脈動流におけるくぼみ付き流路内の流体混合と圧力損失*

国次 公司^{*1}, 西村 龍夫^{*1}

Fluid Mixing and Pressure Drop in a Grooved Channel for Pulsatile Flow

Koji KUNITSUGU and Tatsuo NISHIMURA^{*2}^{*2} Yamaguchi University, Dept. of Mechanical Engineering, Ube, Yamaguchi, 755-8611 Japan

Fluid mixing and pressure drop in a grooved channel are studied numerically for pulsatile flow at an intermediate Reynolds number. In particular, the imposed oscillatory frequency effect is received attention for small and large oscillatory fractions of the flow rate. Hydrodynamic resonance takes place at the imposed frequency close to the self-sustained oscillatory frequency even for a large oscillatory fraction, and the time-averaged vortex strength has a peak at its frequency. However, the pressure drop tends to increase as the imposed frequency becomes large, in the range considered here. Fluid particle ejection from the groove and Lyapunov exponent near the groove wall are examined to represent the fluid mixing characteristics. The best fluid mixing takes place near the frequency for hydrodynamic resonance. Also, flow visualization studies support the numerical simulation results.

Key Words: Fluid Mechanics, Pulsatile Flow, Grooved Channel, Hydrodynamic Resonance, Pressure Drop, Fluid Mixing, Finite Element Method

1. 緒 言

近年, 流れのはく離と流体振動を組合せた熱・物質移動促進法⁽¹⁾は, 小形熱交換器やバイオリアクタなど低レイノルズ数条件で使用される機器の性能向上のために検討されている. その移動促進効果は各種波状流路^{(2)~(4)}, じゃま板付き円管⁽⁵⁾, くぼみ付き流路⁽⁶⁾などで調べられている. 流体振動として脈動流を用いた場合, レイノルズ数, 振動数, 流量比が操作変数となり, 特に振動数の影響が, くぼみ付き流路において詳しく研究されている.

Patera ら⁽⁷⁾は熱移動促進を数値計算により検討し, 流量変動の振動数を流路によって決定される自律振動数に近づけたときに, 速度の変動が増幅され, 熱移動速度にピークが現れる共鳴移動促進現象を見だし, さらに Greiner⁽⁸⁾は, 実験的にこの現象を確認した. また, Nishimura ら⁽⁹⁾はくぼみ長さを変化させて物質移動実験を行い, くぼみ長さが短いときに共鳴移動促進効果が顕著に現れることを示した.

このように, 共鳴移動促進の存在は明らかにされつ

つあるが, まだ検討すべき課題がいくつか残されている. 一つは共鳴現象が流体混合に与える効果である. 流体混合は従来カオス理論の立場から検討され, 熱・物質移動促進と強く関連するといわれているが⁽¹⁰⁾, くぼみ付き流路ではまだ検討されていない. もう一つは, 共鳴現象と圧力損失の関係である. これは実用的な移動促進法を検討する際に重要な指針を与えるが, これもくぼみ付き流路では調査されていない.

本研究ではこれらの点を検討するために, くぼみ付き流路内における脈動流の数値シミュレーションを行った. また, 流れの可視化実験によって計算結果の妥当性を確認した.

2. 数値シミュレーション

本研究では図1に示されるくぼみ付き流路⁽⁹⁾を用いて, 共鳴現象が流体混合と圧力損失に与える効果を検討した. この流路は, 既報の自律振動流の研究⁽¹¹⁾

Fig. 1 Dimensions of grooved channel

* 原稿受付 1999年2月18日.

*1 正員, 山口大学工学部 (〒755-8611 宇部市常盤台 2557).
E-mail: kkou@po.cc.yamaguchi-u.ac.jp

で用いた流路の中でくぼみ長さがいちばん短いものであり、1000程度のレイノルズ数で Tollmien-Schlichting 波 (以下 T-S 波と呼ぶ) が励起されて自律振動が発生し、その振動数をストローハル数で表すと 1.92 となることがわかっている⁽¹²⁾。以後は、この値を自律ストローハル数 St_n として参照する。

流路における流れ場は、完全発達した空間周期的な二次元流れを仮定すると、次のような無次元渦度 Ω と流れ関数 Ψ で表された支配方程式が与えられる。

$$St \frac{\partial \Omega}{\partial \theta} + U \cdot \nabla \Omega = \frac{1}{Re} \nabla^2 \Omega \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\nabla^2 \Psi = -\Omega \quad \dots\dots\dots (2)$$

式中のレイノルズ数と、脈動流の無次元振動数であるストローハル数 St は次のように定義する。

$$Re = \frac{U_s H}{\nu}, \quad St = \frac{2\pi H}{U_s T} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで U_s は、平行平板流路部における定常成分の断面平均速度、 T は強制振動の周期であり、 θ は無次元時間 $2\pi t/T$ である。

流量は正弦波状に変動し、数値計算では壁面における流れ関数 Ψ_w の時間変化として、次式のように表される。

$$\Psi_w = 1 + P \sin \theta = 1 + P \sin(St \cdot \tau) \quad \dots\dots (4)$$

ここで、 P は定常成分に対する振動成分の流量比、 τ は振動周期に依存しない無次元時間 tU_s/H である。

数値計算には Galerkin 有限要素法を用いた⁽¹³⁾。分割要素は三角形一次要素であり、壁面渦度を数値的に評価するために壁近傍の分割を密にした。また、時間微分項の離散化には差分法を用いた。数値解は要素分割数や時間間隔 $\Delta\theta$ に依存するので、あらかじめこれらの値を変化させて検討を行った。その結果、本研究では要素分割数 2496、時間間隔 10^{-3} とした。

圧力損失は計算で得られた渦度場を用いて、Cheng らの方法⁽¹⁴⁾により求めた。すなわち、速度-圧力で表示されたナビエ・ストークス方程式をくぼみ側壁面上 (図1の α - ξ 間) に沿って数値的に積分し、壁面上の圧力 $P^* = p/(\rho U_s^2)$ を計算した。なお、流路上部の平板壁の圧力分布の計算も行い、くぼみ壁側で得られた値と比較した結果、その差は5%以内であった。

流体混合は計算で得られた速度場を用いて、粒子追跡法⁽¹⁵⁾により計算した。本研究では、流体混合の二つの面に注目した。一つは、くぼみ内の物質がどのように主流側に運ばれていくかという問題であり、もう一つは流体混合を与える流れが、熱・物質移動を支配する境界層が存在する壁面付近にどのような影響を与えるかという問題である。前者に対しては、初期条件

として、あるくぼみ内を均等に満たすように多数の粒子を配置し、一定期間流れを脈動させてくぼみ内から排出される粒子数の時間変化を調べた。後者に対しては、くぼみ底面近傍での有限時間リアプノフ指数 λ_L の計算を行った。これは非定常流におけるリアプノフ指数であり、Lee ら⁽¹⁸⁾により移動促進の指標として用いられている。定義は Amon ら⁽¹⁰⁾にならいうのにする。

$$\lambda_L = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{n}{T} \ln \left[\frac{\Delta l(X_j, t_j + (T/n))}{\Delta l(X_o, t_j)} \right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

まず時間周期的な流れ場中の点 X_o に有限の間隔 Δl 離れた粒子の対をおき、1周期 T に対して十分短い T/n の期間運動させた後にリアプノフ指数を計算する。次に粒子対を X_o の位置に戻して同じ操作を繰返す。この過程を1周期の間に n 回繰返し、得られた指数を平均した値 λ_L を、 X_o におけるリアプノフ指数とする。

前報⁽⁶⁾⁽¹⁷⁾より、レイノルズ数が100程度の場合、共鳴現象は生じないことがわかっている。そこで本研究ではレイノルズ数の値をさらに高くし、非線形性の強い $Re=500$ に固定し、ストローハル数を0.2から2.4の間で変化させて共鳴現象の効果に注目した。流量比は低流量比の $P=0.25$ と、高流量比の $P=1.0$ を用いた。なぜなら、物質移動実験⁽⁶⁾は、流量比が大きいほど物質移動速度が増大することを示しており、流量比が大きい場合も共鳴現象が生じるかどうかを検討するためである。また、数値計算の妥当性を確かめるため

Fig. 2 Visualized pathlines and calculated streamlines during one oscillation cycle

に、アルミニウム粉法と電解沈殿法による流れの可視化実験も行った。

3. 結果と考察

図2は、一例として $P=1.0$, $St=0.4$ の条件におけるアルミニウム粉法の可視化写真と、対応する数値計算による流線分布を示す。いずれの時刻でも、図の左から右に流れる主流の変形や時間方向に回転するはく離渦の形状などは両者ともよく一致している。なお、数値計算では $t/T=0.75$ において流量零となるが、実験では露光時間が有限であるために流線と流跡線は一致しない。しかし、流路上部壁側のはく離渦の挙動は両者とも観察され、よく対応している。したがって、数値計算は実験結果を再現しているといえる。

図3は三つの St 数に対する最大流量時 ($t/T=0.25$) と最小流量時 ($t/T=0.75$) の流線を示す。 $t/T=0.25$ における流線分布は $St=0.2$ では定常流の場合⁽¹²⁾ とよく似ているが、 St 数が増加し自律 St 数 $St_n=1.92$ に近づくにつれて、くぼみ内に二つのはく離渦が存在するようになる。一方、流量が零になる $t/T=0.75$ では、主流が消滅する代わりにはく離渦がくぼみから流路側に拡大し、上部壁側には逆回転の渦を形成する。これらの渦の挙動は St 数によって変化し、 $St=2.0$ では平行平板流路中央で上下に分離されたようにな

Fig. 3 Streamline patterns for $P=1.0$

Fig. 4 Streamline patterns for $P=0.25$

り、干渉は小さくなる。この傾向は以前行ったより低い Re 数の計算結果⁽¹⁷⁾ でも観察されている。図4は低流量比の $P=0.25$ の結果を示す。 $t/T=0.25$ では $P=1.0$ の場合と類似しているが、 $t/T=0.75$ では $P=1.0$ の場合と異なり流量が零ではないため、渦の挙動はまったく異なる。すなわち、 St 数の増大によって主流に波打ちが現れる。これは、Pateraらの共鳴現象発生時の結果⁽⁷⁾ と類似している。なお、いずれの場合でもくぼみ内のはく離渦強度は最小流量時 $t/T=0.75$ 付近で最大となる。

図5は、時間平均した流れ場に現れるくぼみ内のはく離渦の、渦強度と St 数の関係を示す。はく離渦の大きさはすべての St 数でくぼみ領域の程度であり、このような場合、Ralph⁽¹⁸⁾ が示したように渦中心の流れ関数最大値を渦強度とみなせるので、これを時間平均強度の指標として採用した。流量比が大きいほど渦強度は増大しているが、 St 数の依存性は両者とも類似しており、 $St_n=1.92$ 付近で現れるピークの存在から、両方の流量比で共鳴現象の発生が示唆される。このことを確認するため、流量が定常流の値と等しい $t/T=0.0$ における瞬間の流線分布から、1周期間を時間平均して得られる分布を差引いた変動成分の流線を図6に示す。自律振動は、前述したようにT-S波が励起された結果であり、本研究で用いた流路ではくぼみ周期長さ L あたり2波長のT-S波が存在することがわかっている⁽¹²⁾。 $P=0.25, 1.0$ とも、互いに逆回転する渦の対が2組存在しており、これは自律振動で現れる

Fig. 5 Vortex strength vs Strouhal number

Fig. 6 Perturbation streamlines for $P=0.25$ and 1.0

T-S波と同様であり、共鳴現象が現れることが確認される。ただし、 $P=1.0$ では一部の渦が細長く変形しており、逆流の生じるさらに大きな流量比においてもT-S波が存在するかどうかは不明である。

図7は、一例として $P=0.25$, $St=2.0$ の条件におけるくぼみ壁に沿う圧力分布を示す。圧力分布は流れの加速・減速に強く依存し、 $t/T=0.0$ の最大加速時では圧力降下は著しく大きく、一方 $t/T=0.5$ の最大減速時では逆に圧力上昇が著しい。また、リブの端部 δ には極大値、 ζ には極大値または極小値がそれぞれ存在している。図7中の実線は時間平均された圧力分布であり、分布形は定常流の場合と類似するが値自身は異なる。また、これらの特徴は他の条件でも同様であった。図8は α と η の間の圧力損失の時間平均値と St 数の関係を示す。図8中には参考として定常流の結果も併示した。いずれの流量比とも圧力損失は定常流の場合より大きく、 St 数の増加によって増大する傾向にあり、特に $St>1$ で顕著である。しかし、 $P=0.25$ に見られるように高 St 数($St=2.4$)では圧力損失は減少している。これは流れの支配方程式より高 St 数では慣性項よりむしろ粘性項のほうが支配的になるた

Fig. 7 Pressure distribution for $P=0.25$ and $St=2.0$

Fig. 8 Time-averaged pressure drop vs Strouhal number

めである⁽¹⁹⁾。したがって、 $P=1.0$ でもさらに St 数が増加すれば、圧力損失は減少するものと推察される。また、図5の渦強度と比較すればわかるように、圧力損失は渦強度に必ずしも対応していない。これは、流量変化に対する応答性がそれぞれ異なるためと思われる。なお、いずれの流量比においても圧力損失がいったん小さくなる St 数が存在しているが、これについての詳細は今後検討したい。

図9は、一例として図2の流れに対応した流体混合シミュレーションの結果と電解沈殿法による可視化写真との比較を示す。電解沈殿法⁽²⁰⁾ではくぼみ底面から連続的に発生させたトレーサがくぼみから排出される挙動を1周期間観察している。一方、数値シミュレーションでは初期に20,000個の粒子をくぼみ内に一様に配置し、4周期間粒子を運動させた後の、可視化写真に対応する時刻のトレーサの様子を示す。時間周期的な流れによって混合される間に、初期粒子位置の違いは目立たなくなり、両者の粒子挙動はよい一致を示すようになる。このことはトレーサの拡散が小さいため、二次元的な流れ場が粒子の挙動、すなわち流体混合を支配していることを示している。なお、数値シミュレーションにおいて、初期粒子数を12,000から50,000の間で変化させた場合でも粒子挙動はほとんど変化しなかった。

図10は、 $P=0.25$ と 1.0 におけるくぼみからの粒子排出過程を示す。なお、 $\tau=(2\pi/St)\cdot(t/T)$ は粒子配置初期からの経過時間を示す。ここで示される各時刻の

Fig. 9 Particle ejection process from the groove to channel during one oscillation cycle

Fig.10 Particle ejection process from the groove to channel for $\tau=0.0 \sim 117.8$

流れは同一であるので、粒子が描くパターンは類似しており、時間の経過とともに粒子がくぼみ下流部のせん断層から排出され、くぼみ内のはく離渦の挙動に強く関連しているといえる。流量比の違いは明確で、 $P=1.0$ のほうが早く粒子が排出されて壁付近にのみ残留するのにに対し、 $P=0.25$ ではくぼみ上流底部に粒子が長く停留し、排出が妨げられていることがわかる。

図11はくぼみ内粒子の排出率 η と時間の関係を示す。排出率 η は初期粒子数 $N_i=20\,000$ および残留粒子数 N を用いて次のように定義する。

$$\eta = \frac{N_i - N}{N_i} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$P=0.25$ では各 St 数とも時間の経過とともに η は増大していき、 $St>0.4$ では75%程度に漸近する。特に初期の排出速度 $d\eta/d\tau$ は St 数に依存し、渦強度がピークを示す $St=2.0$ 付近で最大となる。 $P=1.0$ の場合も St 数の影響は類似するが、粒子の排出速度は $P=0.25$ に比べて大きくなり、粒子排出率の漸近値も約90%まで増大する。したがって、くぼみからの粒子の排出はくぼみ内の渦強度に強く依存し、共鳴現象が有効であることがわかる。

次に、くぼみ底部近傍の流体混合について考察する。100組の粒子対をくぼみ底部から $Y=0.1$ の直線上に配置して一つの粒子群とみなし、ある時刻から有限の期間($T/40$)に生じる粒子群の挙動を追跡した。図12は一例として、 $P=1.0$, $St=1.4$ における s - y 平

Fig.11 Time history of ejection ratio of particles from the groove

Fig.12 Deformation of particle lines near the groove bottom during one oscillation cycle

面上での粒子群変形を示す。図中のプロット点各時刻における粒子位置に対応する一周期間の中で、 $t/T=0.8$ で変形がもっとも著しいことがわかる。これは、くぼみ内の渦強度が $t/T=0.75$ のときに最大になることに関連している。また、図3に示されたように、渦の回転は時計回りであるので、くぼみ下流側では粒子はくぼみ底面へ向かい粒子間隔は増加するが、くぼみ

Fig. 13 Distribution of finite-time Lyapunov exponent λ_L near the groove bottom

上流側では逆にくぼみ底面から離れ、粒子間隔は減少している。

図13は、式(5)に基づいて計算した、 $P=1.0$ における有限時間リアプノフ指数 λ_L の分布を示す。分布形は各 St 数とも同様であり、くぼみ上流では負の値を、下流側では正の値をそれぞれ有する。これは、図12に示されたようにくぼみ底面上で粒子が集積されるところと分散されるところが区別されるためである。リアプノフ指数の絶対値は、 $St=1.4$ 付近で最大となっており、粒子の排出率 η の傾向と類似している。従来の流体混合に関する研究⁽¹⁰⁾では、リアプノフ指数が正であるときに流体混合が良好となり、そのため熱・物質移動が促進されるとみなされている。しかし、図13の λ_L の分布を図9の可視化実験の結果と比較すると、 λ_L が負になる部分はくぼみ底部から発生させたトレーサが流路側に向かって巻き上げられるところである。すなわち物質移動促進に対して重要な寄与をしている部分に対応していることがわかる。したがって、単純にリアプノフ指数の正值と熱・物質移動促進を結びつける評価には問題があるのかもしれない。また、先に示した圧力損失を考慮すれば流体混合は自律 St 数よりもやや小さい範囲で操作することが望ましいことがわかる。

4. 結 言

くぼみ付き流路内脈動流における流体混合および圧

力損失を数値シミュレーションと可視化実験によって検討し、次の知見を得た。

(1) 共鳴現象は流量比の小さい場合だけでなく、大きい場合でも生じ、自律 St 数付近で渦強度は最大となる。

(2) 圧力損失は St 数によって増加し、渦強度の結果とは対応しない。

(3) くぼみからの粒子の排出率およびくぼみ底部のリアプノフ指数は渦強度と対応し、自律 St 数付近でそれらの値は最大となる。

本研究の遂行に際し、生中直行氏および田崎公也氏の協力を得た。また、本研究の研究費の一部は文部省科学研究費(No. 09750196)の助成を受けた。ここに記して謝意を表す。

文 献

- (1) Nishimura, T., *Trends Chem. Eng.*, **2** (1994), 199-214.
- (2) Nishimura, T. and Kojima, M., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **38** (1995), 1719-1731.
- (3) Nishimura, T. and Matsune, S., *Heat Mass Transf.*, **32** (1996), 269-278.
- (4) 西村龍夫, 機論, **61**-583, B(1995), 1041-1047.
- (5) Mackley, M. R. and Stonestreet, P., *Chem. Eng. Sci.*, **50** (1995), 2211-2224.
- (6) Nishimura, T., ほか2名, *J. Enhance. Heat Transf.*, **5** (1998), 23-37.
- (7) Patera, A. T. and Mikic, B. B., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **29** (1986), 1127-1138.
- (8) Greiner, M., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **34** (1991), 1383-1391.
- (9) Nishimura, T., ほか3名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, (in press)
- (10) Amon, H., ほか3名, *Phys. Fluids*, **8** (1996), 1192-1206.
- (11) 西村龍夫・ほか2名, 機論, **62**-598, B(1996), 2106-2112.
- (12) 西村龍夫・国次公司, 化学工学論文集, **23**-6(1997), 764-771.
- (13) Nishimura, T., ほか2名, *J. Chem. Eng. Jpn.*, **20**-5 (1987), 479-485.
- (14) Cheng, L. C., ほか3名, *J. Biomech.*, **5** (1972), 467-484.
- (15) 西村龍夫・ほか3名, 機論, **62**-604, B(1996), 4020-4025.
- (16) Lee, B. S., ほか2名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, **42** (1999), 2571-2581.
- (17) Nishimura, T., ほか2名, *JSME Int. J.*, **40**-3, B(1997), 377-385.
- (18) Ralph, M. E., *J. Fluid Mech.*, **168** (1986), 515-540.
- (19) Nishimura, T. and Matsune, S., *Int. J. Heat Fluid Flow*, **19** (1998), 583-593.
- (20) Nishimura, T., ほか2名, *Chem. Eng. Sci.*, **48** (1993), 1793-1800.