マイクロ波による誘電体加熱の数値解析*

舟 渡 裕 一^{*1}, 鈴木 立 之^{*1}

Numerical Analysis of Microwave Heating of a Dielectric

Yuichi Funawatashi^{*2} and Tateyuki Suzuki^{*2} Toyama Prefectural University, Dept. of Mechanical Systems Engineering,
5180 Kurokawa, Kosugi-machi, Imizu-gun, Toyama, 939-0398 Japan

Microwave heating of a dielectric in a cavity was analyzed numerically with the FDTD method with the aim of devising new methods for reducing uneven heating typical of microwaving. The dielectric was assumed to be water and the frequency of a microwave was taken to be 1 GHz. It was found that the electric field is highly dependent on the position of a dielectric in a cavity. The temperature distribution reflects the profile of the RMS value of the electric field in a dielectric, although there appears to be no effect of the short wavelength typical of the electric field. The heating rate depends on the position of a dielectric. In the case of a higher effective loss factor a microwave decays immediately after entering a dielectric, and the temperature of the interior remains low. These results indicate that the uneven heating is due to at least two causes: standing wave and rapid decay of a microwave.

Key Words: Heat Transfer, Heat Conduction, Numerical Analysis, Microwave Heating, Dielectric, Uneven Heating, Electromagnetic Field

1. 緒 言

マイクロ波による加熱は、物体を内部から加熱するという利点をもつ。この利点を生かし、マイクロ波加熱は、ゴムの乾燥、不純物の除去、食品の加熱など数多くの分野で利用されている。他方、マイクロ波加熱は加熱不均一という欠点を併せ持つ⁽¹⁾。この加熱不均一度はかなり大きく、家庭用の電子レンジで模擬食品として寒天ゼリーを加熱した場合の温度分布のむらは数十℃になる⁽²⁾。本研究は、この加熱不均一の低減を目的としている。

加熱の不均一性に関する研究はすでにいくつか報告されている。中沢ら⁽³⁾は、澱粉食品を電子レンジで加熱した場合の温度分布をヨード染色の加熱による退色現象を利用して測定し、試料が円柱状である場合には中心部が加熱され、四角柱状であれば中心部の加熱が周囲に比べて遅いことを示し、原因としてマイクロ波の試料表面での屈折を挙げている。また、薄い四角形状の試料ではマイクロ波の定在波による温度分布が生

じると報告している。

酒井ら⁽⁴⁾も円形容器と四角形容器に入れた寒天のマイクロ波加熱の実験により、円形容器では中心部が加熱され、四角形容器では角部が加熱され中心部の温度上昇は小さいことを報告している。

Ho ら⁽¹⁾は円柱状の試料に対して、容器側壁に金属箔リボンをすきまをあけて張り付けることによる温度分布の不均一の低減化を試み、最適なりボンの配置を求めている。

マイクロ波加熱は、マイクロ波の照射を受けた物質内部の自由電子と分極が振動する際の摩擦によるマイクロ波エネルギーの熱への変換を利用している。したがって、マイクロ波加熱の不均一の議論は対象とする系のマイクロ波の電場の特性に基づいて行わなければならない。中沢ら⁽³⁾は電磁場のモデル化により温度分布形状の違いの説明を試みているが、適用できる条件が限られている。また、酒井ら⁽⁴⁾と Ho⁽¹⁾らの研究では電場分布に基づく議論はなされていない。そこで、著者らは、矩形共振器内に誘電体が置かれた場合の電磁場と温度場の数値解析を行い、マイクロ波加熱の特性を把握することを試みた。マイクロ波加熱の数値解析は、これまでに、Tada ら⁽⁵⁾により誘電体が存在する矩形導波管内の電磁場の二次元解析が、また

* 原稿受付 1999年7月7日。

^{*1} 正員、富山県立大学工学部 (☎ 939-0398 富山県射水郡小杉町黒河 5180)。

E-mail: fnwtsh@pu-toyama.ac.jp

Clemens ら⁽⁶⁾により共振器内に置かれたアルミナのマイクロ波加熱の二次元解析が行われている。本研究の数値解析の方法は、おもに Clemens ら⁽⁶⁾の方法に基づいている。

著者らは、本研究により得られるマイクロ波加熱の特性の理解が、加熱不均一の低減の新しい方法を探る糸口になることを期待している。

2. 解析方法

図1に本研究で扱う物理モデルを示す。完全導体で構成された共振器内に誘電体が設置してある。共振器の左側壁の導波管によりマイクロ波を供給する。

マイクロ波を記述する基礎方程式は次の Maxwell の方程式である。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (2)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (4)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{E}$ は電場ベクトル、 $\mathbf{B}$ は磁束密度ベクトル、 $\mathbf{H}$ は磁場ベクトル、 $\mathbf{D}$ は電束密度ベクトル、 $\mathbf{J}$ は電流密度ベクトル、 μ は透磁率、 σ は電気伝導率、 t は時間である。 ϵ は複素誘電率と呼ばれ

$$\epsilon = \epsilon_0(\epsilon' - j\epsilon''_{eff}) \quad (6)$$

と定義されている。ここで、 ϵ_0 は真空の誘電率、 ϵ' は比誘電率であり、 $j^2 = -1$ である。 ϵ''_{eff} は等価損失係数と呼ばれ、 $\epsilon''_{eff} \neq 0$ の場合にはマイクロ波エネルギーの損失が生じ、誘電体内部に、 ω をマイクロ波の角周波として

$$q = \omega \epsilon_0 \epsilon''_{eff} E_{rms}^2 \quad (7)$$

で与えられる単位時間単位体積当たりの発熱 q を生

じる⁽⁷⁾。本研究では $\sigma = 0$ で、媒質が x 方向に一樣で無限である場合を取扱う。その場合に Maxwell の方程式はデカルト座標の成分表示で書き表すと

$$\frac{\partial(\epsilon_0 \epsilon' E_x)}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \omega \epsilon_0 \epsilon''_{eff} E_x \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\mu H_y)}{\partial t} = -\frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (9)$$

$$\frac{\partial(\mu H_z)}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (10)$$

となる。ここで、 E_x, H_y, H_z は電場ベクトルと磁場ベクトルの座標方向成分である。誘電体内の温度分布の解析には熱伝導方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q}{\rho C} \quad (11)$$

を用いる。ここで、 T, α, ρ, C は、それぞれ温度、熱拡散率、密度、比熱である。

Maxwell 方程式の数値計算には FDTD (Finite Difference Time Domain) 法⁽⁸⁾を用い、熱伝導方程式は時間微分項を前進差分、空間微分項を中心差分で離散化して数値計算を行った。

電場と磁場の境界条件は、完全導体の仮定より金属表面において電場の表面に平行な成分と、磁場の表面に垂直な成分が零であるとする。また、誘電体表面での温度境界条件は断熱とする。初期条件は、電場と磁場が存在せず、誘電体は一樣な温度にあるとする。

電磁場の励振は導波管の中央において

$$E_x = E_{x0} \sin\left(\frac{\pi y}{L_y}\right) \cos(\omega t) \quad (12)$$

Fig.1 Schematic diagram of microwave cavity, dielectric material and wave input region

(a) $W/L_y = 3.0$

(b) $W/L_y = 2.5$

Fig.2 Electric field in a cavity and waveguide

(a) $W/L_y=3.0$ and $L_d/L_y=1.0$ (b) $W/L_y=2.5$ and $L_d/L_y=0.75$

Fig. 3 Electric field in a cavity and waveguide

(a) $W/L_y=3.0$ and $L_d/L_y=1.0$ (b) $W/L_y=2.5$ and $L_d/L_y=0.75$

Fig. 4 Electric field in a dielectric

により与える。ここで L_y は導波管の幅である。

計算は以下のような手順で行った。まず、初期温度における誘電率と等価損失係数の値を用いて Maxwell の方程式を解き電場分布を求める。電場分布が収束したことの判定は、すべての格子点における電場の二乗の和の 1 周期にわたる平均値の、1 周期後の相対変化がある規定値以下にあることをもって行った。この規定値の値として 0.1×10^{-4} を採用した。次に、このようにして求めた電場を用いて式 (7) により誘電体内の発熱量を計算し、この発熱量を用いて熱伝導方

(a) $t=300\Delta t_r$ (b) $t=6000\Delta t_r$ Fig. 5 Temperature field for $W/L_y=3.0$ and $L_d/L_y=1.0$

程式を解く。その際に、新しく計算された温度に対する誘電率と損失係数をつねに計算し、先に電場を計算したときに用いた値よりも 10% 以上異なっている格子点の一つでもあれば、温度分布の計算を中断し、新しい温度に対する誘電率と損失係数を用いて新しい電場分布を計算する。これを必要な時間まで繰返す。

3. 計算結果および考察

計算は $L_x/L_y=1$, $H/L_y=3$, $H_d/L_y=1$, $W_d/H_d=1$ とし、 W/L_y の値が 2.5 と 3.0 の場合について行った。導波管と誘電体の y 方向の位置はともに共振器高さの中央とし、誘電体の z 方向の位置は、 W/L_y が 2.5 の場合には共振器の中央、 W/L_y が 3.0 の場合には L_d/L_y が 0.5, 1.0 および 1.5 の三とおりとした。すべての計算において、 L_y を真空中でのマイクロ波の波長の $\sqrt{2}/2$ 倍、 E_{x0} を 1000 V/m、マイクロ波の周波数を 1.0 GHz、初期温度を 20°C とした。誘電体の密度と比熱は水の値としたが、熱拡散率は水の値の 10 倍とし熱拡散効果が実際の水より大きい場合について計算を行った。誘電率と等価損失係数には Roebuck ら⁽⁹⁾ の測定による水の値を三次多項式で近似して用いた。セルサイズは y 方向、 z 方向とも 2.1 mm とし、Maxwell の方程式を解く際の時間増分 Δt_M を 5.0 ps、熱伝導方程式を解く際の時間増分 Δt_r を 0.38 s とした。

図 2 に誘電体が存在しない場合の 250 000 Δt_M [s] 後の 1 周期にわたる電場の RMS 値を W/L_y が 2.5 と

Fig. 6 Temperature field for $W/L_y=2.5$ and $L_d/L_y=0.75$

3.0 の場合について示す。図 2 より、共振器の大きさにより電場分布の形状と電場強度が異なることがわかる。 W/L_y が 3.0 の場合には、完全な共振状態が得られている。これは、共振器の長さが、ちょうどマイクロ波の導波管内における半波長の 3 倍であり共振条件が満たされているからである。これに対し、 W/L_y が 2.5 の場合には、この共振条件が満たされていないため、電場分布は共振状態とまったく異なる分布となっている。

図 3 に誘電体を挿入した場合の電場の RMS 値を W/L_y が 2.5 と 3.0 の場合について示す。誘電体の位置はともに共振器の中央である。また、誘電体内部の電場の様子を図 4 に拡大して示す。誘電体を挿入すると、誘電体でのマイクロ波エネルギーの熱への変換によるエネルギー損失と入射エネルギーが釣り合うことにより電場の RMS 値の分布は定常となる。 W/L_y が 3.0 の場合には、図 3 (a) に示すように、誘電体を挿入しても、誘電体の外側での電場分布の形状には大きな変化は見られない。しかし、誘電体内部の電場強度は誘電体外部に比べて非常に小さくなることがわかる。図 4 (a) に示した誘電体内部の電場分布を見ると、誘電体外部とは異なる空間周期の変動があることがわかる。これは誘電体内でのマイクロ波の波長が真空中のそれに比べて複素屈折率の実数部分の 1 になることによると考えられる。 W/L_y が 2.5 の場合には、図 3 (b) に示すように、誘電体を挿入すると電場の RMS 値の分布形状は大きく変化した、誘電体の周囲に、誘電体を置かない場合 [図 2 (b)] には存在しなかつ

Fig. 7 Electric and temperature fields for $W/L_y=3.0$ and $L_d/L_y=1.5$

た RMS 値のピークが生じている。これらのピークは誘電体表面でのマイクロ波の透過波と反射波および共振器の内壁での反射波との干渉により生じていると考えられる。このことは、マイクロ波加熱における共振状態を考える際に、誘電体の影響を無視してはならないことを示している。図 4 (b) に示す W/L_y が 2.5 の場合の誘電体内部の電場の RMS 値には、 W/L_y が 3.0 の場合と同様に、小さな空間周期の分布が見られる。

図 3 の条件での W/L_y が 3.0 と 2.5 の場合の温度分布を、それぞれ図 5 と図 6 に示す。図 5 (a) と図 6 (a) は加熱開始後 $300\Delta t_r$ の温度分布である。いずれの場合もその形状はそれぞれ図 4 (a), (b) に示した電場の RMS 値の分布の包絡面の形状に類似している。これは、マイクロ波による誘電体内部での発熱量が電場の二乗に比例するためである。また、よく見ると、電場の RMS 値の分布の空間周期の短い変動を反映した、短い空間周期の温度変動が存在することがわ

(a) Electric field in a cavity and waveguide

(a) Cavity and waveguide

(b) Electric field in a dielectric

(b) Dielectric

(c) Temperature field at $t = 36\,000\Delta t_T$ Fig. 8 Electric and temperature fields for $W/L_y = 3.0$ and $L_d/L_y = 0.5$

かる。図 5 (b) と図 6 (b) は加熱開始後 $6\,000\Delta t_T$ [s] の温度分布である。この場合も温度分布の全体的な形状は加熱開始後 $300\Delta t_T$ [s] の場合と変わりはないが、誘電体内部の電場分布の特徴的な波長を反映していた短い空間周期の温度変動は見られなくなる。これは誘電体内部の熱拡散により局所的に大きな温度こう配が緩和されるためであると考えることができる。 W/L_y が 2.5 と 3.0 の場合を比べると、温度分布形状に類似点がなく、本研究の条件下では、中沢ら⁽³⁾ と酒井ら⁽⁴⁾ が報告しているような誘電体の形状のみに依存する温度分布の特徴は存在しないといえる。 $6\,000\Delta t_T$ [s] 間における平均温度上昇速度は W/L_y が 2.5 の場合は $0.35^\circ\text{C}/\text{min}$ 、 W/L_y が 3.0 の場合は $0.31^\circ\text{C}/\text{min}$ であり、共振器の大きさが共振条件を満たしていない W/L_y が 2.5 の場合のほうがわずかではあるが大きい。このことは、誘電体の加熱にとっては、単に共振器の大きさが共振条件を満たすことが必ずしも必要ではなく、共振器内の誘電体を含めた条件設定が重要で

Fig. 9 Electric field for a higher effective loss factor

あることを示しているといえる。

W/L_y が 3.0 の場合について、誘電体の位置を図 3 (a) に比べて $L_y/2$ だけ励振位置より離れた場合と近づけた場合の電場と温度の分布を、それぞれ図 7、8 に示す。いずれの場合も、電場の RMS 値の分布の形状は誘電体を中央に置いた場合 [図 3 (a)] と異なる。また、電場の RMS 値の値自体も中央に置いた場合より小さくなっている。特に、誘電体を励振位置に近づけた場合には、誘電体位置以後の電場の値が非常に低下しているのがわかる [図 8 (a)]。図 7 (b) と図 8 (b) に示す誘電体内部の電場の RMS 値の分布も、誘電体外部の電場と同様、誘電体の位置により形状が異なっている。図 7 (c) と図 8 (c) は加熱時間が $36\,000\Delta t_T$ の場合の温度分布である。誘電体を励振位置から離れた場合 [図 7 (c)] の平均温度上昇速度は約 $0.086^\circ\text{C}/\text{min}$ であった。これは、誘電体を中央に置いて $6\,000\Delta t_T$ [s] 加熱した場合 [図 5 (b)] の約 28% であり、誘電体の位置により加熱速度に大きな違いが存在することがわかる。誘電体を励振位置に近づけた場合 [図 8 (c)] の加熱速度はさらに小さくなり、 $36\,000\Delta t_T$ [s] の加熱時間における平均温度上昇速度は約 $0.018^\circ\text{C}/\text{min}$ であった。

以上のように、共振器内の電場分布は誘電体の位置に強く依存し、その結果得られる誘電体の加熱速度も誘電体の位置により異なることがわかる。したがって、マイクロ波による誘電体加熱において大きな加熱速度を得ようとすれば、先に述べたように誘電体を含

めた系での適切な条件を見いだすことが重要であるといえる。

図9に、図3の条件の中で等価損失係数だけを20°Cにおける値の約5倍の一定値にした場合の電場のRMS値の分布を示す。図3(a)と図9(a)を比べてみるとわかるように、等価損失係数の値を増加しても、誘電体の外側の分布形状に大きな変化は見られない。ただし、RMS値自体は等価損失係数を増すことにより減少している。これに対し、誘電体内部では、図4(a)と図9(b)からわかるように、電場のRMS値の分布形状は等価損失係数により大きく変化し、等価損失係数が多い場合には、誘電体の縁で値が大きく、内部に向かうにつれ急激に減少する形状となる。これは、等価損失係数が多いと誘電体内でのマイクロ波のエネルギーの損失が大きく、誘電体に入射したマイクロ波が急激に減衰するためである。したがって、誘電体の各面から入射したマイクロ波は、互いに干渉することができる位置まで十分に浸透することができず、干渉による短い空間周期の分布は誘電体の対角線の周囲にわずかに見られるのみである。また、図9(b)のような電場分布のもとで誘電体の加熱を行えば、周囲と内部とで大きな温度差が生じることになると考えられる。

本計算により得られた電場と温度場の特徴から、マイクロ波によって誘電体を加熱した際に生じる温度分布の不均一には少なくとも2種類あることがわかった。一つはマイクロ波の定在波の存在に起因するものであり、他の一つはマイクロ波の急激な減衰によるものである。マイクロ波の減衰による温度場の不均一の改善は熱伝導に頼る以外にないと思われる。一方、マイクロ波の定在波による温度場の不均一の改善は、マイクロ波の定在波の腹と節の位置を時間的に変動させることにより可能であり、市販の電子レンジで採用されているターンテーブルやスターラはこの点で有効であると考えられる。しかし、マイクロ波の定在波の腹と節の位置を時間的に変動させる方法はほかにも考

ることができる。今後、既存の方法を含めて、各方法の加熱不均一の低減の効果を比較検討することにより、より適切な方法を探る余地があると考ええる。

4. 結 言

共振器内に置かれた誘電体をマイクロ波で加熱した場合の電磁場と温度場の数値解析をFDTD法とFTCS法により行い、以下の知見を得た。

- (1) 共振器内の電場分布は誘電体の位置に強く依存する。
- (2) 誘電体内部の温度分布形状は誘電体内部の電場のRMS値の分布の包絡面の形状に類似している。
- (3) 電場分布に特有の短い空間周期の変動は温度分布には現れない。
- (4) 誘電体の加熱速度は誘電体の位置に依存する。
- (5) 等価損失係数が多い場合には、マイクロ波は誘電体に入射後急速に減衰する。
- (6) マイクロ波加熱の加熱不均一には、少なくとも、マイクロ波の定在波に起因するものと、マイクロ波の急激な減衰に起因するものの2種類ある。

文 献

- (1) Ho, Y. C. and Yam, K. L., *J. Food Process. Preserv.* **16** (1992), 337-359.
- (2) 西澤実・舟渡裕一・鈴木立之, 日本機械学会北陸信越支部第36期総会・講演会講演論文集, (1999), 333-334.
- (3) 中沢文子・高橋淳子・高田昌子・杉本賢治・岩渕康司, 家政学雑誌, **37**-11 (1986), 941-947.
- (4) 酒井昇・松尾完・程裕東・半澤保, 日本食品科学工学会誌, **43**-2 (1996), 136-140.
- (5) Tada, S., Echigo, R. and Yoshida, H., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **41** (1998), 709-718.
- (6) Clemens, J. and Saltiel, C., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **39**-8 (1996), 1665-1675.
- (7) Metaxas, A. C. and Meredith, R. J., *Industrial Microwave Heating*, (1988), 73, Peter Peregrinus.
- (8) Yee, K. S. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **AP-14**-3 (1966), 302-307.
- (9) Roebuck, B. D. and Goldblith, S. A., *J. Food Sci.*, **40** (1975), 899-902.