狭い平行流路における希薄気体のチョーク流れと熱伝達*
(一様熱流束壁面の場合)宮本 政英^{*1}, 石 偉^{*2}, 児玉 充^{*3}Choked Flow and Heat Transfer of Rarefied Gas
in a Narrow Parallel-Plate Channel
(Case of Uniform Heat Flux Wall)Masahide MIYAMOTO^{*4}, Wei SHI and Mitsuru KODAMA^{*4} Yamaguchi University, Dept. of Mechanical Engineering,
Tokiwadai 2-16-1, Ube, Yamaguchi, 755-8611 Japan

The characteristics of discharge and heat transfer of the continuum and slip choked flows through a narrow parallel-plate channel with uniform heat flux wall are studied by means of experiment, numerical simulation and analytical solution. The numerical results of the discharge coefficient C_d and wall surface temperature distributions agree with the experimental data. The decrease of C_d caused by the heating effect can be correlated with the dimensionless heat input. The analytical expressions of the Nusselt numbers for the developed incompressible slip flow including the viscous-heating are obtained. The Nusselt number based on the adiabatic wall temperature cooperated with the increase of local total temperature for heated wall is proposed, which is free of the viscous heating effect and proved to be consistent with the common Nusselt number for low speed internal flow.

Key Words: Rarefied Gas, Choked Flow, Heat Transfer, Viscous Flow, Parallel-Plate Channel

1. 緒 言

狭い流路における希薄気体流れと熱伝達の問題は、宇宙工学、真空機器やMEMS等の多様な分野にかかわる重要な課題である。著者らは、おもに真空機器の漏れの問題に関連して種々の狭い流路における気体のチョーク流れについて実測と一次元流れによる近似解析を行い⁽¹⁾⁽²⁾、さらに、断熱壁をもつ平行流路について二次元境界層方程式の差分解析と実験⁽³⁾により連続流れから滑り流れの範囲で流動特性を明らかにした。マイクロサイズの流路を対象とするマイクロチャネルでは、低速の等温流れが取扱われる場合が多く熱伝達に関する研究は比較的に少ないが、Choiら⁽⁴⁾および、Wuら⁽⁵⁾は、マイクロチャネルの壁内の熱伝導を含む熱通過率を実測し、Choiらは実測したヌッセルト数の特性は既存のマクロな流路のそれとは異なると述べている。また、Beskokら⁽⁶⁾は、粘性散逸および壁面での滑りと温度跳躍を考慮して、非圧縮発達流の速度と温度分布の解析解を求めた。Guoら⁽⁷⁾は円管

内の圧縮性流れをナビエ・ストークス方程式に基づいて数値解析し、Sparrowら⁽⁸⁾は、滑り流域における円管内の非圧縮発達流のヌッセルト数を求めている。

しかし、チョーク流れのように高速で摩擦発熱を無視できない場合に、マイクロチャネルを通過する流量が流路壁で熱授受があるときどのように変化するか、また、この場合に熱伝達率をどのように定義し熱伝達特性をいかに評価すべきか、低速のマクロな流路の既存の相関式との関係等、基本的な問題はほとんど解明されていないように思われる。本報では、一様熱流束で加熱される平行流路のチョーク流れを、連続流から滑り流域まで実測と二次元差分解析および非圧縮発達流の解析を行い、これらの問題を解明した結果について述べられている。

2. おもな記号

Br : Brinkman 数 $= \mu u_m^2 / (q_w 2h)$
 C_d : 流量係数
 c_p : 定圧比熱
 h : 流路のすきま
 k : 気体の熱伝導率
 Kn : Knudsen 数 $= \lambda / h = (0.5\pi\gamma)^{0.5} Ma / Re$
 l : 流路の長さ

* 原稿受付 1999年4月12日。

^{*1} 正員, 山口大学工学部(〒755-8611 宇部市常盤台2-16-1)。^{*2} 正員, 山口大学大学院。^{*3} 山口大学大学院。

E-mail: miyamoto@po.cc.yamaguchi-u.ac.jp

- m : 質量流量
 Ma : Mach 数
 Nu : 局所 Nusselt 数
 p : 圧力
 Pr : Prandtl 数 $= c_p \mu / k$
 q_w : 単位面積当たりの発熱量 (実測値)
 壁面熱流束 (数値解析)
 Q^* : 無次元加熱量 $= q_w l / [c_p p_{00} h (T_{00}/R)^{0.5}]$
 R : 気体定数
 Re : Reynolds 数 $= \rho u_m 2h / \mu$
 T, θ : 温度とその無次元温度 ($\theta = T/T_{00}$)
 u : x 方向速度
 x, y : 座標
 α, σ : エネルギーと接線運動量の適応係数
 γ : 比熱比
 δ : すきまの半幅 $= h/2$
 λ : 分子平均自由行程
 μ : 粘性係数
 ρ : 密度
 ∞ : 流路の中心軸 ($y=0$)
 添 字
 0: 流路入口
 00: 上流タンク (よどみ点の状態)
 aw : 断熱壁面
 w : 流路壁面
 m : 断面方向の平均

3. 実験装置と実験方法

実験装置は前報⁽³⁾と大略同じである。ベークライト製の平行平板間流路を図1に示す。流路を構成するブロックは、内径 300 mm の真空タンク内に設けた仕切フランジに取付けられた。乾燥空気が層流形流量計で流量を計測された後、タンク上流側に流入し、平行流路を通過しタンク下流側を経て真空ポンプで排気される。流路ブロック全体は圧力の低いタンク下流側にフランジから突き出した形となり、流路外壁からの熱損失が小さく、また、流路のフランジへの取付部にもくびれを設けて熱伝導損失が小さくなるように配慮さ

Fig. 1 Parallel-plate channel

れた。平行流路のすきまは 1 mm、長さは 120 mm、奥行きは 50.5 mm である。流路内壁面は厚さ 1 μ m のニッケルめっきされ通電加熱され一様に発熱する。流路壁温度は図1の位置に埋め込んだ 10 本の熱電対 (Type-E, 外径 25 μ m) により測定した。タンク下流側とタンク上流側の圧力比 p_{e0}/p_{00} はチョーク状態を達成するため 1/10 程度以下に設定された。上流タンク温度は大略室温 (≈ 300 K) に等しい。

測定システム等の精度は大略以下のものである。流路の平均断面積 (1 mm $\times$ 50.5 mm) $\pm 5\%$ 、ニッケルめっき層の厚さ 1 μ m $\pm 10\%$ (同じ手法で製作しためっき流路の中央断面を切断し電子顕微鏡で確認)、上流タンク圧力の測定誤差は最大で約 ± 0.6 Torr、5 種類の層流形流量計による流量の測定精度は 2.5% 以内 (特に p_{00} が小さい場合に測定精度が低下)、熱電対による温度測定は $\pm 0.1^\circ\text{C}$ 、直流電源の電力から求めた発熱量 q_w の値は約 $\pm 0.5\%$ 程度の誤差を伴う。

4. 数値解析の方法

数値解析の手法も前報⁽³⁾と大略同じである。上流タンクから流路入口までは等エントロピー流れとし、流路内の速度と温度場は次の境界層近似による基礎方程式と、壁面での滑りと温度の跳躍および滑りによる摩擦仕事を考慮した熱収支式からなる境界条件より求めた。 x は流路中心軸に沿って流れ方向 (流路入口で $x=0$)、 y はこれに垂直な方向の座標である。流路のすきま h の 1/2 を δ とする。

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = u \frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

境界条件は流路が軸 x に対して対称であるから $y=\delta$ 壁面のみを示す。壁面でのスリップ速度 u_w は

$$u_w = -\frac{2-\sigma}{\sigma} \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=\delta} + \frac{3}{4} \frac{\mu}{\rho T} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{y=\delta} \quad \dots\dots\dots (4)$$

壁面における温度の跳躍

$$T_{y=\delta} = T_w - \frac{2-\alpha}{\alpha} \frac{2\gamma}{\gamma+1} \frac{\lambda}{Pr} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=\delta} + \frac{1}{c_p} \frac{4\gamma}{\gamma+1} \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{\sigma}{2-\sigma} u_w^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

壁面におけるエネルギー収支

$$k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=\delta} = q_w - \mu u_w \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=\delta} \quad \dots\dots\dots (6)$$

基礎方程式の数値解法は、Kashiwagi ら⁽⁹⁾と類似の方法で流路入口から x について前進的に解いたが、チョーク条件をより精確に満足できるように改善した⁽³⁾。

5. 実測と数値解の比較

5.1 流量係数 上流タンクから流路入口までを、等エントロピー流れとすれば質量流量 m と流路入口マッハ数 Ma_0 との間には次の関係が成立する。ただし、 m_0 は流路内の流れが等エントロピー流れでチョークする場合 ($Ma_0=1$) の衆知の最大流量である。

$$\frac{m}{m_0} = Ma_0 \left[\frac{\gamma+1}{2+(\gamma-1)Ma_0^2} \right]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)} \quad \dots (7)$$

一方、熱授受のある断面積一定の非粘性圧縮性流れは、レーレー流れとして知られ、出口でマッハ数が1となりチョークする場合には、加熱量と質量流量との間には次の関係⁽¹⁰⁾が成立する。

$$\frac{(Ma_0^2-1)^2}{(\gamma+1)Ma_0^2[2+(\gamma-1)Ma_0^2]} = \frac{2q_w l}{m_R c_p T_{00}} \quad \dots (8)$$

ここに、 m_R はレーレー流れの質量流量、 $m=m_R$ と置き、式(7)と式(8)を連立して解けばチョークするレーレー流れの質量流量 m_R が求められる。

図2には、式(8)の右辺から得られる無次元加熱量 Q^* を横軸に取り、質量流量の比を比較した結果を示す。流量係数 C_{d0} と C_{daw} および C_{dhw} は、それぞれレーレー流れ、非加熱流れおよび加熱流れの質量流量を、同じ上流タンク状態の等エントロピーチョーク流れの質量流量 m_0 で除した流量係数である。 C_{dhw} は、本実験と数値解析の結果であり粘性の影響を含むため、それぞれ同じ上流タンク状態の対応する C_{daw} との比の形で示されている。数値解析結果 ($10 \text{ Torr} < p_{00} < 164 \text{ Torr}$) にも多少のばらつきが見られるのは、物性値の温度依存が含まれている (Q^* の大きな値では p_{00} が小さく、加熱による温度上昇が大きくなる) ことなど、単純に C_{dhw}/C_{daw} の形では消せない高次の粘性の影響があること、また特に圧力の低い場合にはチョーク状態の達成の精度に差⁽³⁾があることなどによるものと思われる。数値解から最小二乗近似で求めた近似式およびレーレー流れの流量係数は次式で与えられる (ただし、 $0 < Q^* < 0.2$, $|r|$ は相関係数である)。

$$\begin{aligned} C_{dhw}/C_{daw} &= 1.0 - 6.06Q^* + 31.6(Q^*)^2 \\ &\quad - 157.2(Q^*)^3 \\ |r| &= 0.96 \\ C_{d0} &= 1.0 - 2.93Q^* + 7.12(Q^*)^2 - 9.50(Q^*)^3 \\ |r| &= 1.00 \quad \dots (9) \end{aligned}$$

数値解の結果は、破線で示された非粘性のレーレー

Fig. 2 Comparison of discharge coefficients

流れより加熱による流量の低下が大きく、 $Q^* > 0.1$ では、流量が急激に減少することを示している。

$2.2 \text{ Torr} < p_{00} < 164 \text{ Torr}$ の圧力範囲における、すべての実測値をプロットした結果は相対的にばらつきがやや大きい、全般的に数値解より多少低めの C_{dhw}/C_{daw} を与え (特に Q^* の大きい $p_{00} < 10 \text{ Torr}$ の差が大きい)、加熱による流量の低下が数値解より大きいことを示している。

表1には、 C_{dhw} の計算値と実測値の代表例を示す [相対誤差 $\Delta C_{dhw} = (\text{計算値} - \text{実験値}) / \text{計算値}$]。表1の圧力範囲、 $20 \text{ Torr} < p_{00} < 130 \text{ Torr}$ 、における C_{daw} の計算値と実測値との差は $-5 \sim 1\%$ であった⁽³⁾。表1から、 $p_{00} > 50 \text{ Torr}$ では計算値と実測値は大差ない値を与えているが、圧力が低下するとともに実測値は高い流量係数を与える。これは後述する温度場の測定結果からもわかるように、気体流量の低下とともに壁内の熱伝導 [ベークライト製流路の熱伝導率 $\approx 0.23 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$] により、壁面での一様熱流束の条件が満たされなくなること、また熱伝導による流路以外への熱損失が相対的に増加するためである。同じ $p_{00} = 50 \text{ Torr}$ の場合、 q_w が小さいほうが流量係数の増加が顕著であるのは、 q_w が大きい場合には流路が熱変形により狭くなることを示唆している。図2の実測値には、特に圧力の低い場合にこのような熱変形と熱損失の影響が含まれている。

5.2 壁面温度分布 図3に圧力の高い場合(a)と、低い場合(b)の無次元壁面温度分布の実測値と計算値を比較して示す。図3中の $\Delta\theta_w$ は実測値と計算値の相対誤差の最大値である。図3(a)の場合には $\Delta\theta_w$ は、たかだか2%程度で小さく実測値と計算値は比較的によく一致している。しかし、図3(b)の場合 p_{00} が 70, 50 Torr までの分布については図3(a)の場合と大差ないが、これ以下に圧力が低下すると壁面温度分布の実測値と計算値は、特に流路後半部で差が拡

Table 1 Comparison of C_{dhw}

p_{00} Torr	q_w W/m ²	C_{dhw} Calculation	C_{dhw} Experiment	ΔC_{dhw} %
130	1070	0.529	0.505	4.6
100	1070	0.478	0.456	4.6
70	1070	0.393	0.379	3.7
50	1070	0.315	0.301	4.7
70	477	0.402	0.412	-2.6
50	477	0.312	0.340	-9.0
30	477	0.174	0.227	-30.5
20	477	0.092	0.153	-66.7

P_{00} Torr	Ma_0	Kn_0	Re_0	Br_0	Cal.	Exp.	$\Delta\theta_w$
(4): 50	0.210	1.0×10^{-3}	624.1	0.043	—	▼	2.1%
(3): 70	0.262	7.4×10^{-4}	1067.8	0.066	—	▲	1.3%
(2): 100	0.314	5.2×10^{-4}	1803.1	0.094	—	●	1.0%
(1): 130	0.349	4.1×10^{-4}	2577.7	0.116	—	□	0.8%

(a)

P_{00} Torr	Ma_0	Kn_0	Re_0	Br_0	Cal.	Exp.	$\Delta\theta_w$
(8): 20	0.102	2.5×10^{-3}	119.9	0.024	—	▼	18.2%
(7): 30	0.159	1.7×10^{-3}	286.9	0.055	—	▲	4.7%
(6): 50	0.226	1.0×10^{-3}	669.7	0.111	—	○	1.2%
(5): 70	0.270	7.3×10^{-4}	1119.0	0.161	—	■	0.6%

(b)

Fig. 3 Wall surface temperature profiles along the channel

大し一致しているとはいえない。前述したように、実測では圧力低下による流量の減少とともに、ガス流れによる熱輸送に比べ壁内熱伝導による熱輸送が相対的に大きくなり、温度場は壁内熱伝導に強く支配される

ようになるためである。

数値解の結果では、流路の入口と出口近傍では壁温が急激に変化する、これは後述する熱伝達率分布と対応するが、入口付近では境界層の発達、出口近傍では音速に達する直前の急激な加速によるものである。圧力が低下すると流量が減少し、レイノルズ数が小さくなるため、より入口近くで発達した流れの状態に達し、壁面温度が直線的に増加する部分が広がり壁温も高くなる。圧力が50 Torr以上では実測値も同じ傾向を示している。

5.3 局所ヌッセルト数分布 図4(a), (b)には、次式で示されるKashiwagiら⁽⁹⁾やMcAdamsら⁽¹¹⁾が提案した断熱壁温度を代表温度にするヌッセルト数 Nu'_a の形で、図4(a), (b)に示した温度分布から求めた実測値と計算値を比較して示す。ただし、対応する断熱壁温度 T'_{aw} は同じ上流タンクの状態における非加熱流路の実測値と計算値を用いた⁽³⁾(後述する断熱壁温度と区別するためにこれを T'_{aw} とする)。

$$Nu'_a = \frac{2h}{k} \frac{q_w}{T_w - T'_{aw}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

図4中の ΔNu は図3と同様な相対誤差であるが、図4では、圧力の高い場合にも壁内熱伝導の影響が顕著になる、入口に最も近い $x/l=0.125$ における値を除いた(標準偏差も同様)。図4の Nu'_a は、低速の発達した内部流れのヌッセルト数 Nu_0 で規準化されている。しかし、一様流の存在する外部流れの場合とは異なり、式(10)で定義されるヌッセルト数は、流速が低く粘性散逸の影響が無視できる極限でも、混合平均温度で定義される通常の低速の内部流れのヌッセルト数 Nu_0 とは、一致しないことに注意する必要がある。

無次元温度(図3)の場合に比べてヌッセルト数では、温度の差が問題になるため計算値と実測値との差は増加するが、圧力が50 Torr以上では、計算値と実測値は比較的によく対応しているとみなすことができる。圧力が低い場合には、温度分布の場合と同様に計算値と実測値の差は大きくなり、流路の後半部分で実測値は計算値に比べ高いヌッセルト数分布を示す、実測では壁内熱伝導により一様熱流束の条件が満たされなくなるためである。

6. 非圧縮発達流れの解析解

6.1 速度分布と温度分布 マイクロチャネルは、流路断面積に比べて流路長さが大きく流路の大部分で発達した流れになる場合が多い。非圧縮で発達した流れの場合には、前述の基礎方程式から速度分布と温度

Fig. 4 Comparison of local Nu'_a profiles

分布の解析解が容易に求められる。これらの結果を以下に示す。ただし、物性値は一定とし速度の滑りと温度の跳躍の高次の項は無視する [式(4)右辺の第2項めと式(5)右辺の第3項めを無視する]。

(1) 速度分布：

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{1+4\xi Kn - \eta^2}{1+4\xi Kn} \quad \text{.....(11)}$$

ここに、 $\eta = y/\delta$, $\xi = (2-\sigma)/\sigma$ 。

(2) 温度分布：

$$T = T_w - 2Kn\beta \left[\frac{8u_\infty^2 \xi Kn}{c_p(1+4\xi Kn)^2} + \frac{\delta q_w}{Prk} \right] - \frac{u_\infty^2 Pr}{2c_p(1+4\xi Kn)^2} \times [\eta^4 - 1 - 2(1+4\xi Kn)(\eta^2 - 1)]$$

$$+ \frac{\delta q_w}{8k(1+6\xi Kn)} \times [\eta^4 - 1 - 6(1+4\xi Kn)(\eta^2 - 1)] \quad \text{.....(12)}$$

ここに、

$$\beta = \frac{2-\alpha}{\alpha} \frac{2\gamma}{\gamma+1}.$$

式(12)右辺の第2項めは壁面での温度の跳躍、第3項めは粘性散逸による発熱、第4項めは壁面からの加熱の影響を表している。

速度分布と温度分布から求めた混合平均温度 T_b は次式のようになる。

$$T_w - T_b = \frac{\delta q_w}{k} \left[\frac{17+168\xi Kn+420(\xi Kn)^2}{35(1+6\xi Kn)^2} + \frac{2\beta Kn}{Pr} \right] + \frac{4u_\infty^2 Pr}{c_p(1+4\xi Kn)^2} \left[\frac{3+42\xi Kn+140(\xi Kn)^2}{35(1+6\xi Kn)} + \frac{4\beta \xi Kn^2}{Pr} \right] \quad \text{.....(13)}$$

式(13)で、 $q_w=0$ とおけば、粘性散逸の項のみを含む断熱壁温度 T_{aw} と混合平均温度 T'_b との差 $T_{aw} - T'_b$ が得られる。平均運動エネルギーは次式で与えられる。

$$\frac{(u^2)_m}{2} = \frac{2}{m} \int_0^\delta \rho u \frac{u^2}{2} dy = \frac{12u_\infty^2 [1+14\xi Kn+70(\xi Kn)^2+140(\xi Kn)^3]}{35(1+6\xi Kn)(1+4\xi Kn)^2} \quad \text{.....(14)}$$

6.2 局所ヌッセルト数

一様流の存在する外部流れの場合、粘性散逸が無視できない高速流では熱伝達率を定義する代表温度に一様流の温度に代わって断熱壁温度を用いれば、一様流の温度を代表温度とし粘性散逸を無視した低速の場合の相関式がそのまま適用できる⁽¹²⁾。内部流れの場合にはそのように単純ではない。式(13)からわかるように、加熱される場合の混合平均温度 T_b と断熱流れの混合平均温度 T'_b が等しければ $(T_w - T_{aw})$ からは粘性散逸の項が消える。(ただし、両方で流速も等しくならなければならない)。この場合には代表温度に断熱壁温を用いるヌッセルト数は次式で与えられる。

$$Nu_a = \frac{2h}{k} \frac{q_w}{T_w - T_{aw}} = \frac{140(1+6\xi Kn)^2 Pr}{[17+168\xi Kn+420(\xi Kn)^2] Pr + 70\beta Kn(1+6\xi Kn)^2} \quad \text{.....(15)}$$

式(15)は、粘性散逸項を無視し、熱伝達率の代表温度に混合平均温度を用いた通常の低流速の場合のヌッセルト数と一致し、 Kn が零になる極限では $Nu_a = Nu_0 = 140/17$ となる衆知の値と一致する。式(15)で与えられるヌッセルト数は、式(10)のヌッセルト数とは異なる。Sparrow ら⁽⁸⁾ は、円管の場合について、粘性散逸を無視し代表温度に混合平均温度 T_b を用いて式(15)に相当する式を導いた。

粘性散逸項を無視しない場合、 T_b に基づいたヌッセルト数は式(16)より(表記を簡単にするため逆数の形で表す)。

$$\frac{1}{Nu_b} = \frac{k(T_w - T_b)}{2hq_w} = \frac{9Br}{(1+6\xi Kn)^2} \left[\frac{3+42\xi Kn+140(\xi Kn)^2}{35(1+6\xi Kn)} + \frac{4\beta\xi Kn^2}{Pr} \right] + \frac{17+168\xi Kn+420(\xi Kn)^2}{140(1+6\xi Kn)^2} + \frac{\beta Kn}{2Pr} \quad (16)$$

ここに、

$$Br = \frac{\mu u_m^2}{q_w 2h} = \frac{4}{9} \left(\frac{1+6\xi Kn}{1+4\xi Kn} \right)^2 \frac{u_m^2 Pr}{c_p 2hq_w/k}$$

Kn が零となる極限では、 $Nu_b = 140/(17+108Br)$ 。この式は、代表温度に混合平均温度を用い、粘性散逸を考慮した非圧縮発達流の既存の解⁽¹³⁾ と一致する。

代表温度に平均全温度 [$T_r = T_b + (u^2)_m/(2c_p)$] を用いた場合のヌッセルト数は、式(13)、(14)より [Choi ら⁽⁴⁾ が、上流タンクと下流タンクの温度(全温度)を測定する方法を用いて得たヌッセルト数は、この場合に相当すると考えられる]。

$$\frac{1}{Nu_r} = \frac{k(T_w - T_r)}{2hq_w} = \frac{17+168\xi Kn+420(\xi Kn)^2}{140(1+6\xi Kn)^2} + \frac{\beta Kn}{2Pr} + \frac{9Br}{35Pr(1+6\xi Kn)^3} \{ Pr[3+42\xi Kn+140(\xi Kn)^2] - 3[1+14\xi Kn+70(\xi Kn)^2+140(\xi Kn)^3]+140\beta\xi Kn^2(1+6\xi Kn)^2 \} \quad (17)$$

Kn が零の極限では、 $Nu_r = 140/[17-108Br(1/Pr-1)]$ 。

通常の壁面 ($\alpha=1, \sigma=1$) では Kn が増加するといずれのヌッセルト数 (Nu_a, Nu_b, Nu_r) も低下する。混合平均温度と全温度を代表温度にしたヌッセルト数には、粘性散逸の影響を示すプリンクマン数が含まれている。これらの式はいずれも流体が加熱される場合であり、流体が冷却される場合にはプリンクマン数の符号が変わる ($Br \rightarrow -Br$)。したがって、定義式に応じて粘性散逸の効果は加熱と冷却で逆になる。また、プリンクマン数が大きくなると、ヌッセルト数が無限大になる場合が生じ、さらに大きくなるとヌッセルト数が負になる場合がある。このような場合には、その定義式を用いることができないことを示している。しかし、代表温度に断熱壁温度を用いた場合にはこのような不都合は生じない。このことが、Kashiwagi らや McAdams らが代表温度に断熱壁温度を用いることを推奨したおもしろい理由であると思われる。彼らは断熱壁温度の選び方については何ら触れていないが、図4の比較で示したように、加熱と同じ上流タンク状態の断熱壁温度を採用するものと推定され、ここで述べた断熱壁温度とは全温度が加熱により変化することを考慮しない点で異なる。

式(16)の Nu_b 、式(17)の Nu_r をそれぞれ Nu_0 で除した値を、プリンクマン数に対してプロットした結果を図5、6に示す。式(15)の Nu_a は Nu_b の図で $Br=0$ の場合に相当する。

6・3 3種類の代表温度を用いた平行流路の局所ヌッセルト数分布 以下に、図3(a)に示した壁温分布に対応する本数値解の結果から、非圧縮発達流の場

合に定義した3種類の局所ヌッセルト分布を求めた結果を示す。いずれのヌッセルト数も Nu_0 で除し規準化されている。

断熱壁温度を用いて定義された局所ヌッセルト数分

Fig. 5 Relationship of $Nu_b - Kn - Br$ ($Pr=0.7, \alpha=1.0, \sigma=1.0$)

Fig. 6 Relationship of $Nu_r - Kn - Br$ ($Pr=0.7, \alpha=1.0, \sigma=1.0$)

布を図7に示す。ただし、対応する断熱壁温度は、図4とは異なり、加熱された場合の混合平均温度と等しい混合平均温度に対応する断熱壁温度 T_{aw} である。加熱される場合には、点 x における全温度が、 $2q_{wx}/(c_p m)$ だけ高くなる。したがって、近似的に $T_{aw} = T'_{aw} + 2q_{wx}/(c_p m)$ によって求められる。

流路入口および出口近傍の高いヌッセルト数は、それぞれ入口助走区間およびマッハ数が1に達する直前の急激な加速による。圧力が低下するとともに流路の広い部分で発達した流れの状態に漸近し、さらに圧力が低下すると希薄化による壁面での滑りと温度の跳躍のために、基準化されたヌッセルト数は1以下になる。ちなみに、 $p_{00}=20$ Torr, $q_w=1070$ W/m² のとき、 Kn は入口付近の0.002から、圧力低下と温度上昇の結果、出口付近の0.04程度まで上昇する。実測値はこの以後の図にプロットされていないが、数値解との関係は、定性的に図4(a)と同様であり、相対的に差は拡大する。

混合平均温度を用いて定義されたヌッセルト数分布を図8に示す。この場合には、式(16)からわかるように粘性散逸はヌッセルト数を低下させるように働くが、加熱の場合にはヌッセルト数が負になるような不都合は生じない。図8中の Br_0 は、入口速度に基づく値であり、圧力が高いほど大きい。流路に沿って加速されるから(局所 Br が大きくなる)ヌッセルト数は出口に近づくほど低下し、出口近傍ではいずれの場合もマッハ数が1に達しヌッセルト数は急激に低下する。

全温度を用いて定義されたヌッセルト数分布を図9に示す。加熱の場合、粘性散逸はヌッセルト数を増加させるように働くが、 Br が大きくなるとヌッセルト数の符号が変わる不都合が生じ、図9では $x/l=1$ に負の Nu_T が存在する。ただし、冷却の場合には粘性散逸はヌッセルト数を減少させるように働き、ヌッセル

ト数が負になるような不都合は生じない。

以上の3種類のヌッセルト数の特徴を表2に整理して示す(いずれも低速の場合の混合平均温度によるヌッセルト数 Nu_0 とは整合性がある)。

7. 結 言

壁面が一樣熱流束で加熱される平行流路(すきま1 mm, 長さ120 mm)を通過する、低密度空気のチョーク流れの流動と熱伝達の特徴を、実測と差分法による数値解析により連続流から滑り流域まで解明した。また、壁面での滑りと温度跳躍および粘性散逸を考慮して、非圧縮発達流の解析解を求め、熱伝達特性に与える希薄化と粘性散逸の影響を解析的に明らかにした。得られた主要な結論は次のようにまとめられる。

- (1) 上流タンク圧力が130~50 Torrの範囲で、壁面温度分布の実測値と数値解の結果は比較的によく一致するが、これ以下に圧力が低下すると、実測値は壁内熱伝導の影響により、特に流路後半部で数値解より低い値を示す。
- (2) 加熱された場合の流量係数と、同じ上流タンク状態の非加熱時の流量係数との比は、無次元加熱量

Fig. 8 Numerical results of Nu_b distribution

Fig. 7 Local Nu_a distribution along the channel

Fig. 9 Numerical results of Nu_T distribution

Table 2 Comparison of the 3 kinds of Nu

	Ref. Temp.	Heated Wall	Cooled Wall	Measurement of Ref. Temp.
Nu_a	T_{aw}	○	○	Easy to approximately obtain from T_T
Nu_b	T_b	○	×	Cross-section profiles of u and T are necessary
Nu_T	T_T	×	○	Relatively easy

×: There unexpectedly exist the cases of $Nu < 0$.

○: Without any problem of $Nu < 0$.

Q^* によって整理でき、レーレー流れの場合より加熱による流量係数の低下が大きくなる。数値解の結果は $Q^* > 0.1$ で流量が急激に減少することを示す。

(3) 壁面での滑りと温度の跳躍および粘性散逸の影響を考慮し、代表温度に断熱壁面温度、混合平均温度および全温度を用いる3種類のヌッセルト数の解析解を非圧縮発達流の解から求めた。粘性散逸が無視できる低流速の内部流れのヌッセルト数(混合平均温度で定義される)と整合性をもつ、これら3種類のヌッセルト数に及ぼす粘性散逸および希薄化の影響を明らかにした。

(4) 上に提案した3種類のヌッセルト数分布は、上流タンク圧力が低下するとともに流路のより広い部分で、発達した低流速のヌッセルト数 ($Nu_0=140/17$)

に漸近することを数値解により示し、これらの適用性を加熱および冷却壁面について検討し、それぞれの特徴を表にまとめた。

終わりに、実験装置についてご支援をいただいた三菱重工業(株)広島研究所 平井悦郎に感謝の意を表す。

文 献

- (1) 宮本政英・ほか5名, 機論, 58-550, B(1992), 1682-1687.
- (2) 田口俊夫・ほか5名, 機論, 60-572, B(1994), 1204-1209.
- (3) 石偉・ほか4名, 機論, 65-638, B(1999), 3280-3287.
- (4) Choi, S. B., ほか, Actuator and Systems ASME, DSC-32(1991), 123-134.
- (5) Wu, P. and Little, W. A., *Cryogenics*, A(1984), 415-420.
- (6) Beskok, A. and Karniadakis, G. E., *Proc. Shear Flow Conf.*, AIAA, 93-3269, (1993-7), 1-8.
- (7) Guo, Z. Y. and Wu, X. B., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 40-13(1997), 3251-3254.
- (8) Sparrow, E. M. and Lin, S. H., *Trans. ASME*, (1962), 363-369.
- (9) Kashiwagi, T., ほか2名, *Bull. JSME*, 22-163(1979), 63-70.
- (10) 松尾一泰, 圧縮性流体力学, (1994), 176, 理工学社.
- (11) McAdams, W. H., ほか2名, *Trans. AICE*, 42-5-6(1946), 907-925.
- (12) Holman, J. P., *Heat Transf* (8th ed.), (1997), 254-264, McGraw Hill.
- (13) Shah, R. K. and London, A. L., *Laminar Flow Forced Convection in Ducts*, Supp. 1 of *Advances in Heat Transfer*, (1978), 153-195, Academic Press.