水平円柱側壁に沿って流下する液膜流の挙動に関する研究*

(液膜表面に現れる定在波の波長)

加藤 健 司^{*1}, 東 恒 雄^{*1}

Characteristics of Liquid Film Flowing around Side Wall of a Horizontal Circular Cylinder (Wave Length of Standing Wave Appearing on Film Surface)

Kenji KATOH^{*2} and Tsuneo AZUMA^{*2} Osaka City University, Dept. of Mechanical Engineering,
3-3-138, Sugimoto, Sumiyoshi-ku, Osaka, Osaka, 558-8585, Japan

An experimental and theoretical study was conducted to investigate the characteristics of liquid film flowing around side wall of a horizontal circular cylinder. The standing wave with a peak line toward the flow direction appears on the film surface. It was observed that the wave length is strongly dependent on the Weber number. The wave length was obtained theoretically by the force balance on the film surface. Centrifugal force, gravitational force, surface tension and viscous force were estimated by assuming the small amplitude of the wave and the proper velocity distribution in the liquid film. The calculated wave lengths agree with those measured experimentally for water and 20% ethanol solution. As the film Reynolds number Re becomes less than 500, the viscous effect gradually gives an influence on the wave length. The experimental results suggests that the laminar velocity distribution in the liquid film changes to the turbulent-like one as Re is greater than 2 000.

Key Words: Free Surface Flow, Wave, Surface Tension, Liquid Film Flow, Centrifugal Force, Horizontal Cylinder, Standing Wave

1. 緒 言

壁面に沿う液膜流動は、凝縮や沸騰を伴う伝熱機器等、種々の工業装置において見られる現象である。液膜流は自由表面を有し、表面波動が流れに影響を与えるため、管内流などの単相流とは異なった考察が必要となる。これまで、垂直円柱あるいは傾斜平板を重力によって流下する場合^{(1)~(5)}、また水平平板上を流動する場合⁽⁶⁾⁽⁷⁾を対象として、液膜流の伝熱特性、表面波動や流れの乱流遷移など、さまざまな観点から、液膜流の挙動が詳細に調べられている。

流れ方向に曲率をもつ流路として、水平円柱側壁に沿う液膜流は、工業的には熔融金属から直接薄板を作るストリップ鋳造法⁽⁸⁾や吸収冷凍器内の凝縮伝熱⁽⁹⁾などに関連した流れである。このような流れの場合、通常の液膜に加わる重力、粘性力、表面張力のほかに、遠心力の効果も加えた考察が必要となる。例えば、水平円柱上を流下する液膜の表面には、遠心力が原因となる、いくつかの特徴的な波動が発生する。これまで、

静止円柱ならびに回転円柱上の液膜の流動特性について、理論的、実験的な検討がなされてきている。Pedley⁽¹⁰⁾は、重力および粘性力を無視した、おもに軸対称な流れを対象として、液膜表面波動の発生について考察を行っている。Moffatら⁽¹¹⁾は、高粘性の液体を対象として、回転円柱上で定常解を与える液膜厚さならびに不安定な波動の発生について検討を行っている。また吉野ら⁽⁸⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾は、静止および回転円柱上を流下する液膜流について、液膜厚さの算出ならびに流動様相の詳細な観察を行っている。これらの報告の結果、いくつかの有益な知見が得られている。しかしながら、水平円柱に沿う液膜流の研究例は比較的少なく、特に液膜表面に現れる波動については、その波長など、具体的な特徴についていまだ明らかでないのが現状である。

水平円柱上の液膜表面に波動が発生すると、上述の工業装置の性能に影響を与えるため、その発生や成長の機構を解明するのは、工学的にも重要な問題と考えられる。本研究では、上記遠心力が原因と考えられる波動のうち代表的な、波の峰線が周方向を向く、円柱軸方向の定在波(図3および図4参照)について、理論的、実験的に検討することを目的としている。本報では、その第1段階として、波の発生時における遠心力、

* 原稿受付 1999年5月19日。

^{*1} 正員、大阪市立大学工学部(〒558-8585 大阪市住吉区杉本3-3-138)。

E-mail: katoh@mech.eng.osaka-cu.ac.jp

重力および表面張力の釣合いより、定在波の波長の算出を試みる。また実験的に波長を測定し、上記理論値との比較検討を行うとともに、波動に及ぼす粘性の影響についても考察を行う。なお、本研究で対象とする上記の波は、流体力学で扱う通常の波動とは異なり、流体に対し伝ば速度をもたない静止した液面上の波形を意味している。ここではこの波を、波形が静止しているという観点から、定在波と呼ぶことにする。

2. 実験装置および方法

2.1 実験装置概要 本研究で用いた実験装置の概要を図1に示す。下部タンク①よりくみ上げられた供試液体は、ポンプにより供試流路より約3.5 m上方の上部タンク②にくみ上げられる。供試液体は、上部タンクから流量調整弁③を通り、水槽④下部に流入する。本研究では、流れに乱れを与えないよう、十分な深さをもつ水槽④(深さ600 mm)の上部に設置したノズル⑤から液体が流出する構造とした。すきま0.8 mm、長さ約60 mmの平行平板間流路で構成されたノズル⑤から流出した液体は、約90 mmの水平な助走部を流れ、発達した液膜流となる。助走部を経た液体は円柱⑥頂部に至り、水平円柱に沿う液膜流を形成する。円柱を流下した液体は水受け⑩に蓄えられ、流

量を測定した後、下部タンク①へと流入する。水槽④内の円柱から測定円柱⑥の表面には、流路上に段差ができないよう、厚さ1 mm、幅280 mmの導電性ゴムシートを巻き付け、これを流路壁面とした。本実験では、結果として液膜は直径62 mmの円柱面上を流下することになる。ゴムシートは巻取装置⑨により、たわみのないよう、十分な張力が均一に与えられる構造となっている。ノズルすきまの設定には、すきまゲージを用いた。流路上で、円柱軸方向に偏りのない二次元的な液膜流を得るため、すきまならびに流路の水平の調整に留意した。測定区間として用いた、流路中心付近の幅100 mmの領域での液膜厚さのばらつきは、 $\pm 2.5\%$ の範囲内である。

2.2 実験方法 液膜表面に現れる円柱軸方向の波の波長は、ビデオならびに写真撮影により測定した。波長 λ は、上述の測定区間 $h=100$ mm内に存在する波のピークの数 n から算出した。その際、考えられる最大および最小波長は、それぞれ $h/(n-1)$ および $h/(n+1)$ である。ここではそれらの平均として、波長 λ を次式により求めた。

$$\lambda = h \cdot n / (n^2 - 1) \quad \dots\dots\dots (1)$$

液膜厚さの測定には触針法を用いた。触針プローブ先端の触針(縫い針: 直径0.52 mm)とゴムシートには一定の電圧が加えられており、針先が液膜に接触すると通電し、出力が得られる。プローブはマイクロメータにより、円柱の半径方向に移動でき、液膜厚さが測定できる。液膜流量が大きく、表面が振動している場合には、一意的に液膜厚さを決定することはできない。今回は、触針プローブと液膜表面が接触している時間割合を確率分析器(日本科学工業社製, model 3002)で測定し、50%の位置を平均液膜厚さと定義した。平均液膜厚さとして、触針の種々の位置における接触割合の分布曲線を求め、それを積分平均した値がしばしば用いられる⁽⁴⁾。今回の実験で両者を比較したところ、その差は4%以下であった。触針プローブ固定台は図2に示す移動装置に取付けられ、円柱軸方向および周方向、所定の位置での液膜厚さが測定できる。図2(a)は円柱頂部からの角度 θ が 0° から 90° までの範囲、図2(b)は θ が 90° から 180° の範囲に対して用いた。なお、流れが乱れている場合には、液滴が飛散して触針に接触し、出力を狂わせる可能性がある。これを防ぐため、針先約0.3 mmを除き、触針はシリコン接着剤によりコーティングを施した。

2.3 供試液体の物性値 本研究では、物性の変化による影響を見るため、水道水および20%エタノール水溶液を供試液体として用いた。それぞれの物性値

Fig. 1 Schematic of experimental apparatus

(a) Equipment for measurement $\theta=0\sim90^\circ$ (b) Equipment for measurement $\theta=90\sim180^\circ$

Fig. 2 Traverse of needle contact probe

を表1に示す。液体の密度 ρ 、表面張力 σ および動粘度 ν は、それぞれ市販のボーメの比重計、表面張力計（協和界面科学社製、CBVP-A1形）およびウベローデ式粘度計により測定を行った。エタノール水溶液では、エタノールの蒸発により、実験中物性が変化する可能性がある。そのため、実験中2hごとに物性値を測定し、適宜エタノールを補充した。物性値の平均値からのずれは、 $\pm 1\%$ 以内である。

液体の物性ならびに液膜流量の影響を整理するパラメータとして、以下で定義するウェーバ数 We ならびにレイノルズ数 Re を用いた。

$$We = \frac{\rho U^2 \delta}{\sigma} \dots\dots\dots (2)$$

$$Re = \frac{\Gamma}{\nu} \equiv \frac{U \delta}{\nu} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 U 、 δ はそれぞれ液膜の平均流速ならびに平均厚さであり、 Γ は流路単位幅当たり、液膜の体積流量である。液膜が円柱を流下する際、レイノルズ数は流量の保存から一定値となるが、ウェーバ数は液膜厚さの変化に伴い、局所的に値が変化する。

3. 流動状況および液膜厚さ

3.1 流動状況 図3および図4に液膜の流動状況の写真例を示す。図3は供試流体が水の場合、図4はエタノール水溶液の場合である。それぞれの写真に対応するウェーバ数 We は、円柱頂部での値を表している。液膜表面には、波の峰線が周方向を向く、すじ状の定在波が現れているのがわかる。図1のノズルから液膜が流出する際、すじ状の乱れが揺動的に現れるのが観察された。これは、ノズル出口での液膜流線の

Table 1 Properties of test liquids

	Density ρ (kg/m ³)	Surface tension σ (N/m)	Kinematic viscosity ν (m ² /s)
tap water (20°C)	998.2	0.0726	1.01×10^{-6}
20% ethanol solution (23°C)	968.1	0.0379	2.00×10^{-6}

(a) $We=31.4$, $Re=1630$ (b) $We=49.3$, $Re=2050$

Fig. 3 Photograph of standing wave appearing on film surface (water)

(a) $We=31.3$, $Re=660$ (b) $We=49.5$, $Re=810$

Fig. 4 Photograph of standing wave appearing on film surface (20% ethanol solution)

急激な曲がり原因と予想される⁽⁷⁾。この乱れのため、図3や図4では、一部の波の振幅が大きくなり、下流域でその波間距離が広がるのが見える。本研究では、この乱れを除いた、波の発生位置近傍で観察される定常的な波形を考察の対象とする。図3や図4、また定在波の波長の測定値を示した図7からわかるように、水、エタノール水溶液とも、ウェーバ数 We およびレイノルズ数 Re の増加、すなわち流量が増加するほど、波長は減少する傾向がある。また両者を比較すると、 We の値が同程度のとき波長もだいたい等しく、波長はおもにウェーバ数に依存していることがわかる。このことから、波動には表面張力が大きな影響を及ぼしており、粘性の影響はあまり大きくないことが予想できる。しかしながら、 We が小さくなると、エタノール水溶液の波長が若干大きくなる傾向が認められた。表1に示した動粘度および表面張力の差により、 We が等しいとき、エタノール水溶液のほうがレイノルズ数 Re は小さくなる。 Re が小さく、波長の長い領域で、より Re が小さいエタノール水溶液のほうに粘性の影響が現れ、結果として波長に若干の差異が生じるものと考えられる。

3.2 液膜厚さ 吉野らは、円柱に沿う層流液膜を対象として、運動量積分方程式を用いた液膜厚さの算出を行っている⁽⁸⁾。ここでも類似の手法により、層流、乱流に対する液膜厚さの周方向変化を求めた。液膜厚さ δ は円柱半径 R に比して十分小さく、運動方程式中、 δ/R 程度の項を無視する。遠心力および重力を考慮して、半径方向運動方程式より液膜内圧力分布を求める。求めた圧力分布を周方向運動方程式に代入し、液膜厚さにわたり積分する。圧力分布の計算ならびに周方向方程式の積分を行う際、液膜内速度分布が必要となる。ここでは、液膜内速度分布として多項式近似を用いる⁽⁸⁾。すなわち、層流に対し、壁面および液膜表面で境界条件を満足する次の三次式を用いる。また、液膜の流れ状態の変化を大略的に把握するため、乱流に対し、ここでは $1/7$ 乗則を用いる。

$$\frac{u}{U} = \frac{12}{5} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{4}{5} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \quad (\text{層流}) \quad (4)$$

$$\frac{u}{U} = \frac{8}{7} \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \quad (\text{乱流}) \quad (5)$$

ここで、 u は液膜内速度、 y は壁面からの距離を表す。以上のことから、液膜厚さ δ の周方向 θ への変化を表す方程式として、次式を得る。

$$\frac{d\delta}{Rd\theta} = \frac{-2.4Re + Re^2 \cdot Fr \sin \theta}{-1.243Re^2 + Re^2 \cdot Fr \cos \theta} \quad (\text{層流}) \quad (6)$$

$$\frac{d\delta}{Rd\theta} = \frac{-0.0284Re^{1.75} + Re^2 \cdot Fr \sin \theta}{-1.016Re^2 + Re^2 \cdot Fr \cos \theta} \quad (\text{乱流}) \quad (7)$$

ここで、 Fr は次式で定義するフルード数である。

$$Fr = g\delta/U^2 \quad (8)$$

g は重力の加速度である。 Fr もウェーバ数 We と同様、円柱上で変化する量である。式(7)を求めるに当たり、乱流の壁面せん断力として、管内流に対するブラジウスの式を平板境界層に適用した摩擦抵抗式⁽¹⁴⁾を用いた。円柱頂部で測定した液膜厚さを初期値として、式(6)および式(7)をルンゲ・クッタ法により数値積分し、液膜厚さの周方向変化を求めた。

液膜厚さの計算値を測定値と比較した例を図5に示す。図5中の実験点は、前述した流路中央の100 mmの区間内5点で測定した液膜厚さの平均値を表す。液膜表面に定在波が現れる図5(b)の場合には、波の山、谷の平均厚さも示してある。波の振幅は流下方向に増加し、図4(b)に見られるように下流域で液膜からちぎれ、そのままはく離していく。図5(b)には、このはく離が生じるまでの測定値が示してある。ただし、波の谷部はそのまま円柱に沿って流れるため、はく離

(a) $We=1.21$, $Re=395$

(b) $We=12.83$, $Re=1180$

Fig. 5 Comparison of film thickness between theory and experiment (water)

後の測定値も示してある。図5(a), (b)ともに液膜厚さの測定値は、波の振幅が大きくない位置で式(6)の層流の計算値とよく一致している。図5(b)には、乱流に対する式(7)の計算結果も示してある。垂直落下液膜流に関する実験では、液膜厚さの測定結果から層流、乱流の区別が行われている。その結果を参照すれば、レイノルズ数が800を超すと上流域でも乱流遷移が生じる⁽⁴⁾。本実験範囲内では、層流と乱流で液膜厚さにはあまり差は認められず、液膜厚さの変化からだけでは、円柱に沿う液膜流の層流から乱流への遷移を見分けることはできなかった。なお、助走部を流動した後の円柱頂部での液膜流の遷移について、4章で若干の検討を行う。

4. 定在波の波長

3章の写真で見られる定在波の発生について考察を行う。ここでは、理論的に波長を算出するとともに、実験値と理論値の比較検討を行う。

4・1 波長の理論的算出 図6は波に作用する力を模式的に示したものである。座標系として、 x, y, z をそれぞれ液膜の流れ方向、壁面に垂直方向および円柱の軸方向にとる。円柱頂部からの角度 θ の位置で、厚さ δ の平滑な液膜表面に、微小振幅 a 、波長 λ の定在波が現れた場合を考える。ここでは、比較的単純な考察により、波の波長の算出を試みる。波が発生したことにより、液膜に作用する y 方向の力が変化する。図6のように、波の頂部、幅 Δz の液膜部分に作用する、 x 方向単位長さ当たりの力の変化量について考察する。 y 方向正の向きには遠心力 ΔF_c が、波を抑制する負の方向には重力 ΔF_g 、表面張力 ΔF_σ および粘性力 ΔF_v が作用すると考えられる。3章の観察から、液膜表面に現れる波は定在的であり、波の存在によって生じる種々の力の増分は互いに釣り合っていると仮定する。上述の力について次式が成立する。

$$\Delta F_c - \Delta F_g - \Delta F_\sigma - \Delta F_v = 0 \quad \cdots (9)$$

Fig. 6 Various forces acting on standing wave

以下の考察では、適当な仮定の下に、これらの力を具体的に算出し、式(9)の關係を用いて、波長 λ の導出を試みる。

力の変化量について、振幅 a の二次以上の項は無視する。まず、遠心力の増分 ΔF_c について考える。液膜内の速度分布として、式(4)および式(5)を仮定する。図6の波の頂部での液膜内速度分布 $u'(y)$ は、液膜厚さを考慮して、次のように書ける。

$$\frac{u'}{U} = \frac{12}{5} \left(\frac{y}{\delta+a} \right) - \frac{4}{5} \left(\frac{y}{\delta+a} \right)^3 \quad (\text{層流}) \quad \cdots (10)$$

$$\frac{u'}{U} = \frac{8}{7} \left(\frac{y}{\delta+a} \right)^{1/7} \quad (\text{乱流}) \quad \cdots (11)$$

液膜に作用する、遠心力の増分は、波のないときの速度分布を $u(y)$ として、次のように計算できる。

$$\Delta F_c = \frac{1}{R} \left[\int_0^{\delta+a} \rho u'^2 dy - \int_0^\delta \rho u^2 dy \right] \Delta z \quad \cdots (12)$$

上式において、 $(\delta/R) \ll 1$ より、半径を一定 $=R$ と仮定している。式(12)に、式(10) [式(11)] および式(4) [式(5)] を代入し、 a の一次項のみ考慮すれば、層流(乱流)について次式を得る。

$$\Delta F_c = C \cdot \frac{\rho U^2 a}{R} \Delta z, \quad \cdots (13)$$

(層流: $C = \frac{1088}{875}$, 乱流: $C = \frac{64}{63}$)

重力 ΔF_g は、図6を参照して単純に次のように求められる。

$$\Delta F_g = \rho g \cos \theta \cdot a \Delta z \quad \cdots (14)$$

表面張力は、液膜表面の曲率を考慮して、次式で計算できる⁽¹⁵⁾。

$$\Delta F_\sigma = \sigma \frac{d^2 y / dz^2}{\{1 + (dy/dz)^2\}^{3/2}} \cdot \Delta z \quad \cdots (15)$$

上式に波の形状、 $y = a \sin(2\pi z / \lambda)$ を代入すれば、波の頂部での値として、次式を得る。

$$\Delta F_\sigma = \sigma \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 a \cdot \Delta z \quad \cdots (16)$$

粘性力の変化量を求めるには、波が発生したときの液膜内運動に関する具体的な計算が必要となり、その導出は一般に困難な問題である⁽¹¹⁾。本研究では、適当な仮定により近似的に粘性力を見積もる。定在波の発生により、液膜内に x, y, z それぞれの方向に平均流からの速度のずれ $\Delta u, \Delta v, \Delta w$ が生じる。なお、ここで扱っている定在波は定常的なものであり、通常の波動のように時間周期的な運動を含むものではない。上記の速度のずれは、液膜表面に波が発生したことにより、波のない状態から流れが局所的に偏ることにより生じたものを意味する。ここでは、それぞれの成分は互いに同程度の大きさであると仮定する。すなわち、

$$\Delta u \sim \Delta v \sim \Delta w \dots\dots\dots (17)$$

Δu は、式(4)と式(10)、あるいは式(5)と式(11)の比較より、見積もることができる。例えば層流の場合、 $\Delta u = u' - u$ より、式(10)をテイラー展開して a の一次項まで注目し、式(4)から差引けば、次の関係が得られる。

$$\Delta u \sim U \frac{a}{\delta} \sim \Delta v \sim \Delta w \dots\dots\dots (18)$$

式(17)中の他の速度変動も式(18)で見積もることができる。図6の幅 Δz の部分に作用する粘性力として、側面および壁面に作用する力が考えられる。まず、側面に作用する粘性力は、応力テンソルを考慮して次のように評価できる。

$$\begin{aligned} \Delta F_{vs} &= -\frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^{\delta+a} \rho \nu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) dy \right] \Delta z \\ &\sim \rho \nu U \frac{a}{\delta} \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{\delta}{\lambda^2} \right) \Delta z \sim \rho \nu U \frac{a}{\delta} \frac{1}{\lambda} \Delta z \dots\dots (19) \end{aligned}$$

上式において、式(18)の関係を用いている。また $\partial/\partial z \sim 1/\lambda$ と見積もっている。3章の観察結果より、粘性の影響が現れるのは流量が小さい場合である。このとき、定在波の波長 λ は液膜厚さ δ よりかなり大きい。式(19)の粘性力の評価において、 $\lambda \gg \delta$ を仮定している。一方、壁面に作用する粘性力の大きさは次式で見積もられる。

$$\Delta F_{vw} = 2\rho \nu \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \Delta z \sim \rho \nu U \frac{a}{\delta} \frac{1}{\delta} \cdot \Delta z \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 $\partial/\partial y \sim 1/\delta$ および式(18)を利用している。 $\lambda \gg \delta$ を考慮すれば、式(19)と式(20)のうち、式(20)が支配的と考えられる。以上の考察から、本研究では、粘性力として以下の関係を考えることにする。

$$\Delta F_v = C_v \rho \nu U \frac{a}{\delta^2} \cdot \Delta z \dots\dots\dots (21)$$

C_v は定数であり、後述する波長の実験結果(図7)を参照して、ここでは $C_v = 6.5$ とする。

式(13)、(14)、(16)および式(21)を式(9)に代入し、整理すれば、次式を得る。

$$C \frac{\rho U^2}{R} - \rho g \cos \theta - \sigma \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 - 6.5 \rho \nu \frac{U}{\delta^2} = 0 \dots\dots\dots (22)$$

上式より、波長 λ は次のように求めることができる。

$$\begin{aligned} \frac{\lambda}{\delta} &= 2\pi \sqrt{\frac{1}{C \cdot We \frac{\delta}{R} - We \cdot Fr \cos \theta - 6.5 \frac{We}{Re}}} \\ &\left(\text{層流: } C = \frac{1088}{875}, \text{乱流: } C = \frac{64}{63} \right) \dots\dots (23) \end{aligned}$$

レイノルズ数が大きく、粘性の影響が無視できる場合には、上式は次式となる。

(a) Water

(b) 20% ethanol solution

Fig. 7 Comparison of wave length between theory and experiment

$$\frac{\lambda}{\delta} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{C \cdot We \frac{\delta}{R} - We \cdot Fr \cos \theta}} \dots\dots (24)$$

波長の計算には、円柱上、定在波が発生する位置での液膜厚さが必要となる。発生位置 θ を目視により観測し、その位置での液膜厚さを3章の式(6)または式(7)より求め、式(23)および式(24)に代入して波長を算出した。波の発生位置 θ は、低流量域で 90° 以上となるが、流量の増加とともに減少し、水ではウェーバ数 $We = 20$ 、エタノール水溶液では $We = 30$ 付近で $\theta = 0^\circ$ となる。なお、 θ には約 $\pm 5^\circ$ の不確かさがあるが、この差の式(23)に与える影響は無視できる程度である。

4.2 実験値との比較 4.1節で求めた波長の理論値を、写真撮影による測定値と比較した結果を図7に示す。図7の横軸のウェーバ数 We は、波が発生した位置での値を表す。図7中には、式(23)の層流および乱流に対する理論値、および粘性を考慮しない式(24)の層流に対する理論値が示してある。また、波長の測定値の誤差範囲(95%包括度)がIで示してある。

波長の測定誤差はすべての範囲で $\pm 5\%$ 程度である。図 7(a), (b) の水, エタノール水溶液ともに, 実験値は, 粘性を考慮した式 (23) の層流に対する理論値とだいたい一致している。 $We > 50$ の高流量域では, エタノール水溶液の場合, 層流の理論値に近い値をとっているが, 水では層流の値よりやや大きくなり, 乱流の理論値のほうに近くなる傾向が見られる。図 8 は, 液膜流量を変化させたとき, 図 1 に示したノズルから助走部を経た後の, 円柱頂部での液膜厚さの測定結果である。図 8 中のレイノルズ数の範囲は, 図 7 中のそれとほぼ対応している。エタノール水溶液の場合, 液膜厚さはレイノルズ数の増加とともに単調減少している。助走部平板上での壁面摩擦による減速のため, 円柱頂部の液膜厚さはノズルすきま (0.8 mm) より厚くなる。上述の結果は, 流量とともに運動量も増加するため, 減速による液膜厚さの増加が小さくなることに起因している。一方, 水の場合には, 液膜厚さは $Re \approx 2000$ 付近で極小値をとった後, 漸増していくのがわかる。これは, $Re \approx 2000$ 付近で助走部平板上の流動抵抗が増加したためと考えられる。このレイノルズ数は, 図 7(a) 中, 水の波長が層流より乱流の理論曲線に近くなる位置とだいたい対応している。東らは,

水平円板上の放射状液膜流を対象として, 液膜表面性状の詳細な観察を行い, 遷移レイノルズ数 $Re \approx 450 \sim 2500$ ($Re = 2500$ は実験範囲内の上限値) の結果を示している⁷⁾。本実験の場合, $Re \approx 2000$ 程度で, 液膜内の流れが層流の速度分布から乱流的なものへ移行していることが予想される。

粘性の波長に及ぼす影響について, 図 7 中, 式 (23) と粘性力を無視した式 (24) の曲線の比較から検討してみる。水の場合, 式 (23) と式 (24) にはあまり大きな差は認められない。一方, レイノルズ数がより小さいエタノール水溶液では, Re が約 500 以下になると両者の差が顕著となり, 式 (23) の波長のほうが長くなるのがわかる。式 (23) により, エタノール水溶液の低流量域における波長はほぼ正しく見積もられており, 粘性力に対する式 (20) の評価は妥当であったといえる。表面張力が関係する現象において, 粘性が影響を及ぼす範囲を, キャピラリ数 $Ca (= \rho v U / \sigma = We / Re)$ を用いて評価する場合がある。しかしながら, 本実験で用いた 2 種類の液体では, 粘性の影響が現れ始める Ca は, 互いに異なった値を示した。粘性の定在波への影響は, おもにレイノルズ数に依存し, $Re \leq 500$ で顕著になるといえる。

5. 結 言

水平円柱側壁に沿う液膜流を対象として, その表面に現れるすじ状の定在波の挙動について, 理論的, 実験的に検討を行った。得られた結論は, 以下のように要約できる。

(1) 水およびエタノール 20% 水溶液を供試液体として, 液膜表面に現れる定在波の観察を行った。定在波の波長は, おもにウェーバ数に依存する。流量が小さくなると, 同じウェーバ数でも, 粘性の影響により波長に若干の変化が生じる。

(2) 定在波が発生すると, 平滑な液膜の状態から, 遠心力, 重力, 表面張力および粘性力が変化する。比較的単純な考察により上記の力を求めるとともに, これらの力の釣合いより, 波長の値を理論的に算出した。

(3) (2) で求めた波長の理論値は, 写真撮影により求めた実験値と一致した。本実験で用いた供試液体の場合, 粘性の影響はレイノルズ数 Re が約 500 以下で顕著となる。

(4) Re が大きくなると, 波長の実験値は, 乱流速度分布を仮定した理論曲線に近づく傾向を示した。本実験では $Re \approx 2000$ 付近で, 液膜内速度分布が層流から乱流的なものへ移行すると予想される。

(a) Water

(b) 20% ethanol solution

Fig. 8 Film thickness measured at the top of cylinder

文 献

- (1) Brauer, H., *VDI-Forschungsh.*, **457** (1956), 1-8.
 - (2) Benjamin, T. B., *J. Fluid Mech.*, **2** (1957), 554-574.
 - (3) Chu, K. J. and Dukler, A. E., *AIChE J.*, **20**-4 (1974), 695-701.
 - (4) 高浜平七郎・ほか2名, 機論, **44**-386 (1978), 3514-3525.
 - (5) 宮良明男, 機論, **63**-616, B(1997), 3998-4005.
 - (6) Watson, E. J., *J. Fluid Mech.*, **20** (1964), 481-499.
 - (7) 東恒雄・星野達郎, 機論, **50**-452, B(1984), 974-981.
 - (8) 吉野章男・ほか3名, 機論, **54**-502, B(1988), 1254-1259.
 - (9) Nomura, T., ほか4名, *Proc. 3rd Int. Absorpt. Heat Pump Conf.*, (1994), 203-208.
 - (10) Moffat, H. K., *J. Méca.*, **16**-5 (1977), 651-673.
 - (11) Pedley, T. J., *J. Fluid Mech.*, **30** (1967), 127-147.
 - (12) 吉野章男・ほか3名, 機論, **56**-522, B(1990), 266-273.
 - (13) 吉野章男・ほか3名, 機論, **57**-535, B(1991), 874-881.
 - (14) Schlichting, H., *Boundary-Layer Theory*, 7th ed., (1979), 636, McGraw-Hill.
 - (15) Chappius, J. (Hewitt, G. F., ほか編), *Multiphase Science and Technology*, **1** (1982), 406.
-