, Numerical Grid Generation, (1985), 27, 182, North-Holland.
- (6) 井上雅弘・鎌田好久, 流体機械の基礎, (1989), 169, 208, コロナ社
- (7) Eriksson, L. E., AIAA J., 20-10, (1982), 1313-1320
- (8) 中橋和博・藤井孝蔵, 格子形成方法とコンピュータグラフィックス, (1995), 16, 東京大学出版会
- (9) Steger, J. L., Numerical Grid Generation in Computational Fluid Dynamics and Related Fields, (1991), 871-886, Elsevier Science Publishers.
- (10) Sorenson, R. L., NASA Technical Memorandum 81198, (1980), 1-58
- (11) Schilling, R., Operating Problems of Pump Stations Power Plants IAHR, (1980-79), 1