瞬時速度分布の時間的計測による噴流内の乱れ生成評価*

塩路昌宏^{*1}, 河崎 澄^{*2}
川那辺 洋^{*1}, 池上 詢^{*1}Turbulence Production in a Jet Assessed by the Time-Repetitive
Measurement of Instantaneous Velocity DistributionsMasahiro SHIOJI^{*3}, Kiyoshi KAWASAKI,
Hiroshi KAWANABE and Makoto IKEGAMI^{*3} Kyoto University, Graduate School of Energy Science,
Yoshida Honmachi, Sakyo-ku Kyoto, Kyoto, 606-8501 Japan

Cross-correlation PIV is repetitively applied to obtain the time-change of instantaneous velocity vectors, which enables us to analyze turbulence kinetics. Each term in the balance equation of turbulence energy is evaluated, based on the ensembles of fluctuating velocities and instantaneous velocity-gradients, thereby finding primary factors of production and dissipation of turbulence energy. It is shown that turbulence production rate is high in the shear layer because of a large Reynolds stress, and viscous dissipation of turbulence energy occurs mainly near the jet axis. Furthermore, typical turbulence eddies in the shear layer are sampled to discuss the effect of instantaneous vortex-motions and fluctuating flows on turbulence production. It is observed that the pair of counter-rotating vortices appears and accelerates the flow in between, resulting in an increase in quantities of instantaneous Reynolds stress at a particular direction.

Key Words: Flow Measurements, Shear Flow, Vortex, Particle Image Velocimetry, Turbulence Production, Turbulence Dissipation, Reynolds Shear Stress

1. まえがき

自由噴流などのせん断乱流内における乱れ生成・散逸機構の解明は工学的に重要であり、現在まで理論的・実験的解析が多くの研究者によって行われている。Wynanski⁽¹⁾や Antonia⁽²⁾は、熱線流速計によるガス流動計測を行い時間平均的な乱流特性量を求めるとともに、ナビエストークス方程式を平均化することにより導かれる2次モーメント量の輸送方程式中の各項を評価し、乱れ生成・消散率を定量的に算出した。しかし、流れの可視化観察⁽³⁾⁽⁴⁾によると大小様々な渦が非一様に分布していることが示されており、乱れ生成・消散機構の解明には時間平均的な乱れ特性量のみならず非定常なガス流動分布を捉えることが必要である。

このことから、筆者らは流体中に混入したトレーサ粒子の移動を2枚の画像に捉え、画像間の相互相関に基づいて瞬時速度ベクトルを検出する相互相関PIV⁽⁵⁾を確立し、噴流内ガス流動計測に適用した。これによ

ると、せん断層には高い過度を持つ変動が間欠的に生じ、これが流体の乱流混合に重要な役割を果たすことなどが明らかになった。さらに、この相互相関PIVを繰り返し実施して求めた多数の速度分布から、時間平均流速や乱れ強度などの時間統計量を計測する手法を示すとともに、熱線流速計との比較により、乱れの時間統計特性の定量評価にも有効であることを示した⁽⁶⁾。この手法によれば、乱れの時間変動と空間変動を同時に捉えることができるため、熱線流速計やレーザドップラ流速計では測定が困難な乱れ特性量を計測できる可能性がある。とくに、明確な主流が存在しない流れ場においても各瞬間の速度勾配分布を算出できることは、乱流計測法として極めて大きな利点であり、これまで多くの仮定にもとづいて測定されてきた乱れ消散率⁽¹⁾⁽⁷⁾を直接的に計測することが可能となる。

そこで本研究では、相互相関PIVにより得られた多数の速度計測データから、乱れエネルギー輸送式の各項を評価する方法を提案するとともに、自由噴流中の乱れ生成・消散率を算出する。さらに、せん断層内の乱れ渦によるガス流動を詳細に調べ、乱れ生成に深く関わるレイノルズ応力の発生について考察する。

* 原稿受付 1999年7月2日。

^{*1} 正員, 京都大学エネルギー科学研究科(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)。^{*2} 正員, 京都大学大学院。

E-mail: shioji@energy.kyoto-u.ac.jp

2. 実験装置および方法

2.1 測定対象および光学系 相互相関 PIV では流体中のトレーサ粒子の移動を微小時間間隔をもつ 2 画像に捉え、それらの相互相関関数の極大位置から流速ベクトルを求める。図 1 に、この計測を時間的に繰り返して実施するための光学系の概略と画像記録のタイムチャートを示す。光源のレーザービーム(径 6 mm)を幅 40 mm, 厚さ 50 μm のシート状にして噴流軸上に照射し、粒子からの散乱像を高速度画像記録装置 (Kodak HS Model 4540) により設定速度 9 000 pps で撮影する。光源には Nd-YAG パルスレーザー (Spectra-Physics DCR-11, 波長 532.0 nm) を用い、時間幅約 8 ns のパルス光を 111 μs 間隔で発光させ、この 1 組のダブルパルス光を 10 Hz の周期でくり返し照射する。画像はこれらのレーザーパルスに同期して記録し、PIV のための 2 画像を 0.1 秒毎に得る。以上の方法により、10 秒間で 100 組の画像を収集し、時間平均特性の解析に供する。

解析の対象とした噴流は、内径 4 mm の直管ノズルから鉛直上方に窒素を噴出して形成する。出口平均流速は 17.6 m/s (噴流レイノルズ数 $Re = 5\,000$) とする。シード粒子には酸化チタン TiO_2 を用い、噴出流体に混入する。相関計算のためのテンプレート領域は、画像濃度分布の偏りを考慮して一辺 $l = 1.45\text{ mm}$ の正方形とし、ベクトルを求める間隔は 0.64 mm とする。

2.2 解析方法 以上の手法により 2 次元速度分布の時間変化が測定でき、それに基づいて得られた時間平均流速、各瞬間の変動速度ベクトルおよび速度勾配などを用いて乱れ生成率および消散率を求める。以下では、その方法について述べる。

Fig. 1. Optical arrangement and timing chart for time-repetitive PIV

定常非圧縮性乱流場における乱れエネルギー k の輸送方程式は、以下のように表される。

$$P_k + \varepsilon_k + C_k + D_k = 0 \quad (1)$$

$$P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

$$\varepsilon_k = -\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_i \partial x_j} \right)$$

$$C_k = -U_i \frac{\partial k}{\partial x_i}$$

$$D_k = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{p}{\rho} + k \right) u_i - \nu \frac{\partial k}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \right]$$

上式で、 P_k は平均流から乱れへのエネルギー流入を表す生成項、 ε_k は乱れエネルギーの粘性消散項、 C_k は平均流による輸送を表す対流項、 D_k は圧力拡散、乱流拡散および粘性拡散の総和を表す項である。ここに、 x_i は i 方向の座標を表し、 U_i , u_i はそれぞれ平均速度、変動速度の i 方向成分であり、 p , ρ は変動圧力および密度である。また、 ν は動粘性係数であり、ここでは噴流の全域で $\nu = 1.61 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ とした。以下では、添字の 1 を噴流軸方向、2 を半径方向、3 を観察面に垂直な方向を表すものとし、 $\partial u_i / \partial x_j = u_{ij}$ と略記する。

相互相関 PIV では、各瞬間の 2 次元速度分布が計測できるので、式 (1) に含まれる速度および速度勾配に関する項を直接求めることができる。ただし、本研究では観察面に対して垂直な方向 (x_3 方向) の流動および勾配は求めることができない。そこで、噴流を軸対称とみなして式 (1) 中の各項を、測定データだけで評価できる形にする。まず、 P_k は U_2 , $U_3 \div 0$ および $\partial U_1 / \partial x_3 = 0$ とみなせ、さらに $\partial U_1 / \partial x_1 \ll \partial U_1 / \partial x_2$ であることを考慮すると、以下の式のようになる。

$$P_k = -\overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \quad (2)$$

つぎに、乱れ消散率 ε_k に含まれる u_3 および u_3 に関する 5 項については、乱れの等方性および Wygnanski の実験結果⁽¹⁾を考慮し、次の関係式に基づいて書き換える。

$$\overline{u_{13}^2} = \overline{u_{23}^2} = \overline{u_{32}^2} = \overline{u_{12}^2}, \quad \overline{u_{31}^2} = \overline{u_{21}^2}, \quad \overline{u_{33}^2} = \overline{u_{22}^2} \quad (3)$$

また、 $\partial^2 \overline{u_i u_j} / \partial x_i \partial x_j$ については、観測面上で時間平均量の x_3 方向の勾配が無視できるとし、 $\partial^2 \overline{u_1 u_1} / \partial x_1 \partial x_1$, $\partial^2 \overline{u_1 u_2} / \partial x_1 \partial x_2$, $\partial^2 \overline{u_2 u_2} / \partial x_2 \partial x_2$ の 3 項のみを考慮する。すなわち、 ε_k は次式に従って評価できる。

$$\varepsilon_k = -\nu \left(\overline{u_{11}^2} + 4\overline{u_{12}^2} + 2\overline{u_{21}^2} + 2\overline{u_{22}^2} + \frac{\partial^2 \overline{u_1 u_1}}{\partial x_1 \partial x_1} + 2 \frac{\partial^2 \overline{u_1 u_2}}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 \overline{u_2 u_2}}{\partial x_2 \partial x_2} \right) \quad (4)$$

なお、時間平均量は0.1秒毎に計測した100個のデータのアンサンブル平均により算出し、諸量の空間勾配を求める際には、移動平均処理を適用して微分に伴う誤差を軽減した。なお、サンプル数の少なさに伴う時間平均流速および乱れ強さの計測精度は、中心極限定理によればいずれも各位置における乱れ強さの約10%である⁽⁶⁾。

3. 実験結果および考察

3.1 乱れの時間平均特性 以上の実験装置および方法を用いて、噴流内ガス流動の乱れ特性の解析を行った。図2は、ノズルからの距離 $x_1 = 90$ mm 付近の時間平均流速および乱れ強度の空間分布であり、乱れ強度の分布には空間的な変動が見られるものの、い

Fig.2 Distribution of time-average velocity and turbulence intensity

ずれも噴流軸に関して対称な分布が示されている。平均速度分布によると、乱れ生成率の算出に用いる軸対称性の仮定の中で、 $\partial U_1 / \partial x_1$ が $\partial U_1 / \partial x_2$ に比べて十分小さいこと、および $U_2 \approx 0$ であることが確認できる。自乗平均乱れ強度についてみると、軸方向の変動 $\sqrt{u_1^2}$ は噴流軸付近で x_2 方向の変化が小さい台形状の分布であるのに対して、半径方向の変動 $\sqrt{u_2^2}$ は噴流軸を頂点とする三角形の分布を示し、さらに中心軸上の値と比較すると $\sqrt{u_1^2}$ の方が大きいことが分かる。噴流内乱れ強度分布についてのこれらの特徴は熱線流速計による時系列解析結果⁽¹⁾と定性的に一致する。

図3は、種々の x_1 における軸方向平均速度 U_1 、平均速度勾配 $\partial U_1 / \partial x_2$ およびレイノルズ応力 $\overline{u_1 u_2}$ の分布である。なお、噴流の中心軸は U_1 の分布をガウス分布で近似したさいの対称軸とし、 U_1 の最大値 U_m と噴流の半値幅 b を併記した。さらに、 U_1 および $\partial U_1 / \partial x_2$ の図中の実線は、Bradbury⁽⁸⁾が与えた $\eta = x_2 / b$ と $f = U_1 / U_m$ の関係式(5)にPIVにより計測された U_m および b を代入して計算した結果である。

$$f = \exp \left[-0.6749 \eta^2 (1 + 0.0269 \eta^4) \right] \quad (5)$$

$\overline{u_1 u_2}$ の図中の実線は、レイノルズ数が十分大きい軸対称噴流において、自己保存則が成立すると仮定して、式(6)に従って求めた結果である⁽⁹⁾。

$$\overline{u_1 u_2} = 0.088 U_m^2 \frac{f}{\eta} \int_0^\eta \eta' f d\eta' \quad (6)$$

U_1 および $\partial U_1 / \partial x_2$ の分布によると、いずれの x_1 においても実線と極めて類似しており、とくに $x_2 = \pm b$ mm

Fig.3 Profiles of average velocity, its gradient and Reynolds shear stress at various x_1

Fig.4 Some components of ϵ_k

Fig.5 Balance of turbulence energy
by means of PIV measurement

Fig.6 Balance of turbulence energy obtained
by Wygnanski & Fiedler⁽¹⁾ ($Re = 10^5$)

付近で平均流に強いせん断が作用していることがわかる。さらに、この位置では $\overline{u_1 u_2}$ も大きな値を示しており、噴流軸付近の高速流から周囲の低速流への運動量の輸送が活発であることが分かる。 $\overline{u_1 u_2}$ の分布は、上流では極値の絶対値が実線と大きく異なる。この原因として、式(6)が十分発達した乱流域に対する関係式であるのに対して $x_1 = 60$ mm 付近は発達した乱流域に達していないことが考えられる。そのため、下流ほど計測値は実線に近くなる。

つぎに、乱れ消散率 ε_k を表す式 (4) に含まれる各項の分布を求め、 ε_k に対する各項の寄与度を調べた。図4は $x_1 = 90$ mm での結果であり、 $\overline{u_{ij}^2}$ に関する項は

いずれも噴流中心付近に極大値を持つほぼ等しい分布となる。一方、 $\partial^2 \overline{u_i u_j} / \partial x_i \partial x_j$ に関する項はいずれも $\overline{u_{ij}^2}$ の 1/10 程度の大きさであり、 ε_k の測定には $\overline{u_{ij}^2}$ の値が大きな影響を及ぼすことがわかる。

以上の各特性値の測定結果から、式 (1) に基づいて噴流内の乱れエネルギー収支を調べた。図5は、速度ベクトルから直接計算した P_k 、 ε_k 、 C_k および、式(1)にこれらの値を代入して求めた D_k の分布である。なお、 k については $\overline{u_3^2} = \overline{u_2^2}$ とみなして計算し、全ての値に U_m と b による無次元化を施した。 P_k の分布をみると、 $x_2/b = 1$ 付近で大きく、噴流軸では零に等しい値を示している。図3によれば、レイノルズ応力は平均速度勾配の増大に呼応して大きくなることから、両者の積として求めた P_k は平均速度勾配の値に応じて増減し、速度せん断層 $x_2/b = 1$ 付近で最大となることが分かる。これに対して、 ε_k は噴流軸付近で最も大きく、乱れエネルギーの粘性散逸は平均速度勾配の小さい領域で活発であることを示している。

つぎに、本測定結果をこれまでの時系列データから解析した結果と比較した。図6に Wygnanski らが熱線流速計を用いて測定した噴流内乱れエネルギー収支⁽¹⁾を示す。これと図5に示したPIVの結果とを比べると、生成項 P_k と対流項 C_k は熱線流速計による測定結果と定量的にもほぼ一致している。他の項も分布形状では類似しているものの、 ε_k は熱線によるものの約 1/5 程度となる。このように ε_k が小さく計算される原因の一つとして、速度分布を求める際に定めたテンプレートサイズ l の影響が考えられる。PIV はテンプレート内に存在する粒子群の平均的な移動量を検出する方法であるため、 l の大きさと速度場が空間的に平滑化され、瞬時の速度勾配が実際よりも小さく見積もられる可能性がある。そこで、 l の変化が諸量の計算値に及ぼす影響を調べるために、同一の画像をもとに種々の l に対して求めた U_1 、 $\sqrt{\overline{u_1^2}}$ および ε_k の分布を図7に示す。なお、速度ベクトルを求める間隔は 0.64 mm で一定とした。 l を大きくしても U_1 、 $\sqrt{\overline{u_1^2}}$ はほとんど変化しな

Fig.7 Effect of template size on U_1 , $\sqrt{\overline{u_1^2}}$ and ε_k

いのに対し, ε_k は l とともに大きく減少している. すなわち, PIV を用いて求めた速度分布から ε_k を正確に計算するためには, 空間分解能を高め, l を乱れの散逸スケールよりも十分小さく選ぶ必要があると考えられる. 本計測に用いた $l = 1.45 \text{ mm}$ はこの点を満足しているとはいえないが, 噴流内部の分布を定性的に捉えている.

3.2 速度せん断層の乱れ渦 前節において, 噴流内速度分布の時間平均特性を調べた結果, レイノルズ応力 $\overline{u_1 u_2}$ は速度せん断層で大きくなることが示された. $\overline{u_1 u_2}$ は高速流から低速流への時間平均的な運動量輸送の大きさを表す物理量であり, 瞬間的な運動量輸

送をなす渦との間には密接な関係があると考えられる. そこで, 本節ではせん断層に発生する代表的な乱れ渦を抽出し, $\overline{u_1 u_2}$ を決定する瞬時変動速度および瞬時レイノルズ応力 $u_1 u_2$ の分布特性について調べるとともに, レイノルズ応力の発生機構について考察する.

図8は, $x_1 = 90 \text{ mm}$ においてレイノルズ応力が極値および零を示す (a) $x_2 = -6.6 \text{ mm}$, (b) $x_2 = 0 \text{ mm}$, (c) $x_2 = 6.6 \text{ mm}$ の各位置における変動速度 u_1 , u_2 を, 相関図にプロットしたものである. $\partial U_1 / \partial x_2 = 0$ となる噴流軸上の位置(b)では, 点群は原点を中心とする円状に分布し, u_1 と u_2 が無相関であることから $\overline{u_1 u_2} = 0$ となる. これに対して, (a) および (c) では, 点群は楕円状に分布し, それぞれ左および右に 45° 傾いている.

Fig.8 Correlation maps of fluctuating velocities ($x_1 = 90 \text{ mm}$)

Fig.9 Typical distributions of fluctuating velocity u , vorticity ω and Reynolds stress $u_1 u_2$ in the shear layer

Fig.10 Schematic of typical vortices in the shear layer

すなわち、速度勾配が存在する領域では変動速度ベクトルが特定の方向に強められる確率が高くなっており、そのためレイノルズ応力が大きい値となる。

変動速度ベクトルが持つこうした方向性は、乱れ渦の形状および配置により特徴づけられると考えられる。そこで、図8(c)に示した多数の点群の中から u_1 と u_2 が正の強い相関を示す瞬間の3点A~Cを抽出し、瞬時変動速度ベクトル $\mathbf{u}$ 、渦度 ω および瞬時レイノルズ応力 u_1u_2 の分布を調べた。図9にそれぞれの結果を示す。点Aに対する $\mathbf{u}$ 分布には反時計回りおよび時計回りの旋回流が現れており、これに対応して ω 分布に正負の明確な極値が観察される。さらに、これらの極値の間では旋回に沿う方向に流体が加速され、変動速度ベクトルが大きくなっている。図10は、この状況を模式的に示したもので、このような乱れ渦によって生じる局所的な流動が、せん断層における噴流と周囲流の間の運動量輸送を促進すると考えられる。

さらに、Hussain⁽¹⁰⁾らは、渦とレイノルズ応力 $\overline{u_1u_2}$ の関係について考察している。これによると、図11のような平均速度勾配を持つ二次元混合層の大規模渦は、流れに対して傾いた楕円形となる。このとき、渦の周辺では $u_1u_2 > 0$ となる領域が $u_1u_2 < 0$ に対して卓越するために、 $\overline{u_1u_2}$ は正の値になる。図9においても右上がりの長軸を有する楕円に近い形状の渦が観察され、その周囲では u_1u_2 が正の極大値を示している。さらに、図9のAおよびBのように、互いに反転する渦対が右下がりに列ぶ場合が多く、二つの渦の間で u_1u_2 が大きな値となっている。すなわち、レイノルズ応力の発生には渦の形状、配列が深く関わっていると考えられる。このほかにも、図9は渦輪⁽¹¹⁾など3次元構造を有する渦の一部を捉えたものであり、乱れの3次元的な特性についても今後さらに検討する必要がある。

4. まとめ

以上、相互相関 PIV を多数回くり返すことにより速度分布の時間変化を測定し、それに基づいてレイノルズ応力および乱れ生成・消散率を求める方法を提案し

Fig.11 Schematic of a coherent structure and associated regions of coherent Reynolds stress in the mixing layer by Hussain & Zaman⁽¹⁰⁾

た。本手法は、変動速度ならびに速度勾配の空間分布を直接計測できるので、乱れ生成のメカニズムを詳細に解明するための有力な手段となる。本研究ではこれを自由噴流内における乱れ計測に適用した結果、乱れエネルギー生成率は平均速度勾配が大きいせん断層で高く、逆に消散率は噴流中心付近で高くなることなど、従来の解析と同様の知見が得られた。さらに、互いに反転する渦対の間では流れが加速され、瞬時レイノルズ応力の高い領域が広がること、および、乱れ生成には渦の形状、配列などが重要な影響を及ぼす可能性を示した。

なお、本研究は平成8年度文部省科学研究費補助金A(08305006)の助成を受けた。また、実験に際し、本学学生 飯田 渉氏、久枝 孝太郎氏に多大のご協力をいただきました。ここに深く感謝いたします。

参考文献

- (1) Wygnanski, I., and Fiedler, H., Some measurements in the self-preserving jet, *J.Fluid Mech.*, **38**-3 (1969),577-612.
- (2) Antonia, R.A., Kim, J.,and Brown, L.W.B., Some characteristics of small-scale turbulence in a turbulent duct flow, *J.Fluid Mech.*, **233**(1991), 369-388.
- (3) Brown, L., and Roshko, A., On density effects and large structure in turbulent mixing layers, *J.Fluid Mech.*,**64**-4 (1974), 775-816.
- (4) 池上・塩路・川那辺・山根, 噴流火炎における乱れ渦の発生, 機論, **59**-566,B(1993), 3271-3276.
- (5) 池上・塩路・川那辺・山口, 粒子画像の相互相関を用いた噴流内ガス流動計測, 機論, **62**-593,B (1993), 297-303.
- (6) 塩路・川那辺・河崎, PIV 計測における精度の検討, 可視化情報, **18** (1998), 105-106.
- (7) 益田, 微小プローブによる消散率の測定, 機械の研究, **45**-11 (1993),1198-1202.
- (8) Bradbury, L.J.S., The structure of a self-preserving turbulent plane jet, *J.Fluid Mech.*, **23** (1965), 31-64.
- (9) Rotta, J.C., 大略 乱流, (1975),187-201, 岩波書店.
- (10) Hussain, A.K.M.F., and Zaman, K.B.M.Q., An experimental study of organized motions in the turbulent plane mixing layer, *J.Fluid Mech.*, **159** (1985), 85-104.
- (11) Yule, A.J., Large-scale structure in the mixing layer of a round jet, *J.Fluid Mech.*, **89**-3 (1978),413-432.