分岐管における脈動流によるガス拡散の評価の試み*

弓野 崇^{*1}, 加藤 康晴^{*2}, 伊東 春彦^{*3}
田島 雄一郎^{*4}, 谷田 好通^{*1}

An Evaluation for Gas Diffusion in Oscillating Flow in Bifurcating Tubes

Takashi YUMINO^{*5}, Yasuharu KATOH, Haruhiko ITOH,
Yuichiro TAJIMA and Yoshimichi TANIDA^{*5} Tokai University, Dept. of Mechanical Engineering,
Kitakanane 1117, Hirathuka, Kanagawa, 259-1292 Japan

In the present paper, the effective diffusivity of gas exchange in the 1st and 2nd bronchial generation airways has been experimentally studied in oscillatory flow through the bifurcating tubes of various diameters. And then we made an attempt to evaluate theoretically the effective diffusivity in the bifurcating tubes on the basis of the solution for a straight tube. The respiratory condition in this study corresponds to the High Frequency Ventilation.

Key Words: Respiration, Gas exchange, Bifurcating tube, Effective diffusivity, High Frequency Ventilation

1. ま え が き

高等動物の主な呼吸器は肺であるが、それは多分岐する気道とその末端にある無数の肺胞よりなっている。気道は管状で気管、気管支、細気管支等々から肺胞管へと倍々に分岐して肺胞に達する。気道は分岐するたびに個々の寸法は減少するが、各世代の気道の総断面積は指数関数的に増大する⁽¹⁾。したがって、呼吸に伴う流れのレイノルズ数は、安静呼吸時で見ると気管で約 10^3 であるが肺胞管では約 10^{-3} ほどになり、乱流からストークスの流れまで存在することになる。また、流れは時間平均流量が零の脈動流であり、それが複雑な分岐管で生ずる。分岐管では、流れのはく離や曲がり管の場合と同様な二次流れ⁽²⁾が生じて混合が促進され、また流れ方向に幾何学的に非対称であることから、いわゆるストリーミングが生じて流体粒子が管軸方向に非可逆的に移動して、流れの強制的な移

送・交換が行われる⁽³⁾⁽⁴⁾。

気道におけるガス交換は分子拡散のみならず、上述のような複雑な流れとの干渉によって効率よく達成される。直円管における定常流に関しては Taylor 拡散⁽⁵⁾が知られており、正弦波脈動流に関しても理論的、実験的に調べられている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。また、分岐管に関しては、1回分岐管⁽⁸⁾および数回分岐管⁽⁹⁾において局所的に脈動時の拡散が実験的に測定され、また数回分岐管において脈動流によるストリーミングより拡散係数を評価する試みがなされる⁽⁴⁾など、拡散係数に対して種々の提案がなされている⁽¹⁰⁾。しかし、分岐管においては、Taylor 拡散、二次流れ、ストリーミング等が共存し、それらが拡散に影響する度合いを分離することは極めてむずかしく、分岐管の形状や分岐数による拡散係数の変化などについても明らかにされていない。さらに、人工呼吸では1回の換気量を正常呼吸の10分の1程度に小さくし数 Hz 程度の高周波数の呼吸法が採用されている。これは高頻度換気(High-Frequency Ventilation: HFV)と呼ばれているが、このような高周波数呼吸でも正常呼吸と同じ程度のガス交換が達成されているが、その理由は十分に解明されていない⁽¹¹⁾。

上述のように、呼吸器系においては、気道における

* 原稿受付 1999年4月19日。

^{*1} 正員、東海大学工学部 (〒259-1292 平塚市北金目1117)。^{*2} アコマ医科工業(株) (〒113-0033 東京都文京区本郷2-14-14)。^{*3} (株)日立製作所 (〒101-8010 東京都千代田区神田駿河台4-6)。^{*4} 本田技研工業(株) (〒107-8556 東京都港区南青山2-2-1)。
E-mail: yumino@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp

ガス交換のメカニズムが注目されているが、それらについてはまだ十分に明らかにされているとはいえない。そこで本論文では、直管を基準として形状の異なる1回および2回分岐管においてガス拡散を測定し、分岐管における拡散係数を実験的に調べるとともに、理論的に評価することを試みた。なお、本研究における呼吸条件は高頻度呼吸に相当する。

2. 実験装置および実験方法

2.1 実験装置 実験装置は、図1に示すように、ピストン機構⑧、貯気チャンバ⑤、気管モデル①～③よりなる。ペロー⑦を介してピストン・クランク機構⑧によりチャンバ(20×20×20 cm³ または φ20×42 cm³)に体積変化を与えて、気管モデル内に正弦波脈動流を作る。⑬、⑭は非分散形赤外線吸収 CO₂ 濃度計 (NDIR)⑫を校正するための基準濃度の CO₂ ガスである。⑨は変速モータであり、⑩、⑪はそれぞれ光センサおよび回転計である。

気管モデルは、直管①、1回分岐管および2回分岐管を用いた。直管の内径 d および分岐管の第1世代の内径 d_1 は 14 mm または 20 mm、全長 L (モデル入口-出口間距離) は 1 m とし、第2および第3世代の管の内径が第1世代の管と同径の場合②と、管の総断面積は一定で内径が減少する異径管③の場合を調べた。すなわち、1回分岐管の場合、第2世代の長さは第1世代のものに等しく ($L_1=L_2=L/2$)、内径は同径 ($d_1=d_2$: Model 1) および異径 ($d_1=\sqrt{2}d_2$: Model 2)、とする。また、2回分岐管は、各世代の長さが等しい

($L_1=L_2=L_3=L/3$) 場合と各世代ごとに管長が半減する ($L_1=4/7\cdot L$, $L_2=2/7\cdot L$, $L_3=1/7\cdot L$) 場合において、同径管 ($d_1=d_2=d_3$: Model A, Model B) および異径管 ($d_1=\sqrt{2}d_2=2d_3$: Model C, Model D) とする。ここで、管全長を一定としたのは、同一管長で分岐形状変化によって拡散がどのように変化するかに注目したからである。なお、分岐管は対称で、分岐角は解剖学データ⁽¹⁾より 70° とした。また、実際の気管は必ずしも二次元的ではないので、2回分岐管において、第3世代を第2世代の軸まわりに 90° だけ回転して取付けた三次元モデルについても測定し、二次元の場合と比較した。

2.2 実験方法および実験条件 実験は、まず、チャンバ内にボンベ⑮より CO₂ ガスを供給して初期濃度 5% の CO₂ を貯め、ピストンによりダクト内に脈動流を発生させると、大気解放のダクト他端から CO₂ は大気中へ拡散する。このときチャンバ内の CO₂ 濃度の時間的変化を NDIR で測定する。チャンバ内ガスは連続的 (0.5 l/min) に吸引され、NDIR で濃度を計測した後、再びチャンバに戻される。NDIR の出力は 3 s ごとに A-D 変換器⑬を通してコンピュータ⑭に取り込み、1 回当たり 1 時間測定を行う。

本研究では、脈動流のストローク体積 V_s は 45, 60 cm³ および 90 cm³ の 3 種類とし、脈動周波数 f は 0.5 Hz から 3 Hz まで 0.5 Hz 間隔で測定した。この場合、無次元パラメータはペクレ数:

$$Pe = \frac{ud}{D_m} = 212 \sim 2545 \dots\dots\dots (1)$$

無次元振動数 (Womersley 数):

$$\alpha = a\sqrt{\frac{2\pi f}{\nu}} = 3.24 \sim 11.21 \dots\dots\dots (2)$$

が用いられるが、本実験の場合、式 (1), (2) に示す値の範囲であり高周波換気 (HFV) の場合に相当する。ここで、 a および d : 管の半径と直径、 u : 脈動流速の rms 振幅、 f : 脈動流の振動数、 ν および D_m : 気体の動粘性係数と分子拡散係数 (便宜上、いずれも 0.15 cm²/s とした)。

3. 実験結果および考察

3.1 直管の場合 図2に直管における場合のチャンバ内濃度の時間的変化の例を示す。これに見るように、チャンバ内濃度は時間とともに指数関数的に減少し、脈動周波数が高いほど減少率が大きい。チャンバ容積を V_0 、直管の長さを L 、管断面積を A 、時刻 t と $(t+T)$ におけるチャンバ内 CO₂ 濃度を C_0 および

Fig. 1 Scheme of the experimental apparatus

Fig. 2 Time dependent concentration of CO₂ in the chamber

Fig. 3 Relationship between D_e/D_m and α (Straight Tube)

C_1 , ダクト出口で CO₂ 濃度が零としてダクト内の CO₂ の平均濃度こう配を C/L とすると、フィックの式より拡散係数は近似的に

$$D = \frac{V_0 L}{A T} \ln \left(\frac{C_1}{C_0} \right) \quad (3)$$

で与えられる。

ここでは、サンプル時間 $T=120$ s として、各時間ごとに式(3)より拡散係数を求め、これを単純平均して脈動流の有効拡散係数とした。

無限長直管の場合、有効拡散係数 D_e は理論的に次式で与えられる⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

$$\frac{D_e}{D_m} = 1 + h(\alpha) \frac{V_t^2}{a^6} \quad (4)$$

ここで、 V_t はストローク(正弦波脈動)体積、 a は管半径、 $h(\alpha)$ は無次元振動数の関数である。また、式(4)を書き直すと次式が得られる。

$$\frac{D_e}{D_m} = 1 + f(\alpha) Pe^2 \quad (5)$$

Fig. 4 Comparison of measured $f(\alpha)$ and data of Joshi (Straight Tube)

ここで、 $f(\alpha)$ は脈動効果を示す特性関数で、 $u = fV_t/\sqrt{2}a^2$ であるから式(1)および式(2)より $h(\alpha)$ とは次の関係をもつ、なお $\nu = D_m$ としている。

$$h(\alpha) = \frac{\alpha^4}{2\pi^2} f(\alpha) \quad (6)$$

そこで、式(4)にしたがって、実験で得られた直管の有効拡散係数と無次元振動数との関係を示したものが図3である。ここで、各印は実験結果、各線は式(4)で与えられる V_t^2/a^6 一定の理論予測線⁽⁷⁾である。これより、有効拡散係数は無次元振動数 α の増加とともに増大し、また V_t^2/a^6 に比例しており、実験値は理論予測値と比較的によく一致している。また、有効拡散係数は、Taylor 的拡散(脈動による半径方向の拡散が管軸方向の拡散を促進すること)によって、分子拡散係数の 10^3 倍にも達していることがわかる。

これらの結果を用いて、式(5)から特性関数 $f(\alpha)$ を求めたものを図4に示す。ここで、実線は理論線⁽⁶⁾、黒印は Joshi らの結果 ($V_t^2/a^6 = 3.36 \times 10^3 \sim 6.19 \times 10^4$ でほぼ本研究と同一の範囲)⁽⁷⁾、白印は本研究の結果を示す。Joshi らの結果は、直管(直径 1 cm、長さ 1.2 m)の中間の 2 点において赤外線吸収法により濃度を測定し、その濃度こう配から有効拡散係数を求めたものであるが、本実験でもほぼ同様の結果が得られており、いずれも一つの線に収束する傾向にある。

ここで、式(5)にならって、実験結果を

$$\frac{D_e/D_m}{Pe^2} \propto \left(\frac{V_t^2}{a^6} \right)^p \alpha^q$$

として整理すると、指数 p は $p=0.20 \sim 0.25$ でほぼ一定であるが q は (V_t^2/a^6) に依存し、 $V_t^2/a^6 = 2 \times 10^3 \sim 7 \times 10^4$ に対して $q = -2.2 \sim -3.2$ となる。理論値の $f(\alpha)$ は $\alpha \gg 1$ において α^{-3} に比例して減少するが、実験値は平均的に $\alpha^{-2.7}$ (図4中破線) に比例して減少し

ており、無次元振動数が大きくなると、理論より大きくなる傾向にある。両者の差の理由は明らかではないが、実験は有限長の管で行われているため開口端の影響があることなどが考えられる。このように、直管の場合、拡散係数は $h(a)$ や $f(a)$ によって拡散に対する脈動効果が普遍的に表され、有効拡散係数は V_t^2/a^6 または Pe 数によって換算されることがわかる。

3.2 分岐管の場合

3.2.1 分岐管における有効拡散係数 分岐管の場合は直管のように明確に有効拡散係数を定義することはできない。そこで、直管と同様にして、第1世代の管断面積 A_1 と分岐管全長 L を代表値として式(3)より拡散係数を求め、それを分岐管の有効拡散係数とする。そのようにして得られた有効拡散係数を評価するために、式(5)を用いて分岐管の有効拡散係数の理論的予測値を求める。式(5)は無限長の円管の場合の式であるが、それを分岐管の各世代に適用すると、分岐点における濃度と拡散量の連続の関係より、次式が得られる(付録参照)。

$$D_b = \beta D_1 \dots \dots \dots (7)$$

ここで、

D_b : 式(3)による分岐管の有効拡散係数

D_1 : 直管(断面積 A_1 , 長さ L)の有効拡散係数

β : 補正係数

第 i 世代の管の断面積 A_i , 長さ L_i , 拡散係数 D_i とすると

$$\beta = \frac{L/L_1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{2^{i-1}} \left(\frac{DA}{L} \right)_1 / \left(\frac{DA}{L} \right)_i} \dots \dots \dots (8)$$

以下においては、式(3)を用いて有効拡散係数の実験値を求め、式(7)の理論予測値と比較する。

Fig. 5 Relationship between D_e/D_m and α (Bifurcating Tube, $d_1=d_2$)

3.2.2 1回分岐管の場合 1回分岐管では、等分割分岐管で実験を行った。図5および図6に、同径および異径分岐管の有効拡散係数と無次元振動数の関係を示す。ここで、各印は実験結果、各線は式(7)および式(8)より求めた V_t^2/a^6 一定の理論予測線である。これより、同径および異径分岐管のいずれの場合も、直管の場合と同様、無次元振動数の増加とともに有効拡散係数が増加し、また V_t^2/a^6 にほぼ比例していることがわかる。直管の場合と同様、 α の増加とともに実験値は理論予測値よりも大きくなるが、 α と V_t^2/a^6 が小さい場合は両者は比較的よく一致している。

図7は、 $V_t^2/a^6 = 8.10 \times 10^3$ の場合において、直管と分岐管の有効拡散係数を比較したものである。これを見ると、有効拡散係数は、直管の場合と比べて、同径分岐管では小さく、また異径分岐管では大きくなっている。そこで、理論予測値より変化の割合を調べてみる。式(8)において、 Pe 数と無次元振動数 α が十分

Fig. 6 Relationship between D_e/D_m and α (Bifurcating Tube, $d_1=\sqrt{2}d_2$)

Fig. 7 Comparison of measured effective diffusivity

大きいとして補正係数を求めると [付録の式(18)参照], 有効拡散係数は直管に比し, 同径分岐管の場合 33%減少し, 異径分岐管の場合 18%増加することになる。

以上の結果は, 式(5)からも推論することができる。同径分岐管の場合, 管直径と脈動振動数はすべての世代で等しいが, 流速は世代が大きくなるにしたがって減少する。したがって, 全世代において無次元振動数は等しいが, Pe 数は世代が大きくなると減少する。式(5)において, 特性関数は全世代で一定であるが Pe 数が減少するから, 有効拡散係数は世代が大きくなると減少して拡散が阻害されていることになり, これより分岐管全体の有効拡散係数が減少する。一方, 異径分岐管の場合は, 世代が大きくなると管径が小さくなるが, ここでは管の総断面積は一定としているので, 流速は全世代において一定である。したがって, 無次元振動数も Pe 数も減少する。無次元振動数が減少すると特性関数は大きくなるので, Pe 数は減少するものの, 有効拡散係数は増大することになる。

これを現象的に見ると次のように考えることができる。脈動流効果に注目すると, 正流(濃度の高いほうから低いほうへ流れる)のとき, 断面内の濃度は管軸付近の主流で相対的に高くなり, 拡散は主流から境界層に向かって生ずるが, 逆流になると, 下流から低濃度の流体が主流によって運ばれるから, 拡散は境界層から主流に向かって生じ, 拡散したガスは次の正流によって下流に運搬される。これより, 脈動の振幅が大きいほど, 主流と境界層の濃度差の変化が大きくなり, 半径方向拡散効果が大きくなって, 管軸方向への拡散が促進される。同径分岐管の場合, 第2世代で管総断面積は倍に増加するから, 脈動流のストロークは1/2だけ減少する。その結果, 管中心部の主流の変位が小さく, 境界層との濃度差の変化が小さくなって, 管断面における半径方向拡散効果が減少し, 有効拡散係数は減少することになる。一方, 異径分岐管においては, 管総断面積は一定としているので, 脈動流のストロークは変わらず, 管径も減少するので, 半径方向拡散が促進されて, 有効拡散係数は増加することになる。

図8は, 直管にならって式(5)より単純に求めた1回分岐管の $f(\alpha)$ を示す。分岐管の補正係数 β は, 式(8)において各世代の拡散係数を含んでいることから, 一般的に直管のような普遍的な特性関数 $f(\alpha)$ は得られない。

理論予測値では Pe 数が十分大きいときは, 補正係数は Pe 数に無関係になり [付録の式(17)], さらに, 無次元振動数が十分大きい場合には無次元振動数にも

Fig. 8 Relationship between $f(\alpha)$ and α (Bifurcating Tube)

無関係になる [式(18)]. 図8において, 破線(同径)と一点鎖線(異径)はそのような理論予測線で, Pe 数あるいは V_t^2/a^6 に無関係に同径および異径分岐管はそれぞれ一つの線で示される。しかし, 直管でも見られたように, 分岐管においても実験の結果は分散している。1回分岐管の実験結果を整理すると, 同径, 異径とも

$$\frac{D_e/D_m}{Pe^2} \propto \left(\frac{V_t^2}{a^6} \right)^{0.25} \alpha^{-2.35}$$

となり, 図8に見るように, $\alpha^{-2.35}$ に比例して分散する。Kamm ら⁽⁹⁾ は5世代よりなる同径分岐管で実験し, $\alpha > 4$ に対して

$$\frac{D_e/D_m}{Pe^2} \propto \left(\frac{V_t^2}{a^6} \right)^{0.065} \alpha^{-2.21}$$

を得ている。これは一つの世代の拡散係数であるので直接的比較はできないが, 上式と比べると, (V_t^2/a^6) に対する分散の違いはあるが, α に対してはほぼ一致している。

3・2・3 2回分岐管の場合 2回分岐管については, $(V_t^2/a^6) = 8.10 \times 10^3$ において実験を行った。

図9に, 同径および異径分岐管の有効拡散係数と無次元振動数の関係を示す。ここで, 各印は実験結果, 各線は等分割および等比分割の場合の理論予測線である。なお, 白丸印および実線は直管の場合である。

1回分岐管の場合と同様, 有効拡散係数は, 同径分岐管の場合直管に比し大きく減少し, 異径分岐管の場合増加するが, いずれの場合もその増減は1回分岐管の場合に比して大きくなっている。

そこで, Pe 数と無次元振動数 α が十分大きいとして補正係数を求めると [付録の式(18)参照], 有効拡散係数は直管に比し同径分岐管で等分割の場合 57%減, 等比分割の場合 42%減, 異径分岐管で等分割の場合

Fig. 9 Comparison of measured effective diffusivity

Fig. 10 Comparison of measured effective diffusivity

合 36%増, 等比分割の場合 18%増となり, いずれの場合も等分割の場合のほうが増減が大きい。また, 前述したように, 等分割の 1 回分岐管の場合は同径の場合 33%減, 異径の場合 18%増であるから, 分割数が増すと増減が大きくなることがわかる。このように, 分割数が少なく等比分割であるほうが直管からの変化が小さいが, これは第 1 世代が大きな割合を占める結果, 直管に近づくためと考えられる。

図 10 は, 二次元分岐管と三次元分岐管を比較したものである。これより, 同径および異径のいずれの場合も二次元分岐管のほうが有効拡散係数はやや大きい傾向が見られるが, 異径分岐管においては違いはあまり顕著ではない。

3.3 肺の気道に対する考察 以上の結果より, 分岐管では, 直管に比し, 同径分岐管では有効拡散係数は減少するが, 異径分岐管では増大し, その増減は, 分割数が増すほど大きく, また等分割のほうが等比分割より大きいことが示された。

実際の肺の気道は, 上部の世代においては分岐するにしたがって管の長さは漸減するが総断面積はほぼ一定に保たれる⁽¹⁾。すなわち, 上部気管は等分割の異径分岐管に相当している。上部気管においては, 無次元振動数は大きく(正常呼吸で 1 以上, 高頻度呼吸で 5 以上) Pe 数も $O(10^3)$ 程度であり, したがって拡散はほとんど Taylor 的拡散 [式(5)の右辺第 2 項] で分子拡散(同第 1 項)は無視することができる。これより, Taylor 的拡散が支配的な上部気管においては, 分岐により有効拡散係数が増大する異径分岐管が適していると考えられる。

一方, 肺胞に近い第 16 世代以下では, 分岐によって管の長さは減少するがその変化は小さく, 直径はあまり変化せずほぼ一定で, 等分割の同径分岐管に相当している。そのような世代では, Pe 数および無次元振動数はともに 1 よりも十分小さく, 分子拡散が支配的になる。そこで, 付録式(19)より理論的に予測すると, 有効拡散係数は同径分岐管のほうが大きい。これより, 下部気管においては同径分岐管が適していると考えられる。

このように, 実際の気管においても, 理論予測で拡散効率がよいと考えられる分岐条件になっていることは興味深い。

4. む す び

直管および分岐管において, 脈動流による拡散を測定し, 次の結果を得た。

(1) 直管において, 有効拡散係数を測定し, 妥当な結果が得られた。

(2) 同径分岐管においては, 分岐により有効拡散係数は直管の場合より減少するが, 異径分岐管においては増大する。その増減は, 分岐数が多いほど大きく, また等分割のほうが等比分割の場合よりも大きい。

(3) 直管における理論的拡散係数を適用することによって, 分岐管の有効拡散係数を定性的に予測することができることを示した。なお, この理論予測には, 分岐管特有の流れのはく離や二次流れなどが考慮されていないので, 今後はこれらがどのようにかわっているかを調べることが重要であろう。

[付録: 分岐管における 有効拡散係数の予測]

図 11 の分岐管モデルを考える。貯気チャンバの体積 V_0 , 各世代 ($i=1, 2, \dots, N$) の管の断面積 A_i , 長さ L_i , 拡散係数 D_i とする。CO₂ 濃度はチャンバ内で C_0 , 分岐管の第 i 分岐点で C_i , 分岐管出口で $C_N=0$

Fig. 11 Bifurcating model (case of $N=3$)

であるとする、各世代における拡散流束は

$$q_i = \frac{D_i}{L_i} (C_{i-1} - C_i) \quad (9)$$

で与えられる。これらの間には連続の関係

$$2^{i-1} q_i A_i = \text{const.} \quad (10)$$

が成り立つ。

両式より、各分岐点における濃度が得られる。第1分岐点の濃度は

$$C_1 = \frac{\sum_{i=2}^N \frac{1}{2^{i-1}} \left(\frac{DA}{L} \right)_1 / \left(\frac{DA}{L} \right)_i}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{2^{i-1}} \left(\frac{DA}{L} \right)_1 / \left(\frac{DA}{L} \right)_i} C_0 \quad (11)$$

チャンバ内の濃度変化は

$$V_0 \frac{dC_0}{dt} = - \frac{D_1 A_1}{L_1} (C_0 - C_1) \quad (12)$$

で与えられるから、式(11)を代入すると

$$V_0 \frac{dC_0}{dt} = - \beta \frac{D_1 A_1}{L_1} C_0 \quad (13)$$

ここで、

$$\beta = \frac{L/L_1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{2^{i-1}} \left(\frac{DA}{L} \right)_1 / \left(\frac{DA}{L} \right)_i} \quad (14)$$

$\beta=1$ のとき、式(13)は断面積 A_1 、長さ L の直管の場合の拡散の式となる。したがって、分岐の場合も代表断面積を A_1 、代表長さ L として、直管と同様に拡散係数を求めると、分岐管の拡散係数は

$$D_b = \beta D_1 \quad (15)$$

で与えられる。すなわち、 β は第1世代の管の拡散係数 D_1 に対する分岐管の拡散係数の補正係数である。

ここで、拡散係数 D として直管の脈動流における有効拡散係数

$$\frac{D_e}{D_m} = 1 + f(\alpha) Pe^2 \quad (16)$$

を用いる。

Pe 数が十分大きいとすると、

$$\beta = \frac{L/L_1}{\sum_{i=1}^N 2^{i-1} \frac{f(\alpha_i)}{f(\alpha_1)} \frac{L_i}{L_1}} \quad (17)$$

さらに、無次元振動数が十分に大きい場合は

$$f(\alpha) \propto \alpha^{-3}$$

となり⁽⁶⁾⁽⁷⁾、式(2)を用いると

$$f(\alpha) \propto (Af)^{-3/2}$$

となる。脈動振動数 f は全世代間で共通であるから、

$$\beta = \frac{L/L_1}{\sum_{i=1}^N 2^{i-1} \left(\frac{A_i}{A_1} \right)^{3/2} \frac{L_i}{L_1}} \quad (18)$$

また、 Pe 数が十分小さいとすると、

$$\beta = \frac{L/L_1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{2^{i-1}} \frac{A_i}{A_1} \frac{L_i}{L_1}} \quad (19)$$

となる。

文 献

- (1) Weibel, E. R., *Morphometry of the Human Lung*, (1963), 139, Berlin; Spinger.
- (2) 弓野 崇・岩澤 敦・加藤康晴・谷田好通, 開口端を有するダクトにおける脈動流に関する研究, 可視化情報, 17-65(1997), 30-37.
- (3) 鈴木滋雄, 分岐管における拍動流中の流れと拡散, 東京大学修士論文, (1991).
- (4) Haselton, F. R. and Scherer P. W., Flow Visualization of Steady Streaming in Oscillatory Flow through a Bifurcating Tube, *J. Fluid Mech.*, **123**(1982), 315-333.
- (5) Taylor, G. I., Dispersion of Soluble Matter in Solvent Flowing Slowly through a Tube, *Proc. R. Soc., London, Ser. A*, **219**(1953), 186-203.
- (6) Watson, E. J., Diffusion in Oscillatory Pipe Flow, *J. Fluid Mech.*, **133**(1983), 233-244.
- (7) Joshi, C. H., Kamm, R. D., Drazen, J. M. and Slutsky, A. S., An Experimental Study of Gas Exchange in Laminar Oscillatory Flow, *J. Fluid Mech.*, **133**(1983), 245-254.
- (8) 西田正浩・吉村康輔・谷下一夫, 対称分岐管内振動流における軸方向拡散の評価, 機論, **60**-570, B(1994), 417-424.
- (9) Kamm, R. D., ほか4名, Gas Transport During Oscillatory Flow in a Network of Branching Tubes, *J. Biomech. Eng.*, **106**(1984), 315-320.
- (10) Kamm, R. D., ほか2名, High Frequency Ventilation, *CRC Cr. Rev. Biomed. Eng.*, **9**-4(1984), 347-379.
- (11) Tanida, Y., Pendelluft Effect on Gas Exchange in High-Frequency Ventilation, *JSME Int. J., Ser. B*, **39**-2(1996), 368-375.