円形ノズルからの乱流噴流の直接シミュレーション*

竹内 伸太郎^{*1}, 三宅 裕^{*2}
梶島 岳夫^{*2}, 青木 誠司^{*3}

Direct Numerical Simulation of Turbulent Round Jet

Shintaro TAKEUCHI^{*4}, Yutaka MIYAKE,
Takeo KAJISHIMA and Seiji AOKI^{*4} MIYAKE's Lab., Dept. of Mechanical Engineering, Osaka University,
2-1 Yamada-oka, Suita, Osaka, 565-0871 Japan

A direct numerical simulation (DNS) of turbulent round jet was carried out in the cylindrical coordinate system to provide a tool for a numerical experiment for jet control. The spatial development from the formation of vortex rings to the transition to turbulence was accurately obtained by a finite-difference method. The characteristics of simulated flow field, such as vortex rings and self-similar profile of mean flow in turbulent region, is in good agreement with experimental findings. Insufficiency of the computational domain in the radial direction leads the flow field to turbulence earlier. The influence of superposition of coherent disturbances to random perturbation at the nozzle exit, e. g. axial and helical ones, has also been investigated. The perturbation mode strongly affected the configuration, strength and location of vortices and their turbulence transition. The delay in turbulence transition, especially by axial excitation, was due to the maintenance of the strong vortices. Such a structure was clearly detected by the proper orthogonal decomposition (POD) method.

Key Words: Jet, Direct Numerical Simulation, Turbulent Flow, Finite Difference Method, Stability, Transition

1. 緒言

円形噴流は、推進、燃焼、空力音などに関連する工学的諸問題において最も基本的な流れ場のひとつであり、せん断層の不安定性、大規模渦構造、乱流への遷移などの重要な素過程を含んでいるため、理論的・実験的に多くの基礎研究が行なわれてきた⁽¹⁾⁽²⁾。噴流はノズル出口での速度分布や擾乱に強く影響される。例えば、Crow と Champagne ⁽³⁾, Zaman と Hussain ⁽⁴⁾は励振による噴流の特性変化を報告している。噴流の効果的な制御手法の開発のためには、円形噴流の素過程に及ぼす外乱の影響をより詳細に解明することが不可欠である。その目的のためには、直接数値シミュレーション(DNS, Direct Numerical Simulation)が有効であると考えられる。

円形噴流を3次元的に精度良く取り扱ったDNSの例は極めて少ない。その原因としては、自由乱流のDNSでは変動も含んだ流入・流出・遠方の境界条件が必要で

あるが、いずれについても一般的な方法が確立されていないことがあげられる。さらに、ノズル出口から乱流遷移にいたる空間発展をとらえるには膨大な格子数を要することも一因であろう。また、円形噴流のノズル出口近傍の再現精度を上げるためには円筒座標が適しているが、中心軸近傍の特異性や格子幅縮小の問題がありDNSにはあまり取り入れられていない。これらの問題を回避するために、デカルト座標を用いて主流方向には空間周期条件を与え、下流への変化を時間発展問題に置き換える方法⁽⁵⁾がとられたが、現象の解析においては制約が多い。

最近 Boersma ら⁽⁶⁾が球極座標を用い、下流にノズル径の40倍まで計算領域を設定して、自己保存則領域の構造解析を目的とした大規模なDNSを実施した。これに対して本研究では、大規模渦構造の発生から崩壊までを再現して解析することを目的とし、ノズル出口近傍の計算精度を高めるために円筒座標系を用いたDNSを試みる。まず、渦輪崩壊後の乱流領域での自己保存則を実験データと比較して計算法の信頼性を検討する。また、計算領域の大きさや境界条件の影響について考察する。

* 原稿受付 1998年12月22日。

^{*1} 正員, 大阪大学大学院, 日本学術振興会特別研究員。^{*2} 正員, 大阪大学大学院工学研究科 (☎ 565-0871 吹田市山田丘2-1)。^{*3} 准員, 川崎重工(株) (☎ 650-8680 神戸市中央区東川崎町1-1-3)。

E-mail: shintaro@fluid.mech.eng.osaka-u.ac.jp

続いて本報では、擾乱モードに対する応答性の数値実験の結果を示す。すなわち噴流ノズル出口でのランダム擾乱に加え、軸対称モード、ヘリカルモードを重ね合わせた場合もシミュレートして大規模渦構造の違いが円形噴流の発達に及ぼす影響を調べる。さらに、固有直交分解 (Proper Orthogonal Decomposition; POD) 法⁽⁷⁾を導入し、乱流遷移への過程における大規模渦構造のふるまいを抽出する方法を提案する。

2. 数値計算法

2.1 基礎式 円筒座標系での非圧縮 Navier-Stokes 方程式と連続の式を基礎式とする。主流 (z) 方向、半径 (r) 方向、周 (θ) 方向の運動方程式はそれぞれ

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + Au_z = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \Delta u_z \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + Au_r - \frac{u_\theta^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re} \left(\Delta u_r - \frac{u_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + Au_\theta + \frac{u_r u_\theta}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{Re} \left(\Delta u_\theta - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \quad \dots\dots(3)$$

$$\text{ただし} \quad A = u_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

で表される。また連続の式は

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

である。長さはノズルの直径 D 、速度は初期コア速度 U_0 、圧力は ρU_0^2 、時間は D/U_0 でそれぞれ無次元化されている。本計算ではレイノルズ数 $Re (= U_0 D / \nu)$ を 25000 とした。 ρ は流体の密度、 ν は動粘性係数である。

今後基準値を明確にするため D , U_0 をつけることがあるが、以後これらを用いて無次元化するので $D = 1$, $U_0 = 1$ である。

2.2 離散化方法 本計算では固体平面壁 ($z = 0$) にある円孔 ($r \leq D/2$) から流出後の噴流を扱う。計算領域および格子設定を表 1 に要約する。半径方向格子は、Lineau ら⁽⁸⁾と同様の関数を用いて中心軸 ($r = 0$) からせん断層にかけて密にし、その外側では次第に拡げた。

空間の離散化にはスタaggered 格子による差分法を用いる。圧力項と粘性項を 2 次の中心差分で近似し、対流項を QUICK 法を用いて上流化した。時間進行法としては、対流項と粘性項に 2 次精度の Adams-Bashforth 法を用いた。対流項に対する QUICK 法は本計算では不可欠ではないが、円筒座標では中心軸 ($r = 0$) 近傍で格子幅が小さいため、空間中心差分法での時間陽解法では時間刻みを非常に小さくしなければならなかったため、

Table 1 Computational domain and grid points

	r -direction	θ -direction	z -direction
Domain	$8D$	2π	$20D$
Number of grids	80	64	200
Grid width	$\Delta r/D$	$r\Delta\theta/D$	$\Delta z/D$
at $r/D = 0$	4.2×10^{-2}	—	0.1
at $r/D = 1/2$	5.6×10^{-2}	4.9×10^{-2}	0.1
at $r/D = 8$	14.3×10^{-2}	78.5×10^{-2}	0.1

Fig. 1 Mean velocity profile at the nozzle

計算の効率化のために導入した。速度場と圧力場のカプリングには SMAC 法を用いた。ポアソン方程式の求解には、周方向にフーリエ変換し、各波数 k_θ ごとに 2 次元 (r, z) の S.O.R. 法を適用した。時間刻みは Lienau ら⁽⁸⁾と同様にクーラン数が 0.6 を越えないように各ステップごとに決められた。

2.3 初期条件および境界条件 流入条件としては、ノズル出口部 ($r \leq D/2$) においては主流方向速度に

$$U(r) = \frac{U_0}{2} \left\{ 1 - \tanh \left[\frac{1}{4} \frac{R}{\theta} \left(\frac{r}{R} - \frac{R}{r} \right) \right] \right\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

で表される平均速度分布⁽⁹⁾に後述する擾乱を重ね合わせたものを与え続けた。ノズル出口面は開口部の外側 ($r > D/2$) ではすべりなしの固体壁とした。式 (5) において R は $U(R) = U_0/2$ となる半径方向距離 (半値幅)、 θ はノズル出口での境界層の運動量厚さである。本計算では $R = 0.45D$, $\theta = 0.045D$ とした。図 1 にその平均速度分布を示す。

初期値としては、 $r < D/2$ の円筒領域内で式 (5) で与えられるノズルの出口の速度、その外側では $u_z = 0$, u_r, u_θ, p は全領域で 0 を与えた。その後、各計算条件において十分に時間発展 ($200D/U$ 以上) を行い、統計的に定常な流れ場を得た。

実験におけるノズル出口条件を模擬するため、 $t > 0$ では式 (5) の平均速度 $U(r)$ にランダム擾乱を重ね合わせて与えた。この擾乱はノズル出口断面内で一様な乱数で、その最大値を $\varepsilon_R = 0.003U_0$ とした。さらに、次式で表される 2 種類のモード⁽⁹⁾をランダム擾乱に重畳した場合の計算も試みる。

$$\tilde{u}_z = \varepsilon_F \sin(m\theta - 2\pi ft) \quad m = 0, 1 \quad \dots\dots\dots(6)$$

Table 2 Patterns of perturbation

	Pattern	ε_R/U_0	ε_F/U_0	m	St
Case 1	Random	0.3%	—	—	—
Case 2	+ Axial	0.3%	1.0%	0	0.35
Case 3	+ Helical	0.3%	1.0%	1	0.35

振幅は $\varepsilon_F = 0.01U_0$ とランダム擾乱 ε_R よりも強くした。 f は周波数である。ストローハル数 $St = fD/U_0$ が $St = 0.3 \sim 0.5$ の加振によりエントレインメント量の増加が見られたという Crow と Champagne の報告⁽³⁾を参考に本研究では $St = 0.35$ に対応する f を与えた。また m は周方向のパターンで、 $m = 0$ のときには一様な軸方向の加減速、 $m = 1$ のときには一重螺旋状の加減速を与えることになる。以上の擾乱パターンを表 2 にまとめる。今後、本文中ではランダム擾乱 (Case 1)、軸対称擾乱 (Case 2)、螺旋擾乱 (Case 3) と表現する。

流出境界においては速度に対流流出条件を適用した。その対流速度には瞬時・局所の主流方向速度を採用し、速度勾配を 1 次の上流差分で近似して次のような離散式を用いた。

$$\frac{u_{z,N_z}^{n+1} - u_{z,N_z}^n}{\Delta t} + \frac{u_{z,N_z}^n + u_{z,N_z-1}^n}{2} \frac{u_{z,N_z}^n - u_{z,N_z-1}^n}{\Delta z} = 0 \quad (7)$$

ここで、 Δt は時間刻み、 n は時間ステップ、 N_z は流出境界上の z 方向格子点を表す添字である。上式により、次の時間ステップでの流出境界の速度 u_{z,N_z}^{n+1} が陽的に与えられる。

計算領域の側面境界においてはトラクション・フリー境界条件⁽⁶⁾⁽¹⁰⁾

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} = 0, \quad \boldsymbol{\sigma} = -\frac{p}{\rho} \boldsymbol{I} + \frac{1}{Re} [(\nabla \boldsymbol{u})^T + (\nabla \boldsymbol{u})] \quad \dots (8)$$

を採用した。ただし $\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル、 $\boldsymbol{n}$ は境界面での単位法線ベクトルである。式 (8) は、 (r, θ, z) 系の側面境界では $\boldsymbol{n} = (1, 0, 0)$ より

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{\rho} &= 2\nu \frac{\partial u_r}{\partial r}, \\ r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} &= 0, \quad \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} = 0 \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

となる。ここで、 u_r, u_θ, u_z, p のいずれかひとつを指定しなければならないので、側面境界は噴流より十分遠方にあるものとして $p = 0$ とした。これと式 (9) の第 2, 3 式から u_θ, u_z を決め、式 (9) 第 1 行目の代わりに境界セルで連続の式を用いて境界を通過する速度 u_r を定める。

圧力の境界条件、すなわち SMAC 法における圧力補正值 ϕ の境界条件は次のとおりである。流入および流出境界では、予測段階で境界での速度を指定するので、これを変更しないためにノイマン条件 $\partial \phi / \partial z = 0$ を与

える。また、側面境界では $p = 0$ に伴ってディリクレ条件 $\phi = 0$ とした。

円筒座標系での運動方程式は中心軸上 ($r = 0$) で特異点となる。スタaggered 格子では $\partial u_z / \partial r, \partial u_\theta / \partial r$ については $r = 0$ をまたいだステンシルで差分近似すればよい。しかし u_r の定義点は $r = 0$ の軸上にあるので「軸上の半径方向速度」が必要になる。本計算ではこれに対して、中心軸の直近の半径方向速度からデカルト座標成分

$$\begin{aligned} u_x(0, 0, z) &= [u_r(\Delta r, 0, z) - u_r(\Delta r, \pi, z)]/2, \\ u_y(0, 0, z) &= [u_r(\Delta r, \pi/2, z) - u_r(\Delta r, 3\pi/2, z)]/2 \end{aligned}$$

を補間によって求めた後、座標の回転

$$u_r(0, \theta, 0) = u_x \cos \theta + u_y \sin \theta$$

で算出したものを与えた。

3. 計算結果と考察

3.1 微小ランダム擾乱を加えた噴流 図 2 は、ランダム擾乱 (Case 1) で、時間的に十分発達した後の瞬時の流れ場を $\nabla^2 p$ の等値面によって示したものである。局所的な低圧部を表現する $\nabla^2 p > 0$ の領域を微小回転渦の構造を捉える指標と考えた。主流は右向きである。左端に見られる乱れは、ノズル出口の微小ランダム擾乱によるノイズであるが、直後には消えている。

はじめにせん断層の不安定によって ω_θ 成分をもつ渦輪が形成される。その後 ω_z の成分をもつ主流方向の渦が発生すると、直ちに渦輪の周方向の乱れが著しくなり、急激に乱流に遷移する。噴流の崩壊過程は他の DNS⁽⁶⁾ や実験結果⁽¹¹⁾ と一致している。なお、本計算条件では渦輪の追い越しや合体は頻繁には観測されなかった。

3.1.1 時間平均流れ場 図 3 は中心軸上での主流速度 U_c の軸方向分布である。計算領域は $0 \leq z \leq 20D$ であるが、計算領域の出口近傍では境界条件 (7) の影響を受けていると考えられるため、今後の流れ場の考察においては $0 \leq z \leq 16D$ の結果を用いる。中心軸速度分布には計算結果と対応する実験値⁽³⁾ に不一致が見ら

Fig. 2 Instantaneous vortical structure indicated by iso-surface of $\nabla^2 p = 0.6$ (Case 1)

Fig. 3 Streamwise evolution of time-averaged centerline velocity (Case 1)

Fig. 4 Streamwise evolution of Entrained Volume through the lateral boundary

れるが、この原因は次のように考えられる。中心軸速度の減衰は渦輪の形成とその崩壊過程によって決まる。ところが、ブレイド領域に発生する乱れ(縦渦)には支配的な波数が存在せず、多様な擾乱を受容する性質がある(この問題に関しては次報において議論する)。したがって、崩壊過程はわずかな条件の違いによって大きく異なることが本質的であると考えられる。計算と実験ではノズル出口でのランダム擾乱を完全に一致させることができないため、図3のような違いが生じたものと思われる。その意味では、中心軸速度の不一致は噴流のメカニズムを論ずる上で致命的な不都合とはいえない。

周囲流体の噴流への引き込み、すなわちエントレインメント量 E は断面流量の軸方向増加率

$$E = \frac{dQ}{dz}, \quad Q = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty u_z r dr d\theta \quad \dots\dots\dots (10)$$

として定義されるが、連続の式から

$$E = - \int_C u_r r d\theta \quad \dots\dots\dots (11)$$

も等価である。ここで C は噴流の軸と同心の十分大きな円である。図4は C を半径 $7.5D$ の円として式(11)により求めた E をノズル出口流量 Q_0 で規格化して示したものである。 $z = 10D$ より下流の領域で E はほぼ一定になっている。次元解析の結果から dQ/dz は完全発達領域で一定値をとることが知られており⁽²⁾、本計算結果はこの領域を再現している。この領域での E は、

Fig. 5 Radial profiles of the mainstream velocity scaled with the local centerline velocity (Case 1)

Fig. 6 Radial profiles of turbulence intensity of streamwise velocity (Case 1)

実験結果⁽³⁾⁽¹²⁾と比べて大きい、実験条件や計測方法に敏感な量と考えられる。エントレインメント一定の領域が再現されたことから、トラクション・フリーの境界条件(9)により、定性的に妥当な空間発展流れ場が得られたものとする。

平均速度分布は、ノズル出口から約 $10D$ より下流の領域において自己相似になること(自己保存則)が知られている。図5は、いくつかの主流方向位置における平均速度 u_z/U_c の半径方向分布の計算結果を示したものである。横軸は噴流の半値幅で規格化された半径 r/b である。十分下流の $z \approx 50D$ の位置での測定値⁽¹³⁾と比較すると、計算結果にはほぼ自己保存則を満たす領域が確認される。図6には主流方向速度の変動強度(u'_z の rms 値)の半径方向分布の計算結果を示す。十分下流での測定値⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾と比較すると、速度変動は本計算領域内では自己保存則に到達していない。そのことは、速度変動の強度などは、約 $35D$ より下流域で自己保存則に達するという結果⁽⁶⁾によれば不自然ではない。したがって、本計算によって平均速度場の自己相似則が成立する領域までは精度よく再現されたものと考えられる。

3.1.2 擾乱強度の影響

擾乱強度の影響を調べるため、 $\varepsilon_R = 0.003U_0$ (Case 1)に加え、 $\varepsilon_R = 0.0015U_0$ (Case 1.1)、 $\varepsilon_R = 0.001U_0$ (Case 1.2)、

Fig. 7 Spectra of centerline velocity fluctuation at $z = 4D$

Fig. 8 Streamwise evolution of mean centerline velocity for various strength of random perturbation

$\varepsilon_R = 0.0003U_0$ (Case 1.3) と、乱れ強度を 1/10 まで段階的に減らして同様の計算を実施した。図 7 に中心軸上の一点でサンプリングした主流方向速度の時系列データのスペクトルを示す。渦輪の周波数は擾乱強度にかかわらず約 $St = 0.5$ であることがわかる。この値は別報に詳述する線形安定解析からの予測値に一致する。図 8 は中心速度の減衰に及ぼす擾乱強度の影響を表している。本計算の擾乱強度の範囲内では、ポテンシャルコアの消失点は変わらないが、乱流遷移による中心速度の減衰は擾乱が強いほど上流に移る。

以上より、ランダム擾乱のみを与えた場合には、擾乱強度は渦輪のモードを変えないが、縦渦の発生からの乱流遷移点に影響を与える。

3.1.3 計算領域の大きさの影響 図 9 は、Case 1 に対して計算領域の大きさだけを変えた時の中心速度分布を比較したものである (図中で例えば 8×20 は半径方向に $8D$ 、主流方向に $20D$ の計算領域の結果であることを表す)。中心軸上の主流方向速度の減衰には半径方向の計算領域の影響が大きい。このことを、

$$\iint (\rho u_z^2 + p) r dr d\theta = \text{Const.} \quad (12)$$

Fig. 9 Streamwise evolution of centerline velocity by different computational domain

Fig. 10 Streamwise evolution of Entrained Volume by different computational domain

で表される軸方向運動量の保存から考察する。なお、本計算結果においては上式が成立していることを確認した。噴流の空間発展に伴って主流方向流量にはエントレインメントも加算されるため、流速の低下によって運動量が保たれるはずである。したがって、エントレインメントが過大に与えられれば主流方向速度はより減衰しなければならない。図 10 は半径方向領域が $8D$ と $6D$ の場合の $r = 5.5D$ で計測されたエントレインメントの比較である。領域が不足すると、トラクション・フリー境界条件ではエントレインメントが過大となることが示された。したがって図 9 のように中心速度の減衰は領域の大きさに依存する。半径方向領域 $8D$ は、十分とは断言できないが平均流れ場には大きく影響を与えない程度であると考えられる。

3.2 周期的な擾乱を加えた場合 前節でみたように、ランダム擾乱のみを与えた Case 1 の結果から、渦輪間隔が線形安定解析からの予想値と一致すること、エントレインメントが一定となる領域まで再現されたこと、そこでは測定値とよく一致する相似速度分布が得られたことから、本計算において現実の円形噴流の発達過程が妥当に再現されたものと考えられる。そこで、以下では擾乱のモードに対する応答性の数値実験を試み、円形噴流の発達過程における大規模渦構造の影響を調べる。

図 11 は、軸対称擾乱を与えた Case 2 の瞬時の流れ場における $\nabla^2 p$ の等値面である。軸対称な渦輪 ω_θ が

Fig. 11 Instantaneous vortical structure due to superposition of axial perturbation indicated by iso-surface of $\nabla^2 p = 0.6$ (Case 2)

Fig. 12 Instantaneous vortical structure due to superposition of helical perturbation indicated by iso-surface of $\nabla^2 p = 0.6$ (Case 3)

Fig. 13 Streamwise evolution of centerline velocity for three kinds of perturbation

発生した後、計算領域半ば ($z \simeq 6$) より縦渦 ω_z が発生し、急激に乱流に移行している。崩壊開始点は図 2 に示した Case 1 と比べるとやや下流よりである。渦輪の間隔は Case 1 の場合より長い、このストローハル数は $St = 0.35$ であり、ノズル出口で与えた軸対称擾乱 (6) が支配的になっていることがわかる。

図 12 は、螺旋擾乱を与えた Case 3 の瞬時の流れ場を図 2, 11 と同様に表示したものである。Case 3 では螺旋状の渦ができていく。螺旋のピッチはノズル出口での擾乱と同じストローハル数は $St = 0.35$ に対応している。

図 13 は Case 1 ~ 3 の中心速度分布を比較したものである。Case 3 の減衰パターンは Case 1 に近い。これらに対して Case 2 では、 $2 < z/D < 7$ で中心速度が 5% ほど減るが、乱流遷移後の $z/d > 7$ で減衰はゆるやかになる。いったん減少するのは渦輪の内外で運動量交換が促進されたため、その後の減衰が緩やかなのは渦輪

Fig. 14 Mean pressure distribution in radial direction

が下流まで長く維持され、崩壊が遅れるためと考えられる。この構造については後で詳しく解析する。

図 14 は z 方向のいくつか断面において、圧力 p の半径方向分布を各擾乱について比較したものである。図 14(a),(b) では、渦輪および螺旋渦の渦核の通過を反映して $r = 0.5D$ 付近では低圧部が発生し、中心軸 $r = 0$ 付近では圧力が相対的に上昇している。図 14(c) において Case 1,3 では $z = 10D$ ですでに乱流に移行して緩やかな圧力分布をとるが、Case 2 は図 (a),(b) と同じ傾向をとり、依然として渦輪が維持されていることが圧力分布からも推測される。この渦構造については以下に詳述する。

4. 大規模渦構造の抽出

図 2, 11, 12 のような瞬時の流れ場から入口速度擾乱が平均速度場に及ぼす影響を明らかにするためには、これを担う渦構造を抽出する必要がある。本研究ではこの目的で直交固有分解 (POD) 法⁽⁷⁾を用いて大規模渦構造を可視化する。

4.1 POD 法の概要

関数 $f(x)$ を正規直交関数系 $\{\psi_i\}$ で以下のように展開することを考える。

$$f(x) = \sum_i C_i \psi_i(x) \quad \left(C_i = \int f(x) \psi_i(x) dx \right) \quad \dots (13)$$

Fig. 15 Three kinds of direction for POD

ただし $\{\psi_i\}$ は、汎関数 $L = \int \langle \Phi_k(x) \psi_i(x) \rangle_K^2 dx$ を拘束条件 $V = \int \psi_i^*(x) \psi_i(x) dx - 1 = 0$ の下で最大化する問題の解集合であるとする. ここで $\{\Phi_k(x)\}$ は K 本の任意の物理量の集合で、 $\langle \rangle_K$ はアンサンブル平均、 ψ_i^* は ψ_i の複素共役を表す. このとき $\{\psi_i\}$ は以下の固有方程式を満たす.

$$\int R(x, x') \psi_i(x') dx' = \lambda_i \psi_i(x), \quad (14)$$

$$R(x, x') = \langle \Phi_k^*(x) \Phi_k(x') \rangle_K \quad (15)$$

固有値 $\{\lambda_i\}$ が降べきの順 ($\lambda_1 > \lambda_2 > \dots$) に並んでいるとして、式 (13) の級数の第一項 $C_1 \psi_1(x)$ を以後、 $f(x)$ の第一構造と呼ぶことにする.

渦構造を的確に捉えるため、図 15 に示すような 3 種類の POD 法を使い分ける.

図 15(a) の周方向 POD 法では、中心軸に垂直な断面上で周方向に沿う物理量 $f(\theta)$ から相関 $R(\theta, \theta')$ を作り、その断面上の全同心円について R の平均をとる. 図 15(b) の軸方向 POD 法では、円筒面上の母線に沿う物理量 $f(z)$ から相関 $R(z, z')$ を作り、その円筒面上で R の平均をとる. 図 15(c) の螺旋 POD 法では、円筒面上の螺旋に沿う物理量 $f(z)$ から相関 $R(z, z')$ を作り、その円筒面上で R の平均をとる.

4.2 POD 法による大規模渦構造 これらの POD 法を総渦度 $|\omega|$ に対して適用し、渦構造を抽出した結果を図 16~18 に示す.

図 16 はランダム擾乱のみ (Case 1) の円形噴流の渦構造とその POD 解析結果である. 図 16(b),(c) にみられるように、軸方向および周方向の POD 法により、渦輪がよく捉えられている. 取り出された主構造が二種類の POD 法で異なるのは平均操作の違いによるものである. Case 1 の場合には崩壊後の領域では支配的な渦構造は見られない.

(c) Primary structure by Circumferential POD

Fig. 16 Iso-surface of $|\omega|$ in an instantaneous flow field (Case 1)

軸対称擾乱を重ね合わせた Case 2 の結果を図 17 に示す. 図 17(a) と図 16(a) の比較からは明瞭でないが、図 17(b) に示される軸方向 POD 法の抽出結果では大規模渦構造が下流まで維持されている様子が観察される. また、図 17(c) の周方向 POD 法の抽出結果は軸方向 POD 法ほど明瞭ではなく、擾乱とそれによって発生する渦構造に整合した方向に POD 法を適用することが重要である.

螺旋擾乱を加えた Case 3 の結果を図 18 に示す. 図 18(b),(c) において、螺旋状の大規模渦は乱流遷移後にも確認できる. この場合には螺旋方向への POD 法が適しており、大規模構造は図においてより明確に抽出されている. しかし Case 3 による螺旋渦の維持は Case 2 の軸対称渦ほど明瞭なものではない.

POD 法によって、崩壊より下流域において主要渦構造の存在が確かめられ、図 14 の平均圧力分布からは区別出来ないような詳細な渦構造を捉えることが可能になった. この主要渦構造は、とくに軸対称擾乱を加えた Case 2 で顕著である. この強固な渦構造は、ポテンシャルコアが消失し、乱流遷移が進んだ後にも維持されている.

5. 結言

円形噴流の空間発展過程を円筒座標を用いた差分法による直接数値シミュレーションによって解析し、以下の結論を得た.

1. ノズル出口速度にランダム擾乱のみを加えた場合には線形安定論の結果に一致する間隔の渦輪が発

(a) No filtered

(b) Primary structure by Axial POD

(c) Primary structure by Circumferential POD

Fig. 17 Iso-surface of $|\omega|$ in an instantaneous flow field (Case 2)

生した。また、周囲流体のエントレインメント量が一定になる領域が再現され、その領域では平均速度分布の相似則が確認された。以上のことから、本計算によって、円形噴流における渦輪の発生、崩壊から乱流遷移までの過程が妥当にシミュレートされているものと考えられる。

2. 渦輪の形成後、リブ領域に軸方向成分をもつ縦渦が発生すると急激に乱流に遷移する。ランダム擾乱の強さは渦輪の間隔には影響を与えないが、擾乱が強くなると渦輪の崩壊点が上流側に移る。
3. 遠方境界でトラクション・フリー条件を用いると、計算領域が不十分な場合にはエントレインメントを過大に与え、主流方向速度の減衰を早める。
4. ノズル出口において規則的な擾乱を重ね合わせ、それによる渦構造が卓越すると、噴流の平均流れ特性はその構造に応じて大きく変化する。とくに軸対称擾乱により強い渦輪が形成されると、ポテンシャルコア消失に続く乱流遷移を遅らせる。
5. 直交固有分解 (POD) 法による解析を試み、POD 法を適用する方向を適切に選べば大規模渦構造の抽出が可能であることを示した。その結果、軸対称

(a) No filtered

(b) Primary structure by Helical POD

(c) Primary structure by Circumferential POD

Fig. 18 Iso-surface of $|\omega|$ in an instantaneous flow field (Case 3)

の強い渦輪は乱流中にも強固に存続することが明らかになった。

文 献

- (1) Hussain, H.J., Capp, S.P. and George, W.K., *J. Fluid Mech.*, **258** (1994) 31-75
- (2) Rajaratnam, N. (野村 訳), 噴流, 森北出版 (1981)
- (3) Crow, S.C. and Champagne, F.H., *J. Fluid Mech.*, **48-3** (1971) 547-591
- (4) Zaman, K.B.M.Q. and Hussain, A.K.M.F., *J. Fluid Mech.*, **110** (1981) 39-71
- (5) 三宅・板東・竹末・太田, 機論 B 編, **60-574** (1994) 2022-2029
- (6) Boersma, B.J., Brethouwer, G. and Nieuwstadt, F.T.M., *Phys. Fluids*, **10-4** (1998) 899-909
- (7) Aubry, N., Holmes, P., Lumely, J.L. and Stone, E., *J. Fluid Mech.*, **192** (1988) 115-173
- (8) Lienau, J.J. and Kollmann, W., *AIAA Paper*, 93-0199 (1993)
- (9) Urbin, G. and Métais, O., *Proc. 2nd ERCOFTAC Workshop on DNS and LES*, (1996) A.4-A.1
- (10) Gresho, P.M., *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **87** (1991) 201-252
- (11) Liepmann, D. and Gharib, M., *J. Fluid Mech.*, **245** (1992) 643-668
- (12) Ricou, F.P. and Spalding, D.B., *J. Fluid Mech.*, **11** (1961) 21-32
- (13) Wygnanski, I. and H. Fiedler, *J. Fluid Mech.*, **38** (1969) 577-612
- (14) 二宮・笠木, 機論, **59-561B** (1993) 1532-1538