LES による微細粒子を含む壁面乱流の数値解析*

(粒子の運動に及ぼす流れの SGS モデルの効果)

杉山 和靖^{*1}, 高木 周^{*2}, 松本 洋一郎^{*2}

Numerical Analysis of Wall Turbulence Laden with Small Particles by LES

(The Effect of SGS Models in the Flow to the Particle Motion)

Kazuyasu SUGIYAMA^{*3}, Shu TAKAGI and Yoichiro MATSUMOTO

^{*3} Univ. of Tokyo, Dept. of Mechanical Engineering,
Hongo 7-3-1, Bunkyo-ku Tokyo, 113-8656 Japan

In this study, the particle-laden flow in a wall turbulence is studied by the Large Eddy Simulation (LES). The results are compared with the Direct Numerical Simulation (DNS) conducted by Rouson et al.(1997). The wall Reynolds number (Re_τ) is 180 and the particle diameters are assumed to be smaller than the Kolmogorov length scale. The one-way coupling method is employed for the interaction between the fluid and the particle. The Sub-Grid Scale (SGS) model dependencies on the numerical results are analyzed. Smagorinsky, dynamic SGS and scale similarity models are used for the comparison. Although the results simulated by the LES show reasonably good agreement with the DNS results, the difference between the DNS and the LES is larger than that among different SGS models. Further, the stochastic effects of the particle dispersion due to the SGS fluid motion are modeled and investigated. The results show that the stochastic effect is small enough in the present conditions.

Key Words: Multiphase Flow, Numerical Simulation, Particle-Laden Flow, LES, SGS Model, Langevin Model

1. 緒 言

乱流状態にある気流中に小さい粒子が分散した固気混相乱流は、多くの工業プロセスで観察され、その流動構造の解明は工学的に重要である。そのため、さまざまな流れ場を対象とした研究が行われており、例えばチャンネル内や円管内の固気混相乱流を対象とした実験^{(1)~(3)}により、粒子の拡散、集積、平均速度分布、乱流の変調などについての知見が得られている。また、近年の計算機性能の大幅な向上に伴い、単相乱流の直接数値シミュレーション(DNS)を利用した二相流解析^{(4)~(6)}が行われ、実験では得ることが難しい有用なデータを得ることが可能となっている。ただし、DNSは莫大な計算機資源を必要とし、単純で低レイノルズ数の流れ場しか扱うことができないといった制約がある。そのため、エネルギーを保有する大規模渦をグリッドスケール(GS)で解像し、解像できないサブグリッドスケール(SGS)についてはモデル化を行う Large Eddy Simulation(LES)による解析がより

実用的なものとなる。チャンネル内の固気混相乱流を対象とした LES を用いた解析については、文献(7)、(8)などが挙げられ、より現実的なレイノルズ数の下での有意義な結果が得られている。しかしながら、一様等方性乱流中で沈降する粒子の DNS を用いた数値解析⁽⁵⁾によると、粒子の運動はエネルギーを保有する大規模渦だけではなく、Kolmogorov の長さスケールに近いより小さな渦にも影響を受けることが指摘されている。このことは、粒子の運動が周囲流体の渦構造の長さスケールに強く依存することを表し、特に、LES で解像できていない SGS の構造が粒子運動に対して重要となりうることを示唆するものである。

LES の SGS モデルとして最も頻繁に用いられているのは Smagorinsky モデル⁽⁹⁾であるが、そのモデル定数は DNS や実験結果と乱流統計量が整合するよう統計的な処理によって最適化が行われているため、瞬時・局所の乱流構造の予測には適さないことが知られている。近年、この問題を改善すべく、流れ場に依存して動的にモデル定数が決定される Dynamic SGS モデル⁽¹⁰⁾や、瞬時・局所で DNS との相関の高い SGS 応力が得られるスケール相似則モデル⁽¹¹⁾など、さまざまな手法が提案されている。これらのモデルは、数値安定性、統計量の精度、遷移予測可能性などに違い

* 原稿受付 1999 年 4 月 19 日。

^{*1} 正員、東京大学大学院 (〒113-8654 東京都文京区本郷 7-3-1)。

^{*2} 正員、東京大学大学院工学系研究科。
E-mail: sugiyama@fel.t.u-tokyo.ac.jp

を有することが確認されているが、局所的な渦のスケールや強さに大きく依存する粒子の乱流統計量⁽⁵⁾⁽¹²⁾は、Dynamic SGS モデルやスケール相似則モデルを利用することで、その精度が改善されるものと期待される。そこで、本研究ではいくつかの SGS モデルをチャンネル内の固気混相乱流の解析に適用し、DNS を用いた one-way coupling 法による固気混相乱流の計算結果⁽⁶⁾との比較、検討を行う。また、SGS から粒子への作用のうち、粒子分散の効果を取り入れるために、既存の Langevin Model⁽¹³⁾による方法を LES に適用し、SGS の速度変動成分が粒子乱流統計量にどのような影響を与えるのか調べる。

2. 計 算 方 法

2・1 支配方程式 本節では解析に用いる支配方程式を示す。なお、ここで示されるすべての解析変数は壁面摩擦速度 u_τ 、チャンネル半幅 δ 、流体の密度 ρ_f によって無次元化を行ったものである。

○連続の式：

$$\frac{\partial \bar{u}_{fi}}{\partial x_i} = 0, \dots \dots \dots (1)$$

○運動量方程式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_{fi}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_{fi} \bar{u}_{fj}}{\partial x_j} \\ = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{2}{Re_\tau} \bar{S}_{fij} - \tau_{fij} \right) + \delta_{i1}, \dots \dots (2) \end{aligned}$$

ここで、 u_i は速度、 p は圧力、 t は時間、 x_i は座標、添字 f は流体、 τ はグリッドフィルタ操作を表す。また、 $S_{ij} = (\partial \bar{u}_j / \partial x_i + \partial \bar{u}_i / \partial x_j) / 2$ はひずみ速度テンソル、 $\tau_{ij} = (\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j)$ は SGS 応力テンソルである。

○粒子運動方程式：

$$\frac{du_{pi}}{dt} = \frac{\bar{u}_{fi} - u_{pi}}{\tau_p} + g\delta_{i1}, \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{dx_{pi}}{dt} = u_{pi}, \dots \dots \dots (4)$$

ここで、添字 p は粒子を表す。式(3)では、媒質密度に比べて粒子密度は十分に重く、粒子径は Kolmogorov の長さスケールに比べて十分に小さいといった条件の下、(i)Maxey-Riley が導出した粒子運動方程式⁽¹²⁾による定式化を行い、(ii)Faxen 項を無視し、(iii)支配的な慣性力項、重力項、定常抗力項のみによる簡略化を行った。また、式(3)中の粒子の緩和時間 τ_p は

$$\tau_p = \frac{4\rho_p d_p^2}{3\rho_f C_D v_f Re_p}, \dots \dots \dots (5)$$

である。ここで、 C_D と Re_p はそれぞれ抗力係数と粒子レイノルズ数 $(=2r_p|u_p - u_f|/v_f)$ である。 C_D とし

て、以下の実験式⁽¹⁵⁾を用いた。

$$C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687}), \dots \dots \dots (6)$$

2・2 LES の SGS モデル 渦粘性の仮定による式(2)中の SGS 応力テンソル τ_{ij} は以下のように近似される。

$$\tau_{fij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{fkk} = -2C\Delta^2 |\bar{S}_f| \bar{S}_{fij}, \dots \dots \dots (7)$$

Smagorinsky Model⁽⁹⁾(以下 SM)の場合、スマゴリンスキー定数 ($C_s = 0.1$) と van Driest 形の壁面減衰関数 $[f_\mu = 1 - \exp(-y^+/25)]$ により、式(7)のモデル定数 C は、 $C = (C_s f_\mu)^2$ として与えられる。

SGS 応力を流れ場の解を基に動的に算出する Dynamic SGS Model⁽¹⁰⁾(以下 DSM)では GS 成分と、より大きな長さスケールのフィルタ操作によって得られる Test Scale(TS)成分で記述される SGS 応力の構成方程式によってモデル定数が算出される。本研究では、Lilly⁽¹⁶⁾の最小二乗法を用いた手法により、式(7)の C を求める。

スケール相似則モデル⁽¹¹⁾によって得られる SGS 応力モデルは実際の瞬時・局所の SGS 応力と高い相関を有することが知られている。渦粘性モデルとを合せた、Mixed SGS Model⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾によると、SGS 応力は

$$\begin{aligned} \tau_{fij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{fkk} = & (\bar{u}_{fi} \bar{u}_{fj} - \bar{u}_{fi} \bar{u}_{fj}) \\ & - \frac{1}{3} \delta_{ij} (\bar{u}_{fk} \bar{u}_{fk} - \bar{u}_{fk} \bar{u}_{fk}) \\ & - 2C\Delta^2 |\bar{S}_f| \bar{S}_{fij}, \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

と書き表される。本研究では、Dynamic Mixed SGS Model(以下 DMSM)の Vreman ら⁽¹⁷⁾の手法に従い、式(8)中のモデル定数 C を、以下の式(9)～(12)の関係によって動的に求める。

$$C = -\frac{\langle (L_{fij} - H_{fij}) M_{fij} \rangle}{2\Delta^2 \langle M_{fij} M_{fij} \rangle}, \dots \dots \dots (9)$$

$$L_{fij} = \widehat{\bar{u}_{fi} \bar{u}_{fj}} - \widehat{\bar{u}_{fi}} \widehat{\bar{u}_{fj}}, \dots \dots \dots (10)$$

$$\begin{aligned} H_{fij} = & (\widehat{\bar{u}_{fi} \bar{u}_{fj}} - \widehat{\bar{u}_{fi}} \widehat{\bar{u}_{fj}}) \\ & - (\widehat{\bar{u}_{fi} \bar{u}_{fj}} - \widehat{\bar{u}_{fi}} \widehat{\bar{u}_{fj}}) \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

$$M_{fij} = \left(\frac{\Delta_T}{\Delta} \right)^2 |\widehat{\bar{S}_f}| \widehat{\bar{S}_{fij}} - |\bar{S}_f| \bar{S}_{fij}, \dots \dots \dots (12)$$

ここで、 $\widehat{\cdot}$ は TS フィルタ操作、 $\langle \cdot \rangle$ は負粘性による計算不安定を回避するための統計的に等方な方向に対する平均化操作である。また、テストフィルタとグリッドフィルタの比 (Δ_T/Δ) は、2 とした。

2・3 SGS から粒子分散への影響 式(3)の粒子運動方程式では流体速度は GS 成分のみで記述されており、媒質の SGS から粒子への運動エネルギー輸送

がカットオフされている。本研究では、SGS の流体運動を拡散的であるとみなし、Markov 性を仮定した Langevin Model⁽¹³⁾ によって SGS の流体運動から粒子運動への寄与の一つである「粒子分散」の評価を行う。このモデルでは、LES で算出される渦粘性係数などを用いて流体粒子の拡散理論⁽¹⁹⁾と整合するように SGS の流体の拡散運動を確率的に計算し、粒子運動の不規則応答理論⁽²⁰⁾に基づいて「粒子分散」が求められる。速度の SGS 変動成分を u' と記述すると、時間に関して離散化された Langevin 方程式は以下のように書き表される。

$$\begin{aligned} \{u'_{fi}(t+\Delta t)|_{@p}\} \\ = R_L(\Delta t)R_{Eij}(\Delta r)\{u'_{fj}(t)|_{@p}\} \\ + \sigma(\sqrt{u'^2_{fj}})\sqrt{1-\{R_L(\Delta t)R_{Eij}(\Delta r)\}^2} \dots\dots (13) \end{aligned}$$

ここで、 $\sigma(u_{rms})$ は rms 値が u_{rms} 、平均値が零の白色の外乱、 Δr は Δt の間に粒子と流体が離れる距離である。また、 $R_L(\Delta t)$ は、 u'_f についてのラグランジュ時間相関係数、 $R_E(\Delta r)$ オイラー空間相関テンソルであり、それぞれ、以下のように近似する。

$$R_L(\tau) \sim \exp\left(-\frac{\tau}{T_L}\right) \dots\dots\dots (14)$$

$$R_{Eij}(r) = \{f(r) - g(r)\} \frac{x_i x_j}{r^2} + g(r) \delta_{ij} \dots\dots (15)$$

ここで、 f, g はそれぞれ縦相関、横相関係数を表す。粒子速度の変動成分は式(3)の速度の摂動成分を線形化することによって以下のように記述される。

$$\frac{du'_{pi}}{dt} = \frac{u'_{fi} - u'_{pi}}{\tau_p} \dots\dots\dots (16)$$

本研究では、Sommerfeld ら⁽¹³⁾と同様に渦の life time を $T_L = 0.3k/\epsilon$ とする。また、 u'^2_{fj} や k の評価はスケール相似則⁽¹¹⁾を利用し、 ϵ の評価は渦粘性モデルを用いる。

2.4 計算手法 解析対象は平行平板間の二次元チャンネル乱流場である。解析領域は主流方向(x)×壁面方向(y)×スパン方向(z)を $2\pi\delta \times 2\delta \times \pi\delta$ とした。格子点数は x, y, z 方向に対してそれぞれ 32, 64, 32 とした。 y 方向の格子は壁面近傍で密にとり、格子の最小幅は、チャンネル半幅に対して 1.10×10^{-2} 倍とした。フィルタ操作は x, z 方向に対して行い、四次精度の差分表現⁽²¹⁾によって近似した。連続相の方程式は有限差分法で解き、アルゴリズムには SMAC 法を用いた。また、時間の離散化は二次の Adams-Bashforth 法、空間の離散化は二次精度中心差分によって近似した。LES によって得られる乱流統計量の予測精度は、空間の差分精度をより高次のものにすれば向上することが期待できるが、SGS モデルの統計量に

対する性質の評価は可能であると考えられる。粒子位置への流体側の物理量の内挿は三次のスプライン補間法により、64 点を用いて行った。粒子運動について、速度の算出[式(3)]には二次の Adams-Bashforth 法、粒子位置の算出[式(4)]には Verlet 法を用いた。本研究では簡単のため、粒子同士の衝突については無視し、壁面に到達した粒子は完全弾性衝突するものとして扱った。流体側の初期条件として、単相流の LES 計算で十分に発達した状態を与えた。また、粒子初期速度は液相速度を粒子位置に内挿して与えた。時間ステップは $5 \times 10^{-4} \delta / u_\tau$ で与え、無次元時間で $10\delta / u_\tau$ 計算した後、無次元時間で $5\delta / u_\tau$ の間、統計量のサンプリングを行った。

3. 計算結果と考察

3.1 単相流での計算結果 本節では LES の各種 SGS モデルによる計算結果の妥当性を示すために、Kim-Moin-Moser⁽²²⁾(以下、K. M. M.)のチャンネル内乱流の DNS と同条件の計算によって得られた乱流統計量を比較し、従来より指摘されてきた SGS モデルの特徴の再現性について調べる。計算条件は壁面レイノルズ数 (Re_τ)180 である。SM, DSM, DMSM によって計算された平均流速分布を図 1、乱流強度の流れ方向成分と垂直方向成分とを図 2 に示す。

図 1、2 に示されるように、SM の乱流統計量のほうが、DSM よりも、DNS の結果に近いことがわかる。これは、DSM では瞬時・局所の流れ場の状態を基にモデル定数を動的に決定しているのに対し、SM では流れ場に応じて、乱流統計量が合うようにあらかじめ最適化されたモデル定数が用いられているためである。図 1 の平均流速分布に関し、渦粘性近似の SM や DSM の結果は $y^+ < 10$ での流速分布や $y^+ = 100$ 付近

Fig. 1 Mean streamwise velocity of fluid in turbulent channel flow [DNS: —, K. M. M.⁽²²⁾; LES: --, SM (Smagorinsky Model); ···, DSM (Dynamic SGS Model); ---, DMSM (Dynamic Mixed SGS Model)]

Fig. 2 Root-mean-square velocities of fluid in turbulent channel flow. (a) Streamwise component; (b) Wall-normal component [DNS: —, K. M. M.⁽²²⁾; LES: --, SM (Smagorinsky Model); ..., DSM (Dynamic SGS Model); ---, DMSM (Dynamic Mixed SGS Model)]

の速度こう配について DNS とよく一致しているが、 $y^+ < 20$ ではやや過大評価していることがわかる。それに対して、DSM にスケール相似則モデルがカップリングされている DMSM では、全体的に DNS の結果とよく一致することが示されている。このような傾向は、坪倉らが行った LES の計算結果⁽¹⁸⁾ と同様のものであり、LES としての本計算法の妥当性が示されている。図 2(a) の乱流強度の流れ方向成分については、LES の計算結果が DNS よりも過大評価であり、また、DSM, SM, DMSM の順で DNS との差が小さくなるといった傾向がある。また乱流強度の壁面垂直方向成分[図 2(b)]は、LES の計算結果が DNS よりも過小評価であり、DSM と DNS との差が最も大きい。これらの傾向も従来から指摘されている LES の特徴⁽¹⁸⁾ を表すものであり、本計算結果の妥当性を示している。

3・2 壁面乱流場における粒子の挙動 本節では、3・1 節で示された乱流統計量の SGS モデルに対する依存性が粒子の乱流統計量にどのような影響を及ぼすのかについて検討を行うため、DNS を用いて計算さ

Table 1 Calculation conditions

	d_p/δ	T_p
Lycopodium	0.00139	0.048
Glass	0.00277	0.65
Copper	0.00388	4.50

Fig. 3 Mean streamwise velocity of particle in turbulent channel flow. (a) Lycopodium; (b) Glass; (c) Copper [DNS single phase: —, K. M. M.⁽²²⁾; DNS particle: --, R. E. A.⁽⁶⁾; LES particle (without Langevin model): ..., SM (Smagorinsky Model); +, DSM (Dynamic SGS Model); □, DMSM (Dynamic Mixed SGS Model)]

れた固気二相流の解析結果との比較を行う。比較に用いた DNS のデータは Rouson-Eaton-Abrahamson⁽⁶⁾ (以下 R. E. A.) の one-way coupling 法によるものである。計算条件については壁面レイノルズ数

$Re_\tau=180$, また粒子の種類は Lycopodium, Glass, Copper である. 粒子の条件は表 1 のように示される. ここで, 表 1 中のパラメータ T_p (粒子緩和時間) は周囲流体の運動に対する追従性の指標であり, $T_p = (d_p^2 \rho_p) / (18 \nu \rho_f)$ と表される. 統計量算出には LES における計算グリッドを検査体積として, 壁面に平行な層における粒子についてアンサンブル平均を行った. 本節では, 式(13)~(16)で示した SGS から粒子への影響のモデルは導入せず, この影響については 3・3 節で議論する.

図 3 は, 粒子平均速度の分布である. 乱流場中の粒子は, 重力の作用が同じであっても, 乱流渦が粒子に作用することにより, 上昇・下降速度が変わってくる事が知られている⁽⁵⁾⁽¹²⁾. 図 3 において, 粒子と流体との相対速度が一定にならないのはこのためである. また, T_p が大きいほど壁面近くの粒子速度が大きくなるといった DNS の結果が, LES でおおむね良好に再現されていることが図 3 よりわかる.

T_p が最も小さな Lycopodium の場合, 粒子周りの流体の加速に対する応答時間が短く, 流体運動によく追従するため, 粒子平均速度は流体平均速度とほぼ似た分布になることが図 3(a) よりわかる. ただし, $y^+ < 20$ の領域では DNS の Lycopodium の平均速度が流体速度に比べて低くなっているのに対し, LES では, いずれの場合もこの傾向は顕著に現れていない. DNS のこの傾向は, R. E. A.⁽⁶⁾ によると, 粒子が壁面近くの非等方的な流れ場である低速ストリークに集積することによって起こされると説明されている. この知見に基づくと, 粒子の集積はストリークの構造の影響を受けると考えられ, 壁面付近での局所的な渦の長さスケールに左右されるものと考えられる. そこで, 局所的な渦の長さスケールと関連がある二点相関係数を調べ, LES と DNS との比較によって, どの長さスケールが粒子運動に強い影響を与えるのかを考察する. 図 4(a) は壁面近傍に存在するストリーク構造の長さの指標とされている x 方向の縦相関係数分布 $[R_{uu}(x)]$ について, DNS では $y/\delta=0.030$, LES では $y/\delta=0.029$ における値を示す. 図 4(a) より, 2 点間の距離が最大の場合 ($x=\pi$) の $R_{uu}(x)$ について, DNS では 0.04 以下と小さく, 十分な流れ方向の計算領域があるものと期待されるが, LES では十分に減衰していない. これは, LES の格子解像度が低いため, 渦の細分化に伴う乱れの等方化が不十分となり, 実際よりも流れの非等方性が強くなってしまうことに起因すると考えられる. 一方, 2 点間の距離が短い場合 ($x/\delta < 1$) の $R_{uu}(x)$ については, スケール相似則が導

Fig. 4 Streamwise and spanwise two point correlations of velocity fluctuations [DNS: —K. M. M.⁽²²⁾; LES: $\diamond$, SM (Smagorinsky Model); +, DSM (Dynamic SGS Model); $\square$, DMSM (Dynamic Mixed SGS Model)]

入されていない SGS モデル (SM, DSM) と比較し, DMSM と DNS との相関係数分布がよく一致しているのがわかる. これに対し, 図 3(a) に示される $y^+=10$ 付近の LES の粒子速度分布は SGS モデルに対する依存性が小さく, DNS の分布とは異なっているのがわかる. したがって, $R_{uu}(x)$ で評価されるストリーク構造の長さは, 粒子速度の低下をもたらす機構に対し関連が小さいと考えられる. 図 4(b) は低速・高速ストリークの幅の指標とされる x 方向速度の z 方向に対する横相関係数分布 $[R_{uu}(z)]$ について, DNS では $y/\delta=0.058$, LES では $y/\delta=0.055$ における値を示す. 図 4(b) より, 各 SGS モデルの相関係数分布は $z/\delta < 0.30$ の範囲で DNS の結果とは異なる傾向を示しているのがわかる. このことは, 図 3(a) で示された粒子速度分布が DNS と LES とで定性的に異なることと符合している. したがって, 粒子速度が流体速度よりも低くなる DNS の傾向[図 3(a)]は, ストリーク構造の幅と関連があると考えられる. また, ストリーク構造の幅は $R_{uu}(z)$ が最小値をとる z の 2 倍程度であるとされるが, LES では空間解像度が低いため DNS のような $R_{uu}(z)$ の極小点はもっておらず

[図4(b)], ストリーク構造の幅がGS成分だけでは明確にとらえられていないことがわかる。

以上の議論により, DNSの場合に壁面付近における Lycopodium の粒子平均速度が流体平均速度よりも低くなるのは, 粒子運動が局所的な渦の長さスケールに影響を受け, 特に z 方向の空間解像度が重要であることが示唆された。そこで, z 方向のみの格子点数 n_z を2倍(64点)にして DMSM による計算を行い, 粒子速度に対するスパン方向の格子解像度の影響を調べる。この場合, z 方向のみにについては DNS 並みの空間解像度を有し, LES としては非現実的な細分化である。図5はストリークの幅の指標とされる x 方向速度の z 方向に対する横相関係数分布 $[R_{uu}(z)]$ を示す。図5より, z 方向の格子点数が少ない場合 ($n_z=32$) の $R_{uu}(z)$ の分布は定性的に DNS と傾向が異なっているのに対して, z 方向の格子点数が多い場合 ($n_z=64$) の $R_{uu}(z)$ の分布は DNS の結果に近いことがわかる。また, z 方向の格子点数が多い場合は DNS と同様に $R_{uu}(z)$ の極小点を有しており, ストリーク構造の幅が明確にとらえられることを表している。図6は壁面近傍 ($y^+ < 20$) における Lycopodium の粒子平

Fig. 5 Spanwise grid size dependencies on spanwise two point correlations of velocity fluctuations (DNS: — K. M. M.⁽²²⁾; LES: ..., $n_z=32$; --, $n_z=64$)

Fig. 6 Spanwise grid size dependencies on mean spanwise velocity of Lycopodium particle in turbulent channel flow (DNS: — R. E. A.⁽⁶⁾; LES: ..., $n_z=32$; --, $n_z=64$)

均速度分布である。図6より, ストリーク構造の幅が明確にとらえられている z 方向の格子点数が多い場合 ($n_z=64$) のほうが DNS の結果に近いことがわかる。したがって, 壁面付近における Lycopodium 粒子の運動は図3(a)で示された現実的な LES の格子点数 ($n_z=32$) で解像されていない SGS 成分の構造, 特に z 方向のストリーク構造に強い影響を受けるといえる。

次に, 図3(b)より粒子緩和時間が中間である Glass の平均速度に関して, DNS と LES との結果はほとんど変わらないことがわかる。一方, 壁面付近 $y^+ < 10$ での流体の乱流統計量について, 図1に示された流速分布に対しては LES と DNS の差が小さく, 図2(a), (b)に示された乱流強度に対してはその差は大きくなっている。粒子の沈降速度は, 一様等方性乱流の DNS 結果⁽⁶⁾から示唆されるように, 粒子周りの流体速度や乱流強度に影響を受けるが, 図3(b)の結果より, DNS と LES の SGS モデルによる相違は小さく, 流体の平均速度分布が大きな影響を与えていると考えられる。つまり, T_p が大きい場合, 高速のチャンネル中央部から低速の壁面付近へと移動する粒子は, 周囲の流体運動に対する時間遅れによって十分に減速しないため, 壁面付近での粒子・流体間の相対速度が大きくなる Copper については, Glass よりも粒子の緩和時間が大きく, 上述した影響がより強くなるため, 粒子速度分布が全体的に平坦化していることが図3(c)からわかる。DNS と LES を比較すると, 粒子速度分布の平坦化の傾向は DNS のほうが強い。また, SGS モデルの違いによる有為な差は図3(c)からは見受けられない。乱流渦中を沈降する粒子は, 流れが等方的である場合, 高速な領域を選択的に通過することによって静止流体中よりも沈降速度が増え, 特に乱れの数値スケールと粒子の沈降速度が同程度のときにこの傾向が顕著となることが知られている⁽¹²⁾。Copper は, 図2(a), (b)と図3(c)より乱れがおおむね等方的であるとみなせるチャンネル中央付近における流体の乱流強度と粒子=流体間の相対速度とがおおよそ1程度と同程度であることから, 高速領域を選択的に通過すると考えられる。図3(c)で見られる DNS と LES との粒子平均速度の違いは, LES では粒子沈降速度の増大をもたらす乱流渦の解像度が十分でないためと考えられる。

図7と図8はそれぞれ, 粒子乱流強度の流れ方向と壁面垂直方向の成分の分布である。図7から粒子乱流強度の流れ方向は LES と DNS でおおむね良好な一致を示し, 緩和時間が大きいほど壁面付近での乱流強

(a)

(b)

(c)

Fig. 7 Streamwise root-mean-square velocity of particle in turbulent channel flow. (a) Lycopodium; (b) Glass; (c) Copper [DNS single phase: —, K. M. M.⁽²²⁾. DNS particle: --, R. E. A.⁽⁶⁾. LES particle (without Langevin model): ◇, SM (Smagorinsky Model); +, DSM (Dynamic SGS Model); □, DMSM (Dynamic Mixed SGS Model)]

度が大きくなっている。一様等方性乱流中の粒子運動の理論解析によると、重い粒子の乱流強度は流体の乱流強度よりも小さくなることが知られている⁽²⁰⁾。しかし、 T_p の大きなGlass[図7(b)], Copper[図7(c)]の粒子乱流強度の流れ方向成分は特に壁面付近で流体よりも大きな値をもち、一様等方性乱流の理論と定性的に異なることがわかる。計算される粒子乱流強度の流れ方向成分が壁面近くで高いのは、R. E. A.⁽⁶⁾が指摘しているように、チャンネル内流れには平均

(a)

(b)

(c)

Fig. 8 Wall-normal root-mean-square velocity of particle in turbulent channel flow. (a) Lycopodium; (b) Glass; (c) Copper [DNS single phase: —, K. M. M.⁽²²⁾. DNS particle: --, R. E. A.⁽⁶⁾. LES particle (without Langevin model): ◇, SM (Smagorinsky Model); +, DSM (Dynamic SGS Model); □, DMSM (Dynamic Mixed SGS Model)]

的な速度こう配が存在し、粒子が周囲流体の乱れに応答する影響よりも、チャンネル中央部から移動した高い速度を有する粒子や周囲流体に近い速度をもつ粒子が混在して粒子速度スケールが多様であることが原因であると考えられる。壁面付近で粒子の速度スケールが多様であることは、図3(b), (c)の壁面付近での粒子=流体間の相対速度が、バルクに比べて大きくなっていることから示唆される。本計算によって得られた壁面付近 $y^+ < 20$ の流体の乱流統計量について、

図2(a)に示された乱流強度の流れ方向成分は LES の SGS モデルによる相違が大きいのにに対し、図1に示された平均速度分布の相違は小さいことを踏まえると、図7(b), (c)に示された、Glass, Copper の粒子乱流強度の流れ方向成分分布に対する SGS モデルの依存性が小さいことから、R. E. A.⁽⁶⁾の指摘と同様に、粒子乱流強度の流れ方向成分は流体の局所的な乱れよりも平均速度こう配の存在に大きく影響を受けるものと考えられる。

図8に示される壁面垂直方向の粒子乱流強度分布について、単相流の LES で予測される壁面垂直方向の乱流強度と DNS 結果との相対的な差が大きいこと[図2(a)]から、LES と DNS との分布には定量的な違いが示される。ただし、 T_p に対する粒子乱流強度分布の大局的な傾向については、LES と DNS との間におおむね良好な一致が見られる。図8によると、 T_p が大きな粒子ほど粒子乱流強度が減衰している傾向が示されている。これは一様等方性乱流中の粒子運動の理論解析⁽²⁰⁾と同様な傾向であり、図7(b), (c)で示された乱流強度の流れ方向成分の傾向と定性的に異なっている。この違いの理由について、流れ方向成分に関しては、先述のように流体の平均速度が壁面垂直方向に分布をもつことによって、 T_p が大きいほど粒子速度のばらつきが大きくなり、粒子乱流強度が増大するのにに対し、壁面垂直方向成分に関しては、粒子乱流強度の増大をもたらす流体の平均速度の空間こう配が零であり、流体の速度変動に対する粒子の応答が T_p の大いほど鈍感となる影響によって粒子乱流強度が減少するためであると説明される。また、図8(b), (c)から、Glass, Copper の粒子乱流強度の垂直方向成分分布が平坦化していることが示されている。この傾向は、壁面付近で減衰する流体の乱流強度の傾向と異なり、壁面付近での粒子乱流強度がバルクでの値と同程度であることを表している。このことから、粒子緩和時間の大きな粒子の壁面垂直方向に対する移動は、乱れに対する応答が鈍感なために、局所的ではなく、大局的な流体の乱れからの影響を受けていると考えられる。したがって、壁面垂直方向に対しても、壁面付近では粒子の速度スケールが多様であることが示唆される。

図7(a)に示されるように、 T_p の小さな Lycopodium の乱流強度の流れ方向成分分布の形は流体のものに近いことから、上述した壁面近傍での粒子速度の多様性は T_p の大きな Glass や Copper の場合に比べて小さく、粒子の周囲流体の乱れに対する応答がより重要である。図2(a)で示されている流体の乱流強度

の流れ方向成分のピークの値について、SM と DSM では DNS に比べて過大評価であるのにに対し、DMSM では DNS と近い値であった。一方、DMSM の粒子乱流強度のピーク値は DNS の結果よりも低くなり、他のモデルの場合も LES では $10 < y^+ < 20$ で粒子乱流強度を過小評価していると考えられる。図7(a)に示されている SM と DSM の粒子乱流強度のピーク値が DNS の結果と合っているのは、図2(a)との比較により、流体の乱れ度を過大評価する誤差と過小評価する誤差が同程度であるためである。SGS モデルに対する Lycopodium 粒子の乱れ度と単相流の結果とが同じ傾向を示すことは、図8(a)に示された壁面垂直成分についても同様であり、流体の乱流強度を最も過小評価する DSM[図2(a)]の値が最も小さい。

以上の図3, 7, 8に示された LES と DNS との違いは SGS モデルの依存性が小さいことから、LES で解像されていない SGS から粒子への作用が原因であると考えられる。その作用についてのメカニズムは、渦中を落下する粒子が高速に落下する領域を選択的に進む影響、ひずみ速度が大きく渦度が小さい領域へ粒子が選択的に集積する影響、SGS の乱れにより粒子が分散する影響などが考えられる。3.3節では、これらのうち最後に示した粒子分散について検討する。

3.3 SGS 変動成分から粒子分散への影響についての評価 SGS から粒子分散への影響を拡散現象としてとらえると、拡散の強さを表す指標である自己拡散係数 D は

$$D = \frac{1}{3} \overline{u'^2} T_I \dots\dots\dots (17)$$

と書き表される。ここで、 T_I は積分時間であり、以下に示されるラグランジュ相関係数 $R_L(\tau)$ を時間積分することによって得られるものである。

$$R_L(\tau) = \frac{\langle u'_i(t) u'_i(t+\tau) \rangle}{\langle u'_i(t) u'_i(t) \rangle} \dots\dots\dots (18)$$

したがって、粒子の分散は、SGS エネルギー $k = \overline{u'^2}/2$ の大きさだけではなく、 k の時間変化のスケール T_H にも影響を受ける。

LES の SGS から粒子運動への影響を評価した従来の研究には、文献(7)が挙げられる。その方法では、SGS エネルギー k の輸送方程式を解き、粒子の運動方程式[式(3)]の流体速度 u_f に、粒子位置で評価される k を利用して正規乱数で与えられる流体速度の変動成分 u'_f を各時間ステップごとに加える。したがって、文献(7)の方法を用いた場合、流体の変動速度の相関は1時間ステップごとになくなり、 T_p/T_H が小さいほど SGS から粒子分散への影響は過小評価さ

れるものと考えられる。本節では、SGS によって引き起こされる粒子分散の影響をより正しく評価するために、 k - ϵ モデルによる解析で採用された Sommerfeld らの Langevin Model⁽¹³⁾(以下 LM)を、式(13)～(16)に従って LES に導入し、計算を行う。LES の SGS モデルには DMSM を採用する。

まず、分散の時間スケールの程度を検討するため、粒子速度の変動成分に関する $0 < \tau < 0.5$ におけるラグランジュ時間相関 $R_{Lp}(\tau)$ の時間発展を図 9 に示す。なお、式(18)中の平均操作 $\langle \cdot \rangle$ は全粒子に対して行った。図 9 には、参照のために Glass の点で評価される流体のラグランジュ時間相関 $R_{Lf}(\tau)$ が示されている。 $R_L(\tau)$ の分布に指数関数近似を仮定すると、積分時間 T_l は $R_L(\tau)=1/e$ を満足する時刻である。文献(7)で流体の速度は 1 ステップで相関が失われるのに対し、この仮定による Glass 位置での T_{lf} は $1.05 \times 10^{-2} \delta/u_\tau^2$ に相当し、本計算の 21 ステップに相当する。粒子のラグランジュ相関係数について、図 9 より、 T_p が大きいほど流体の高波数の変動に追従しにくくなることによって粒子速度の時間変化が緩やかになるために、粒子の積分時間 T_{ip} は大きくなる様子が示されて

Fig. 9 Lagrangian autocorrelations of stochastic velocity of particle in turbulent channel flow (Fluid: $\cdots$, Glass. Particle: $-$, Lycopodium; $--$, Glass; $---$, Copper)

Fig. 10 Mean-square stochastic velocities at particles in the turbulent channel flow (Fluid: $\cdots$, Glass. Particle: $-$, Lycopodium; $--$, Glass; $---$, Copper)

いる。また、 $R_L(\tau)$ の指数関数近似の仮定によって求めた粒子の積分時間 T_{ip} を表 2 に示す。表 2 に示されるように T_p が最小である Lycopodium の場合は T_{ip}/T_{lf} が 7 程度であることから、粒子分散に対して、流体変動速度 u'_i の時間変化の過程が無視できない。

次に、分散の速度変動スケールの程度を検討するため、図 10 に $\langle u'_i u'_i \rangle$ の時間発展を示す。図 10 より、粒子緩和時間が大きいほど粒子の慣性が重要になり、密度の大きな粒子の周囲流体に応答する速度変動は小さくなることが示される。表 2 には、さらに、 $\langle u'_i u'_i \rangle$ と式(17)で計算される粒子の自己拡散係数 D を示す。自己拡散係数は積分時間と速度変動の二乗との積で表されるが、図 9, 10 よりわかるように粒子緩和時間が大きいほど前者は大きく、後者は小さくなる。そのため、自己拡散係数 D は、本計算条件では、粒子緩和時間が中間である Glass の場合に最大となっている(表

Table 2 Stochastic properties of particle

	Lycopodium	Glass	Copper
T_l	6.97×10^{-2}	4.26×10^{-1}	1.38
$u'_i u'_i$	1.82×10^{-3}	4.22×10^{-4}	4.29×10^{-5}
D	4.22×10^{-5}	5.99×10^{-5}	1.97×10^{-5}

Fig. 11 Mean-streamwise velocity of particle in turbulent channel flow with Langevin Model (LM) and without LM

Fig. 12 Streamwise root-mean-square velocity of particle in turbulent channel flow with Langevin Model (LM) and without LM

2 参照)。したがって、分散の影響は Glass の場合が最も強くなる。

LM によって粒子の統計量にどのように効いてくるか明らかにするため、LM あり/なしで計算された粒子の平均速度と乱流強度をそれぞれ図 11 と図 12 に示す。図 11, 12 より、LM の影響の違いはほとんど見受けられず、その違いは 3% 以下である。LM の影響が小さい理由について、LES ではレイノルズ応力は GS 成分でほぼ解像されていることが挙げられる。LES ではエネルギーの大半は GS 成分が保有し、SGS モデルで評価される式(13)中の $\overline{u'^2}$ は十分に小さい。つまり、LES の SGS 成分として与えられる乱れエネルギーは、 k - ϵ モデルの k に比べて小さく、LES での粒子の変動速度は k - ϵ モデルを用いた場合に比べて小さい。このことから、乱れの微細構造から粒子運動への影響を拡散現象として扱うことは、SGS モデルで評価される乱れエネルギーが小さいために、効果が弱いと考えられる。

以上の考察より、いずれの場合も、DNS の結果との差は、LM を考慮することによって縮まらないことがわかる。すなわち、LES で解像されていない SGS から粒子への影響には、確率的に不規則な運動として記述することが可能な粒子分散よりも、特定のスケールを有する微細渦から粒子が受ける選択的な作用(高速な領域の通過や集積など)が支配的であると考えられる。

4. 結 言

流体側の乱流統計量(平均速度, 乱流強度)に関して既存の各種 SGS モデルの特徴を再現しうる LES によって、従来の DNS による固気二相流の数値シミュレーション⁽⁶⁾と同じ条件で計算し、SGS モデルや格子解像度が計算結果に及ぼす影響について比較・検討を行った。また、SGS の流体運動に Markov 性を仮定した Langevin Model によって計算を行い、SGS の変動が粒子の分散へ与える影響について調べた。その結果、以下のような結論を得た。

(1) 本 LES 計算によって得られた粒子側の乱流統計量の傾向は DNS を用いた結果とおおむね良好に一致することが示された。

(2) LES の SGS モデルの違いによる計算結果の差は LES と DNS との差に比べて小さいことがわかった。このことから、粒子乱流統計量の精度を向上させるには、既存の SGS モデルの改善によって流体側の乱流統計量の予測精度を上げるよりも、空間解像度のほうが重要であり、粒子運動は大規模渦だけでなく、

SGS からの影響を強く受ける場合があることが示された。

(3) 既存の SGS モデルを用いて、流体の SGS 変動から粒子運動への影響を確率的に扱い、粒子分散を評価した。そして、本計算条件での粒子側の乱流統計量に対し、粒子分散の影響は十分に小さいことを確認した。これは SGS 乱れの影響を表すモデルが粒子運動に対する選択的な影響を表現していないことが原因であると考えられ、粒子運動はあるスケールの微細渦に対して選択的に影響を受けている可能性が高い。

本研究を進めるうえで、東京大学生産技術所の谷口伸行助教授、大島まり助教授には非常に有用なご意見をいただいた。記して感謝の意を表する。

文 献

- (1) Vames, J. S. and Hanratty, T. J., *Exp. Fluids*, **6** (1988), 94-110.
- (2) Fessler, J. R., Kulick, J. D. and Eaton, J. K., *Phys. Fluids*, **6** (1994), 3742-3749.
- (3) Kulick, J. D., Fessler, J. R. and Eaton, J. K., *J. Fluid Mech.*, **277** (1994), 109-134.
- (4) McLaughlin, J. B., *Phys. Fluids*, **A1** (1989), 1211-1224.
- (5) Wang, L.-P. and Maxey, M. R., *J. Fluid Mech.*, **256** (1993), 27-68.
- (6) Rouson, D. W. I., Eaton, J. K. and Abrahamson, S. D., *Stanford Univ. Rep.*, No. TSD-101 (1997).
- (7) Wang, Q. and Squire, K. D. *Phys. Fluids*, **A8** (1996), 1207-1223.
- (8) 山本恭史・Matthias Potthoff・田中敏嗣・梶島岳夫・辻裕, *機論*, **65**-629, B (1999), 166-173.
- (9) Smagorinsky, J., *Mon. Weather Rev.*, **91** (1963), 99-165.
- (10) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H., *Phys. Fluids*, **A3** (1991), 1760-1765.
- (11) Bardina, J., Ferziger, J. H. and Reynolds, W. C., *Stanford Univ. Rep.*, No. TF-19 (1983).
- (12) Maxey, M. R., *J. Fluid Mech.*, **174** (1987), 441-465.
- (13) Sommerfeld, M., Kohnen, G. and Rüger, M., *Proc. 9th Symp. Turbulent Shear Flows*, Kyoto Japan, (1993), 15-1-1.
- (14) Maxey, M. R. and Riley, J. J., *Phys. Fluids*, **26** (1983), 883-889.
- (15) Schiller, L. and Naumann, A. Z., *Z. Ver. Dtsch. Ing.*, **77** (1933), 318-320.
- (16) Lilly, D. K., *Phys. Fluids*, **A4** (1992), 633-635.
- (17) Vreman, B., Geurts, B. and Kuerten, H., *Phys. Fluids*, **A6** (1994), 4057-4059.
- (18) 坪倉誠・小林敏雄・谷口伸行, *機論*, **62**-600, B (1996), 3015-3022.
- (19) Taylor, G. I., *Proc. London, Math. Soc. Ser. 2*, **151** (1921), 196-212.
- (20) Hinze, J. O., *Turbulence* (1975), Sec. 5, New York, McGraw-Hill.
- (21) 谷口伸行・大島まり・坪倉誠, 生産研究(東京大学生産技術研究所内報), **49**-1 (1997), 11-18.
- (22) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., *J. Fluid Mech.*, **177** (1987), 133-166.