冷水容器内に浸されたらせんコイル管内の対流に関する熱移動解析*

中山 顕^{*1}, 小久保 直樹^{*2}
石田 朋子^{*3} 桑原 不二朗^{*1}Conjugate Heat Transfer Analysis of Convective Flow
through a Spiral Tube Immersed in a Chilled Water ContainerAkira NAKAYAMA^{*4}, Naoki KOKUBO,
Tomoko ISHIDA and Fujio KUWAHARA^{*4} Shizuoka University, Dept. of Mechanical Engineering,
3-5-1 Johoku, Hamamatsu, 432-8561 Japan

A conjugate numerical model has been proposed to investigate the problem of cooling a fluid flowing through a spiral coil immersed in a chilled water container, which is common in most of beverage dispensers such as a beer dispenser. A simple axi-symmetric numerical procedure is described for determining the temperature of the fluid in the spiral coil and that of the coil surface. A one-dimensional heat balance equation for the fluid flow within a coil is utilized to update the fluid and wall surface temperatures, which are needed to calculate the temperature field in the water container with solid ice walls. SIMPLE algorithm has been used along with the standard turbulence model equations. A reasonably good agreement has been achieved between the prediction and experiment.

Key Words: Spiral Coil, Conjugate Heat Transfer, Forced Convection, Turbulence, Finite Difference Method

1. 緒言

冷却用コイル管は工業上の種々の熱流体機器において重要な要素を構成する。また、民生用においても、空気調和、冷凍機器および清涼飲料水の供給サーバーなどにおいて、広く用いられている。これらの冷却用コイル管（以後「冷却コイル」と呼ぶ）においては、需要に応じて、迅速に流体を冷却し、短時間に所要の量を供給することが求められる。例えば、ビール・ディスペンサーにおいては製氷時に対するビール抽出時の熱出力の比は数十倍にも及び、高い冷却効率が求められている。しかしながら、冷却コイルを用いたサーバーの設計においては、ほとんどの仕様が経験的に決定されているのが、現状である⁽¹⁾。

さらなる冷却効率の向上においては、熱抵抗を構成する要素の細部を理論的に把握することが不可欠と考えられる。とりわけ、冷却コイルまわりの熱流動は、冷却コイル内の流体と周囲冷却液および冷却

液と氷間の熱抵抗と密接に関連することから、十分な検討が望まれる。

冷却コイルまわりの熱流動の解析においては、冷却コイル内の流体の強制対流、コイル管壁の伝導、冷却液のファンによる強制対流および氷の融解・伝導、これらすべての伝熱過程を相関させることが望まれる。しかし、一般に、コイル径が冷却システム全体の寸法に比して小さいこと（空間スケールの不適合）、コイルがらせん状に巻かれていること（座標系の不適合）などから、直接的相関による数値解析は困難を極める。事実、著者らの調査⁽²⁾の範囲では、コイル内の流体と周囲の液体との直接的相関による数値解析の例は見当たらない。また、この種の問題を処理しうる商業用汎用プログラムも存在しない。

このような状況を踏まえ、本研究では、冷却コイルまわりの熱流動に注目し、コイルまわりおよびコイル内の温度場の過渡的挙動を予測する数値計算手法を提案する。コイル内流体の温度測定および容器内流れ場の可視化実験をあわせて実施し、測定結果との比較を通して、本計算法の妥当性を吟味する。

* 原稿受付 1999年7月12日。

^{*1} 正員, 静岡大学工学部(〒432-8561 浜松市城北3-5-1)。^{*2} 静岡大学大学院。^{*3} 学生員, 静岡大学大学院。

E-mail: tmanaka@ipc.shizuoka.ac.jp

2. 記号

c_1, c_2, c_D	: モデル定数
c_p	: 流体の定圧比熱
d_i	: コイル内径
h	: 熱伝達率
k	: 乱れエネルギー
k_f	: 流体の熱伝導率
k_t	: コイル管の熱伝導率
l_i	: 一巻き毎のコイル長
p	: 圧力
P	: 乱れの生成率
Pr	: プラントル数
r	: 半径座標
T	: 温度
t_i	: 管の肉厚
u	: 軸方向速度成分
v	: 半径方向速度成分
x	: 軸座標
ε	: 乱れエネルギーの散逸率
ν	: 動粘性係数
ν_t	: 渦動粘性係数
$\sigma_k, \sigma_T, \sigma_\varepsilon$	: 乱流プラントル数
ρ	: 密度
添え字	
B	: コイル内の流体
t	: コイル管

3. 数値モデルおよび座標系

本研究の解析の対象として、図1に示すビール・ディスペンサーを考える。氷が張られた軸対称容器の内部にらせん状の冷却コイルが支持され、その上部からファンにより冷却水が攪拌されている。容器の下部よりコイル管内にビールが流入し、らせん状に上昇する際、放熱し冷却され上部より流出する。コイル管はらせん状に全体的に密に巻かれている。ただし、ファンまわりに限っては、冷却水をうまく誘引すべく、粗に巻かれている。

Fig. 1 Schematic diagram of dispenser

本冷却システムの軸対称数値モデルを図2に示す。円筒座標 (x, r) において座標 x は鉛直下向きを、 r は半径方向を示す。ビールは最右端のコイル断面より室温で流入し、冷却された後、最左端のコイル断面より流出する。コイル管はステンレス製で、内径は5.5mm、外径は6.5mmである。流出するビールの温度は時間の経過と共に上昇する。(一般に、ビール温度は7℃以下であることが要求され、短時間に多量に冷却できる能力がデスペンサーには望まれる。)氷面は0℃の等温不透過面で近似し、ステファン数が十分小さいものとし、氷の形状変化は無視する。(本システムで注目する過渡的な状況下では、氷の融解が少なく、この近似による誤差は無視しうるものとする。)容器壁は断熱の不透過面とし、水の自由表面には断熱およびすべり境界条件を課す。攪拌ファンの影響は、正味質量流量がゼロとなるよう、吸込み面(上面)と吹き出し面(下面)を設置することで表現する。その際、速度分布は、後述するように、可視化実験のデータを基に決定する。容器内およびコイル内の流れは非圧縮性乱流とし、体積力は無視しうるものとする。

Fig. 2 Axi-symmetric numerical model

4. 支配方程式

冷却コイル内のビールの冷却状態は冷水容器内の熱流動場に強く支配される。容器内の流体の支配方程式を考える。連続の式、軸方向(u)、半径方向(v)およびスワール方向(w)の運動量の式、乱れエネルギー(k)およびその消散率(ε)の輸送方程式そしてエネルギーの式を表現するに当たり、以下の一般形支配方程式を考える。

$$r \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} r \left(u \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} r \left(v \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = S_\phi \quad (1)$$

ここで、各支配方程式に対し、一般従属変数 ϕ 、一般拡散係数 Γ_ϕ およびソース項 S_ϕ を以下のように対応させる。

$$\phi = 1, \Gamma_\phi = 0, S_\phi = 0 \quad (\text{連続の式}) \quad (2)$$

$$\phi = u, \Gamma_\phi = \nu + \nu_t, S_\phi = -\frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(r \Gamma_\phi \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_\phi \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3)$$

$$\phi = v, \Gamma_\phi = \nu + \nu_t, S_\phi = -\frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left(r \Gamma_\phi \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_\phi \frac{\partial v}{\partial r} \right) - 2 \frac{\Gamma_\phi}{r} v + w^2 \quad (4)$$

$$\phi = w, \Gamma_\phi = \nu + \nu_t, S_\phi = -\left(v + \frac{\partial \Gamma_\phi}{\partial r} + \frac{\Gamma_\phi}{r} \right) w \quad (5)$$

$$\phi = k, \Gamma_\phi = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}, S_\phi = r(P - \varepsilon) \quad (6)$$

$$\phi = \varepsilon, \Gamma_\phi = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}, S_\phi = r(c_1 P - c_2 \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} \quad (7)$$

$$\phi = T, \Gamma_\phi = \frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_t}{\sigma_T}, S_\phi = 0 \quad (8)$$

ここで、速度成分 u, v, w 、温度 T 、圧力 p はすべて時間平均量である。 Pr はプラントル数、 σ_ϕ は乱流プラントル数であり、乱れの生成率および渦粘性係数は以下で与えられる。

$$P = \nu_t \left[2 \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \right)^2 \right] \quad (9)$$

$$\nu_t = c_D \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (10)$$

高レイノルズ数 k - ε モデル⁽³⁾を採用するものとし、経験定数を以下のように設定する。

$$c_D = 0.09, c_1 = 1.44, c_2 = 1.92 \\ \sigma_k = 1.92, \sigma_\varepsilon = 1.30, \sigma_T = 0.90 \quad (11)$$

5. コイル管内のビールの強制対流熱伝達と周囲冷却水熱流動との連成

本軸対称モデルにおいては図2に示す一子午面について考える。この子午面にはコイル管の切り口断面が現われ、ビールはこの子午面をほぼ垂直に流れることになる。今、ビールの温度降下を把握しようとする、コイル管壁と周囲冷却水間の熱伝達率を知る必要が生ずる。そこで、この熱伝達率を決定すべく、容器内で攪拌される冷却水の熱流動場を解こうとする。そうすると、コイル管の壁温（すなわち最初に求めようとしたビールの温度降下そのもの）が境界条件として必要となるといった困難が生ずる。このように、ビールの強制対流熱伝達と周囲冷却水熱流動は強い連成関係に在る。

本モデルにおいては、図3(a)および(b)に示す、一巻きのコイル管内の強制対流に注目する。今、入り口から数えて i 番目と $i+1$ 番目の断面間の一次元熱バランスを考えると、次式が得られる。

$$\rho_B l_i c_{pB} \frac{\partial (T_B)_{i+1/2}}{\partial t} + \rho_B c_{pB} u_B ((T_B)_{i+1} - (T_B)_i) \\ = \frac{4h^* l_i}{d_i} (T_S - T_B)_{i+1/2} \quad (12)$$

ここで、添え字 B はビールを示す。 ρ_B および u_B はビールの密度およびバルク平均速度である。 $(T_B)_i$ は i 番目のバルク平均温度を示す。 d_i はコイル管の内径、 l_i は一巻きの軸長であり、密に巻かれていることから、 $l_i \approx 2\pi R_i$ で近似できる（図3(a)参照）。ビール温度 T_B と管外壁温度 T_S 間の熱抵抗要素を図3(b)に示す。この図より、明らかなように、両温度間の熱コンダクタンス h^* は以下で与えられる。

$$h^* = 1 / \left(\frac{1}{h_{DB}} + \frac{t_i}{k_i} \right) \quad (13)$$

ここで、 t_i および k_i は管の肉厚および熱伝導率である。コイル管内の流れのレイノルズ数は15000から16000の範囲にある。したがって、ビールの流れ

は乱流状態にあるとして、管内流の熱伝達率 h_{DB} は Dittus-Boelter の式⁽⁴⁾より与える。

$$\frac{h_{DB} d_i}{k_B} = 0.023 \left(\frac{u_B d_i}{\nu_B} \right)^{0.8} Pr_B^{0.3} \quad (14)$$

ν_B および Pr_B はビールの動粘性係数およびプラントル数である。エネルギーバランス式(12)を離散化し、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \left(\rho_B c_{pB} u_B + f \left(\frac{4h^* l_i}{d_i} + \frac{\rho_B l_i c_{pB}}{\Delta t} \right) \right) (T_B)_{i+1} \\ &= \left(\rho_B c_{pB} u_B - (1-f) \left(\frac{4h^* l_i}{d_i} + \frac{\rho_B l_i c_{pB}}{\Delta t} \right) \right) (T_B)_i \\ &+ \frac{4h^* l_i}{d_i} (T_S)_{i+1/2} + \frac{\rho_B l_i c_{pB}}{\Delta t} (T_B)_{i+1/2} \end{aligned} \quad (15)$$

ここで

$$(T_B)_{i+1/2} = f(T_B)_{i+1} + (1-f)(T_B)_i \quad (16)$$

ラメータ f は 0 と 1 間の値に設定できる。ここでは、解の安定性を考え、 $f=1$ とする。

$$(T_B)_{i+1} = \frac{(\rho_B c_{pB} u_B)(T_B)_i + \frac{4h^* l_i}{d_i} (T_S)_{i+1} + \frac{\rho_B l_i c_{pB}}{\Delta t} (T_B)_i}{\left(\rho_B c_{pB} u_B + \frac{4h^* l_i}{d_i} + \frac{\rho_B l_i c_{pB}}{\Delta t} \right)} \quad (17)$$

上の漸化式に、入りのビールの温度 $(T_B)_i$ を代入し、逐次代入を実施することで、各断面におけるバルク平均温度を更新することができる。この逐次代入により更新されたビールの温度を用いて、コイル管の壁温 T_S を次式で更新する。

$$T_S = \frac{T_P + \left(\frac{h^* \delta r}{k_f} \right) T_B}{1 + \left(\frac{h^* \delta r}{k_f} \right)} \quad (18)$$

本軸対称近似においてはコイル管の一巻きの熱バランス式を用いることから、コイル管軸方向の熱拡散を過大に評価する傾向にある。特に、ビールが流入開始後、出口から出るまでの初期の約 5 秒間は実際には予測が不能となる点に、留意する必要がある。

6. 数値解析法

冷却水の熱流動場に関する支配方程式群(1)-(8)を SIMPLE アルゴリズム⁽⁵⁾に基づく汎用差分法プログラム SAINTS⁽⁶⁾を用いて解く。時間進行においては完全陰解法また対流項の離散化においてはハイブリッド法を用いる。エネルギーの式の解法時に必要となるコイル管の壁温には、最新の予想値を用いる。エネルギーの式の解法の直後に、式(18)による壁温の更新が行われ、この更新された壁温を用いて、式(17)によりビールの温度が更新される。以上の更新の手続きを完了した後、新しいコイル壁温 T_S の下に、冷却水の熱流動場の数値計算を再度実施するといった繰り返し計算手順をとる。

各時間ステップにおける反復計算は、参照量で無次元化された従属変数のすべてについて 1 サイクルにおける最大誤差が 10^{-5} 以下になるまで、繰り返し行った。なお、管の肉厚が 0.5mm と薄いことから、

Fig.3 One-dimensional model for a spiral coil

旧時間 t における値には、添字 o を付けるものとし、添字なしの新時間 $t + \Delta t$ における値と区別する。パ

直径 d_i のコイル管の円断面は、簡単のため辺長が直径に等しい正方形断面に置き換えた。計算格子点(100×60)をコイル管近傍に密に配置し計算を実施した。なお、コイル管近傍の格子間隔を二分の一にした(100×90)の格子も用いて計算を実施しビール温度を比較した結果、その誤差は無次元温度で5%以内に入っており、両結果に大きな差異が生じないことを確認してある。

7. 速度場の可視化および温度応答の計測

速度場の可視化を行うにあたり、実機と同寸法のアクリル製可視化用水槽を作成した。水表面はアクリル製の筒および板を組み合わせ、対応する位置に模擬した。ビールが通るコイル管は非常に密に巻かれており、攪拌ファン付近以外では、冷却水がほとんど透過しない。そこで、これを模擬するにあたり、攪拌ファン付近の位置にスリットを設けたアクリル製の円筒を吊るした。なお、攪拌ファンおよびモーターは実機システムと同じものを用いた。図4に示すように、出力1Wのアルゴンレーザー光源(Laser Physics 社)からの光を、プリズムおよびシリンドリカル・レンズに導き、容器の中心に光膜を形成させた。トレーサー粒子には、ほぼ完全な真球状で、比重1.02、粒子径300–600 μm のDIAION(三菱ケミカル社)を用いた。容器内の流動場の撮影にはデジタル・ビデオカメラ(Sony 社 DCR-VX1000)を、また、境界条件として必要となる攪拌ファンの吹き出し・吸い込み速度の計測には高速度ビデオカメラ(Photoron 社 Rabbit Mini)を用いた。

Fig. 4 Optical system for flow visualization

温度計測は実機システムを用いて実施した。コイル管にはビールの代わりにほぼ物性値が同じ水を入れた。コイル管の壁温を測定すべく、Cu-Co 熱電対を、入口から出口にわたる8ヶ所の管壁に貼り付けた。コイル管出口から抽出された水(ビール)の抽出温度は流入開始時から連続的に計測した。

8. 結果および討論

水槽を用いた攪拌ファンまわりの可視化データより、境界条件として必要となる吹き出しおよび吸い込み速度分布を決定した。外周部で3m/s、中心部で1m/s程度の軸方向速度成分を有し、かつスワール速度成分は軸方向速度成分の1/10程度と小さいことが判明した。数値計算の境界条件の設定においては、これらの可視化データに基づき、図5に示す吸い込み・吹き出し速度分布を仮定した。スワール速度成分については、中心でゼロ、外周で0.5m/sを有する線形(剛体)分布を仮定し計算を実施したが、速度レベルが低いため、スワールなしの場合とほとんど同じ結果が得られた。以下の計算結果においてはスワールなしの場合を表示する。

Fig. 5 Source and sink model for the fan

ビール・ディスペンサーの典型的使用条件を想定し、流入水(ビール)の温度30℃および流量58ml/secの場合について、温度測定と数値解析を実施した。温度は10秒間隔でモニターした。また、数値解析における時間刻み Δt は、軸対称近似との物理的整合性を保つため、コイル管内の流体が押し出されるまでの時間にほぼ相当する5秒に設定した。コイル管出口から流出する水の温度および最上部コイル管近傍の周囲冷却水温度の時間履歴に関する実験と解析結果を図6(a)および(b)に示す。特に、コイ

ル管出口の水温（図 6(a)）においては、冷却開始初期の温度の立ち上がりが多少高めに見積もられる傾向にある。コイル管内強制対流の熱伝達率の見積もりには定常発達乱流における Dittus-Boelter の式を採用したが、冷却開始初期では非定常効果が強くと考えられる。その結果、初期における冷却効果を多少低めに見積る結果に至ったものと考えられる。さらに、時間の経過とともに、解析値は一定値に漸近する傾向を示すのに対し、実験値は未だ温度上昇する傾向にある。これは、時間の経過とともに、断熱境界条件の仮定に起因する誤差が蓄積するためと考えられる。但し、実際のピール供給においては、ピール温度が 7°C 以下の冷却開始初期が重要となる。したがって、定常に至る漸近的過程はピール供給温度域外となるため、一般にあまり問題とならない。

(a) Temperature of the fluid in the tube at the exit

(b) Temperature of the fluid in the container

Fig. 6 Temperatures in the tube and container

図 7 に、コイル管の各位置における管壁温度の時間的な変化を示す。コイル管全体にわたりほぼ妥当な予測がなされている事が分かる。なお、実験においては流入水温が 30°C から時間と共に若干上昇する傾向にあった。

数値計算より得られた速度場および可視化実験より得られた速度場をそれぞれ図 8(a)および(b)に示す。攪拌ファンの直下に再循環領域が形成されているのが、実験および解析より確認できる。ファンからの斜め下向きの流れはコイルと容器下壁の間隙を抜けた後、氷表面に乱流境界層を形成する。この流れの一部は、攪拌ファン近傍のコイルの間隙をぬって、ファンに吸い込まれていく。この一連の流れのパターンが可視実験の結果からも確認できる。

Fig. 7 Temperature of the tube wall

(a) Prediction

(b) Experiment

Fig. 8 Velocity field

最後に、冷却開始 50 秒後の容器内の温度分布を図 9 に示す。温度場は時々刻々と変化するが、容器内はほぼ 1 K 以内の温度範囲で均一に保たれており、攪拌ファンによる混合が極めて効果的になされている事が確認できる。

以上示すように、解析結果は実験値をほぼ忠実に再現しており、今回提案した解析手法がビール・ディスペンサーの熱システム解析において極めて実用的かつ有効である事が分かる。

Fig. 9 Predicted temperature field

9. 結 言

冷却コイルまわりの熱流動に注目し、コイルまわりおよびコイル内の温度場の過渡的伝熱挙動を予測する数値計算手法を提案した。軸対称近似に基づく本手法は、寸法の大きく異なる冷却コイル内の強制対流場と周囲の液体の熱流動場との直接的相関を可能にする。コイル内流体の温度測定および容器内流

れ場の可視化実験をあわせて実施し、解析結果との比較を行った。その結果、コイル管出口からの抽出温度の立ち上がりが若干早めに予測されるものの、解析結果は温度場および速度場の測定結果をおおむね忠実に表現しており、本解析手法が、冷却コイルまわりおよびコイル内の温度場の過渡的伝熱挙動を予測する上で、極めて有効であることが分かった。

今回は一例としてビール・ディスペンサーを取り上げたが、本手法は、冷却用または加熱用のコイル管と周囲温度場の連成に関わる種々の伝熱問題に適用可能と考えられる。

謝 辞

本研究の遂行にあたっては、東芝機械（株）食品機器事業部の黒川栄一郎長、小川明枝監、槻田豊氏、東昌志氏、および同中央研究所の丸山公孝部長、小川泉氏から多大なご協力をいただいたことを記して、謝意を表する。

文 献

- (1) 小澤由行、伝熱研究、37 (1998), 52-56.
- (2) 中山顕・桑原不二朗・小久保直樹・石田朋子、第 36 回日本伝熱シンポジウム講演論文集、(1999), Vol. I 277-278.
- (3) Launder, B. E. and Spalding, D. B., *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, 3 (1974), 269-289.
- (4) Boelter, L. M. K., Cherry, V. H., Johnson, H. A. and Martinelli, R. C., *Heat Transfer Notes*, McGraw-Hill, New York, (1965) 552.
- (5) Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corp., Washington DC, (1980).
- (6) Nakayama, A., *PC-Aided Numerical Heat Transfer and Convective Flow*, CRC Press Inc., Boca Raton, (1995), 199-250.