回転境界層内のゲルトラー渦と熱伝達特性*

小宮山 宏^{*1}, 江戸 義博^{*2}
益田 重明^{*3}, 小尾 晋之介^{*3}Görtler Vortices and Their Effect on Heat Transfer
in Rotating Boundary LayerHiroshi KOMIYAMA, Yoshihiro EDO,
Shigeaki MASUDA and Shinnosuke OBI^{*4}^{**} Keio University, Dept. of Mechanical Engineering,
Hiyoshi 3-14-1, Kohoku-ku, Yokohama, 223-8522 Japan

This paper reports on the influence of Coriolis force on the heat transfer characteristics in rotating laminar boundary layer. The experiments have been conducted for the mean flow velocity $U_\infty=4.0$ m/s and the angular velocity $\Omega=4.6$ rad/s, and the heat flux has been applied uniformly over the plate. Liquid crystal method is applied to measuring the surface temperature distribution. The results indicate that heat transfer has been enhanced on the pressure surface. The velocity measurements show that Coriolis instability induces the counter-rotating longitudinal vortices which augment the heat transfer from the pressure surface. On the other hand, the heat transfer from the suction surface remains unchanged as compared to the no-rotating case, which is due to the Coriolis force that stabilizes the boundary layer. As a consequence, the averaged heat transfer coefficient is higher on the pressure surface than that on the suction surface and the stationary wall by approximately 40%.

Key Words: Boundary Layer, Coriolis Force, Heat Transfer Augmentation, Görtler Vortex, Thermal Liquid Crystal

1. 緒 論

スパン方向に平行な軸周りに回転する平板境界層ではコリオリ力が壁面に垂直方向に作用する。回転の方向に応じて、壁面に向かってコリオリ力が作用する場合を高圧面、その逆の場合を低圧面と呼ぶ。高圧面境界層では何らかの原因で発生した微小なスパン方向の速度歪みが弱い縦渦を生み、これによるアップウォッシュ・ダウンウォッシュが強まる結果、凹面境界層におけるゲルトラー渦と同様の交番配列の縦渦へと成長する(図1)。一方、低圧面境界層では発生した弱い縦渦が速度歪みを弱める方向に作用するため、ゲルトラー渦は成長せず境界層はむしろ二次元化される。高圧面におけるゲルトラー渦の発生条件は、 $Ge_\delta = Re_\delta \sqrt{Ro_\delta} > 70$ であることが線形安定理論によって示されている^[1]。縦渦の発生に伴い熱・物質輸送の活発化が期待できるため、その挙動について基本的なメカニズムの理解が重要である。凹面境界層のゲルトラー渦と熱伝達の関係について様々な研究が行われている^[2,3,4]。これらの研究では、渦列の存在とヌセルト数の増加の関連性や、ゲルトラー渦によるスパン方向の温度変動が熱伝達率の増加をもたらすことが指摘されている。また、縦渦列が生成するダウンウォッシュ領域とアップ

Fig. 1 The schematic view of the Coriolis force effect on the pressure surface.

プウォッシュ領域が、それぞれ熱伝達の促進と低下に対応していることが明らかである。

一方、工学的な見地からは、回転場における伝熱促進技術は高効率化を目指すガスタービンや発電機ロータ等の開発に際し重要であることから、矩形や円形断面回転流路や、多重折り返し(サーペンタイン)回転流路を用いた研究が行われている^[5,6]。しかし、これらの研究では、回転軸に直角な壁面(側壁)、角部、曲り部などが伝熱機構に複雑に影響しており、コリオリ力と伝熱機構の関係を普遍的に論じることは困難である。また、それぞれの壁面が受けている力学的状況の相違を個別に考察することも困難であり、各壁面の力学的条件に応じた伝熱促進デバイスの最適化にとっても、情報は十分とは言えない。

* 原稿受付 1999年7月19日。

^{*1} 慶應義塾大学大学院(☎ 223-8522 横浜市港北区日吉3-14-1)。

^{*2} 東日本旅客鉄道(株)(☎ 980-8580 仙台市青葉区五橋1-1-1)。

^{*3} 正員、慶應義塾大学理工学部。

E-mail: obsn@mech.keio.ac.jp

本研究では境界層渦度ベクトルと系の回転ベクトルの方向の相対関係に従って、流れ場への影響が根本的に異なる点に注目し、コリオリ力が境界層熱伝達率に及ぼす影響や、その際の伝熱機構をコリオリ力作用方向ごとに個別に明らかにすることを目的としている。取り上げた系はスパン方向に平行な軸周りに回転する平板境界層で、回転方向に応じて高圧面・低圧面が実現される。

主な記号

Ge_δ	: ゲルトラー数 ($= Re_\delta \sqrt{Ro_\delta}$)
h	: 色相値
h_m	: スパン方向平均熱伝達率
h_x	: 局所熱伝達率
k	: 空気の熱伝導率
$\vec{k}$	: 角速度ベクトルに平行な単位ベクトル
L	: 代表長さ
Nu_x	: 局所ヌセルト数 ($= h_x x / k$)
p'	: 静圧からの圧力偏差
Pr	: プラントル数
q_w	: 損失を含めた放熱量
R_i	: 回転半径
R, G, B	: 色成分
Ra_Ω	: 回転レイリー数 ($= \beta R_i \Omega^2 \Delta T_\infty Pr L^3 / \nu^2$)
Re	: レイノルズ数 ($= LU_\infty / \nu$)
Ro	: 回転パラメータ ($= \Omega L / U_\infty$)
T_f	: 流体温度
T_w	: 壁面温度
T_∞	: 主流温度
u	: 主流方向速度
U_∞	: 主流速度
x, y, z	: 直角座標
x_l	: 前縁から加熱開始点までの距離
δ	: 境界層厚さ
β	: 体積膨張率
ν	: 動粘性係数
ρ_∞	: 密度
Ω	: 回転角速度

2. 回転場におけるゲルトラー流の基礎方程式

一定角速度 $\Omega \vec{k}$ で回転する座標系から見た非圧縮粘性流体の運動量方程式を代表速度に U_∞ 、代表長さに L 、代表温度に壁面温度と主流温度の差 ($T_w - T_\infty$) をとって無次元化すると以下の式を得る：

$$\frac{\partial \vec{u}^*}{\partial t^*} + (\vec{u}^* \cdot \nabla) \vec{u}^* = -\nabla p^* + \frac{Ra_\Omega}{Re^2} T^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u}^* + 2Ro(\vec{u}^* \times \vec{k}) \quad (1)$$

無次元化した諸量には添え字 * をつけた。本研究で対象とする領域を無次元パラメータで整理したものを表 1 に示す。これにより、式 (1) の右辺第 2 項は十分小さいものとして浮力の効果を無視する。また、右辺第 4 項は値としては小さく、不安定条件下で攪乱の成長を促進する効果を持つが層流境界層への直接的な作用は持たない。このような前提のもとで実験・考察を進めた。

Table 1 The range of nondimensional parameters covered by the present experiments.

Local Reynolds number	$4.3 \times 10^4 \leq Re_x \leq 1.4 \times 10^5$
Rotation number	$1.5 \times 10^{-3} \leq Ro_\delta \leq 7.0 \times 10^{-3}$
Görtler number	$69 \leq Ge_\delta \leq 167$
Rotational Rayleigh number	$Ra_\Omega \leq 3.3 \times 10^7$

Fig. 2 Experimental setup.

3. 実験装置および測定方法

3.1 回転風洞 実験に用いた回転風洞を図 2 に示す。回転テーブル上に設置された試験部に静止系からメカニカルシールを介して空気を供給する。高さ 390mm、幅 86mm、長さ 760mm のアクリル製チャネルの幅方向中央に厚さ 10mm の平板を挿入し、その上に発達する層流境界層において速度場ならびに温度場の計測を行った。平板前縁のスパン中央に直角座標系の原点をとり、流れ方向に x 、壁面垂直方向に y 、スパン方向に z 軸をそれぞれ設定した。平板上の $160\text{mm} \leq x \leq 760\text{mm}$ の区画には幅 300mm、厚さ $10\mu\text{m}$ のステンレス箔を接着し、それに直接通電・加熱して伝熱試験面を形成した。その際、電気抵抗値を確保するため加熱面を幅方向に 3 等分し、互いに絶縁し、端部に設けた電極を介して直列に接続した。

Fig. 3 The hue-temperature calibration device.

ステンレス箔上には次節に述べる方法で色・温度校正を行った感温液晶を接着し、加熱・冷却によって生じた色分布を回転テーブル上に固定したデジタルビデオカメラで撮影し、壁面温度分布を測定した。温度分布の測定の際、風洞の回転方向を正負逆転させることで高压面および低压面を同じ面上に再現した。また、これらの結果を静止時の測定結果と比較した。

速度場の計測は温度場計測と同様の速度条件下において非加熱の状態でI型熱線プローブを用いて行った。センサー部には直径 $2.5\mu\text{m}$ のウォラストン線を用い、センサ長は 0.5mm とした。プローブを y - z 面内でステッピングモータによりトラバースすることによって、境界層断面の時間平均速度分布を求めた。センサ出力信号は自作の定温度型熱線風速計により処理し、統計処理には 5kHz で2秒間サンプルされたデータ群を用いた。

速度分布の測定位置は、 $130\text{mm} \leq x \leq 450\text{mm}$ の区間における8断面で、各 x 位置において y 方向に 0.5mm 間隔で26点、 z 方向に 1mm 間隔で16点測定した。

温度場および速度場を通して測定は主速度 $U_\infty=4.0\text{m/s}$ 、回転角速度 $\Omega=4.6\text{rad/s}$ において行った。主流乱れ強さは静止時、正負回転いずれの場合も約1%であった。

3. 2 色・温度校正試験 壁面温度分布の測定に用いた感温液晶は温度の上昇とともに呈色し、赤・橙・黄・緑・青・藍と徐々に変化する。この色変化を定量化することによりこれを温度計として利用することができる。感温液晶の呈色変化は特定の波長の散乱反射光により色相が温度による呈色変化を示す指標として適していることから、本研究では色の指標として色相値を用いた。

本実験では $27\sim 37^\circ\text{C}$ の呈色域を有する感温液晶を用いたが、その校正は図3に示す装置を用いて行った。この装置はヒーターおよびクーラーにより銅板上に直線的な温度勾配($26\sim 38^\circ\text{C}$)を与えるもので、校正板に接着された液晶を真上に設置したデジタルビデオカメラで撮影して画像処理を施し、同時に校正板内に埋め込まれた5本の熱電対によってその時の温度分布を測定し、色分布を校正した。また、液晶を照射する光源としてハロゲンランプ2基を設置し、色・温度校正試験および本実験を通

Fig. 4 The relationship between hue and temperature.

してカメラと光源の平板に対する位置関係を厳密に保つように注意した。デジタルビデオカメラで撮影された画像はビデオ入力ボードを通してPCに取り込み、色と温度の対応づけを行った。撮影した感温液晶の画像は8bitのbitmap形式で保存し、各画素のRGB値から色相 h を次式により求めた：

$$h = \begin{cases} \theta & g \geq b \\ 2\pi - \theta & g < b \end{cases} \quad (2)$$

ただし、

$$\theta = \cos^{-1} \frac{2r - g - b}{\sqrt{6 \left[\left(r - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(g - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{3}\right)^2 \right]}}$$

また、

$$r = \frac{R}{R+B+G}, \quad g = \frac{G}{R+B+G}, \quad b = \frac{B}{R+B+G}$$

である。色相値から対応する温度の値を出力し、図4に示すような色相値と温度の相関関係を得た。この色・温度のデータセットに基づいて感温液晶による温度測定を行った。

4. 結果および考察

4. 1 静止時の流れと熱伝達特性 まず二次元層流境界層が発達していることを確認するために、非加熱時における静止時の速度分布を計測した。測定位置は $x=0.25\text{m}$ で対応する局所レイノルズ数 $Re_x = 6.7 \times 10^4$ であり、このときブラジウスの境界層厚さは $\delta=4.8\text{mm}$ である。図5(a)はスパン中央における y 方向速度分布で、実線で示すブラジウス理論による速度分布とおおむね良く一致している。また、二次元性の確認のために y - z 断面全体の速度分布を図5(b)に示す。 y 軸上の δ はブラジウスの境界層厚さを示している。速度の等値線がほぼ z 軸に平行であることから、速度分布はスパン方向に3%以内でほぼ一様であり、二次元性が保たれていると言える。

Fig. 5 Base flow configuration at $x = 0.25m$: (a) velocity profile of boundary layer, (b) streamwise velocity u -contour plot (0.25m/s interval).

次に熱伝達特性を調べるため回転テーブルを静止させて、加熱時における壁面温度分布を測定した。図6(a)は比較のために回転テーブルを静止させた場合の壁面温度分布で、上流にあたる図の左側が最も温度が低く、下流へ向けて徐々に温度が上昇している。また、色の変化はスパン方向にはおおむね一様であることが確かめられた。

4.2 自然状態での熱伝達特性 主流中に含まれる乱れを攪乱源とした遷移を対象として、まず人工的な攪乱を与えない状態での回転場における実験を行った。高圧面の温度分布を図6(b)に示す。図から明らかなように $x \approx 0.4m$ ($Ge_\delta = 137$) 付近から縞状の温度分布が現われている。このとき、後述するように、スパン平均の熱伝達率は静止時に比べ上昇している。一方、低圧面では図6(c)のように静止時と同様の温度分布となり、回転による熱伝達率の変化は局所的にも平均的にも認められない。

高圧面では自然発生するゲルトラー渦のスパン方向位置は上流の初期攪乱にある程度依存しているが、渦のスパン方向波長はそのような初期攪乱によってのみ決定されるものではなく、他の波長の攪乱と干渉し、新たな渦の誘起や消滅の過程を踏んで境界層厚さ δ のほぼ2倍で一定のスパン方向波長が選択される事がわかっている[1]。

Fig. 6 The temperature distribution (natural condition): (a) stationary, (b) pressure surface, (c) suction surface.

Fig. 7 Array of humps

ここでは速度と温度のスパン方向波長がほぼ同じことから温度縞の原因をゲルトラー渦にあると考え、この値は自然遷移状態の発生間隔の代表値と考えられることから、以下に述べる実験では、図7に示した突起列の間隔を9mmに等しく設定した。

4.3 ゲルトラー渦発生位置固定時の熱伝達特性 速度と温度を同時に測定することが困難であったため、同一の条件で別々に測定した速度分布と温度分布の対応をつける目的で、 $x=11mm$ の位置に図7に示すような微小突起(長さ18mm、幅2mm、高さ0.5mmのプラスチック小片)を設置した。このとき、自然に発生するゲルトラー渦の間隔を考慮して、これらの間隔を9mmとした。ただし、微小突起後流の速度欠損は、単にゲルトラー渦の成長の核となるだけであり、その影響は静止時には下流の速度分布に痕跡を残さないことを確認した。

Fig. 9 The temperature distribution (upper) and velocity contour (lower) at (a) $x=0.23$ m, (b) $x=0.33$ m, (c) $x=0.43$ m.

Fig. 8 The temperature distribution (with humps): (a) stationary, (b) pressure surface, (c) suction surface.

突起列を設置した場合の静止時、高圧面および低圧面の温度分布をそれぞれ図 8(a), (b) および (c) に示す。高圧面では流れ方向に長く伸びた縞状のパターンが観察され、高温の領域と低温の領域がスパン方向に交互に分布していることがわかる。この現象そのものは突起列がない自然遷移の状態と類似しているが、縦縞の形成位置は自然状態と比較してより上流となっている。高温縞と低温縞はゲルトラー渦の発生間隔である突起列の間隔と同じ 9 mm おきに現われている。一方、低圧面では対照的に突起の設置によっても温度分布には変化は全く現れていない。低圧面では第 1 章で述べたようにコリオリ力は縦渦を弱める作用をする。そのため、壁面と流体間の熱交換は静止時における場合と同程度である。

図 9 に $x=0.23, 0.33, 0.43$ m における y - z 断面での平均速度の等値線を壁面温度のスパン方向分布と対比して示す。 $x=0.23$ m では突起中心線上 ($z=0$) で等速度線のわずかな隆起が始まっている。低速領域は下流へ向かってキノコ状に成長し、中心の高さは $x=0.43$ m では 1.2 δ 程度に達している。すなわち、ゲルトラー渦によって壁面近くの低速流体が吹き寄せられ、そのままアップウォッシュ運動によりキノコ状の等速度線が形成され则认为られる。一方、二つの隣合う低速領域の間ではダウンウォッシュ運動によって高速流体が主流側から壁に向かって輸送されるに伴い境界層が薄くなる。図の上半分に示す温度分布を参照すると、低速領域と高温領域、高速領域と低温

領域がそれぞれ対応関係にあることがわかる。

スパン方向に平均した熱伝達率と前縁からの距離の関係を表したものを図10に示す。局所の熱伝達率は以下の式から求めた：

$$h_x = \frac{q_w}{T_f - T_w} \quad (3)$$

q_w は加熱平板背面への伝導による熱損失を含めた放熱量、 T_f は流体温度で主流入口温度と出口温度の平均値で、 T_w は感温液晶より得られた壁面温度である。図の熱伝達率 h_m はスパン方向で平均した値である。加熱開始直後は温度境界層の急激な発達によりコリオリ力の影響が現れにくいため、ここには温度境界層が発達した $0.3\text{m} \leq x$ の領域について示している。図中、静止時の測定結果は層流平板境界層を途中から加熱した場合のヌセルト数分布^[7]：

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.453 Pr^{1/3} Re_x^{1/2} \left[1 - \left(\frac{x_l}{x} \right)^{3/4} \right]^{-1/3} \quad (4)$$

を示す。式中、 x_l は前縁から加熱開始点までの距離である。本研究では損失熱量の計測を行っていないため、式(4)から求めた熱伝達率と静止時における熱伝達率の差を便宜上損失熱量として取り扱い、回転時の測定結果からもこの値を一律に差し引いて図示している。

図10から、静止時に対する平均熱伝達率の上昇は高压面で顕著であり、最大で約40%の上昇が確認された。一方、低压面は静止時とほぼ同じ値である。グラフ上では低压面で約7%の減少が見られるが、温度測定を行った全領域で1%程度の大きさとなり、これは温度計測上の誤差と言える。低压面の局所摩擦係数の測定によれば、静止平板境界層における経験式および Blasius の解に対する系統的な差異は見出されなかった^[8]ことから、本研究における伝熱現象においてもこれを低压面の熱伝達の減少とは考える根拠はない。

これらの結果から回転場における伝熱促進を考えると、コリオリ力が壁面に向かって働く高压面にはゲルトラー渦が発生するためのきっかけをあたえごく微小な突起列を設置するだけで非常に効率的な熱伝達促進が達成されることが期待される。一方、コリオリ力が平板から離れる方向に作用する低压面では、流れ場の性質が本質的に異なるために高压面と同じ方法では熱伝達促進は期待できず、境界層の外部との流体の交換を行うような比較的大きな伝熱促進体を設置する必要があると考えられる。

5. 結論

前縁に平行な軸の周りで回転する平板境界層をとりあげ、回転の方向を変化させてゲルトラー渦が発生する高

Fig. 10 Spanwise-mean heat transfer coefficient.

圧面と安定な二次元境界層となる低压面を再現した。このような場で非加熱条件での速度分布を熱線風速計で測定した。また、感温液晶を用いた回転場における平板境界層で壁面温度分布および熱伝達率を調べた結果、以下の結論を得た。

高压面では壁面温度分布は主流方向に長く伸びた高温縞と低温縞がスパン方向に分布した縦縞状のパターンとなる。さらに、ゲルトラー渦の発生位置を固定して速度分布と温度分布を比較したところ、高温縞と低温縞のスパン方向位置は境界層内に現れるゲルトラー渦と強い相関があり、高温縞にはアップウォッシュ運動による低速領域が、低温縞にはダウンウォッシュ運動による高速領域がよく対応した。スパン方向に平均した熱伝達率の比較によれば、高压面の熱伝達率は静止時に比べて最大約40%上昇した。一方、低压面では静止時に比較して顕著な変化は現れなかった。

文献

- (1) 松原, 益田, 機論 B61-588 (1995), 2869-2874.
- (2) McCormack, P. D., Welker, H., and Kelleher, M., ASME Journal of Heat Transfer, February 1970 pp.101-112
- (3) Kotte, V., Proceedings of the 8th International Heat Transfer Conference (Hemisphere, Washington, DC, 1986), Vol.3, pp.1139-1144
- (4) Crane, R. I., and Sabzvari J., ASME Journal of Turbomachinery, Vol.111, pp.51-56, 1989
- (5) 坂下, ほか4名, 第29回日本伝熱シンポジウム講演論文集, pp.694-696, 1992
- (6) Mochizuki, S. et al., ASME Journal of Turbomachinery, Vol.116, pp.133-140, 1994.
- (7) Kays, W. M., Convective Heat and Mass Transfer McGraw-Hill, New York, 1966
- (8) 益田, 松原, 機論 B55-516 (1989), 2162-2171.