磁性流体液柱の振動特性*
(過渡応答からの推定)小池 和雄^{*1}, 小野 憲文^{*1}Oscillating Characteristics of Magnetic Fluid Column in the Magnetic Field
(An Estimate from Transient Response)Kazuo KOIKE^{*2} and Norifumi ONO^{*2} Tohoku Gakuin University, Dept. of Mechanical Engineering, 1-13-1 Chuo, Tagajo, Miyagi, 985-8537 Japan

Magnetic fluids are known as a typical example of functional fluids in the magnetic field. Fundamental studies are conducted to develop engineering devices, in which the motion of magnetic fluid column is utilized. Since the oscillating characteristics should be crucial for the device performance, the motion of the liquid column in a U-tube is observed using step response method. In the experimental work, the effects of the magnetic field strength and the position of the column surface on the damping characteristics are examined for a variety of conditions. The damping ratio that is used in the case of forced vibration increases with the magnetic field strength. The natural frequency with damping increases with the magnetic field intensity and with the rise of the fluid column position. Numerical calculation is also carried out using conditions similar to the experiment. The predicted results agree qualitatively with measured values.

Key Words: Magnetic Fluid, Oscillatory Flow, Transient Response, Pipe Flow, Damping Characteristics, Oscillation of Liquid Column

1. 緒 言

磁気機能性流体の代表例であり、磁場に強く応答し、しかも長期間安定で流体としての流動性を失わないという磁性流体の特質を利用した応用機器の開発がさまざまな分野で進められてきている^{(1)~(5)}。これらの磁性流体応用機器では、主として磁場による磁性流体の保持や磁性流体中への非磁性物体の浮揚などの静的な磁気力が利用されている。しかしながら、磁性流体に作用する磁気力は、磁場の強さや分布を変えることによっても変化することから、動的な磁気力を利用した応用も可能である。

これまでも、管内の磁性流体液柱に変動磁場を印加することにより液柱の往復運動を誘起し、この往復運動を運動の駆動源とする磁性流体応用機器を開発するための基礎研究^[たとえば(6)(7)]が行われてきた。このような磁性流体に作用する磁気力の変化を利用した応用機器

では、その管内振動特性、特に減衰特性が機器の性能に特に重要な影響を及ぼすと考えられる。したがって、このような磁性流体応用機器の開発を実現させるためには、磁性流体の磁場による見掛け粘度の増加や管路寸法や形状の影響を含めた広範な条件下でのデータが必要となる。このような広い範囲の振動特性を得るためには数多くの測定を必要とするが、過渡応答波形からの振動特性の推定⁽⁸⁾は比較的簡便に基礎資料を得るための有効な手段であると考えられる。

このような観点から、本研究ではU字管内の磁性流体液柱にステップ状磁場を印加した場合の過渡応答から磁性流体液柱の運動によって駆動される液柱の振動特性を求めた。磁性流体には炭化水素ベース磁性流体を用い、これによって駆動される非磁性流体部分にはフッ素系不活性液体を用いた。また、実際の応用において非磁性流体との親和性を考慮する必要がないなどの利点があり、磁性流体液柱長さが長くなった極限でもある磁性流体のみの場合の測定も行った。さらに、実験を模擬したモデルによる数値計算を行い、その結果を実験結果と比較・検討した。

* 原稿受付 1999年10月20日。

^{*1} 正員、東北学院大学工学部(〒985-8537 多賀城市中央1-13-1)。

E-mail: koike@tjcc.tohoku-gakuin.ac.jp

おもな記号

B	: 磁束密度
d	: 円管内径
f	: 振動数
g	: 重力の加速度
H_z	: 軸方向磁場の強さ
K	: ディーン数
l	: 液柱の長さ
p	: 圧力
t	: 時間
v	: 流速
z	: 軸方向高さ
λ	: 管摩擦係数
ρ	: 密度
ζ	: 減衰比
添字	
0	: 非磁性流体液柱の上端 (開放側)
1	: 磁性流体と非磁性流体の界面
2	: 磁性流体液柱の上端
f	: 最終値
i	: 初期値
m	: 磁性流体
n	: 非磁性流体

2. 実験装置および方法

磁気力の変化によって駆動される液柱運動の振動特性を求めるため、図1(a)に示すようなU字管($d=10\text{mm}$)

(1) Solenoid, (2) Magnetic fluid,
(3) Non-magnetic fluid

Fig. 1 Schematic of U-tube

Table 1 Physical properties of fluids at 25°C

	HC-50	FC-40	Water
density ρ (kg/m ³)	1390	1847	997
viscosity η (mPa·s)	17.8	4.06	0.890
kinetic viscosity ν (mm ² /s)	12.8	2.20	0.893

内の磁性流体液柱にステップ状の磁場を印加し、その液柱上面の変位を測定した。U字管はガラス製で、その内部のフッ素系不活性液体（フロリナート、FC-40）の長さを l_n 、フロリナート上部の磁性流体長さを l_m に設定した。液柱長さを設定した後、ソレノイドの中心からの磁性流体液柱上面の位置 z_2 が設定値 z_{2i} になるようにソレノイドの位置を調節した。なお、今回の実験では非磁性液体としてフロリナートを用いたことから、磁性流体にはこれと混じり合わない炭化水素ベース磁性流体(HC-50)を用いた。これらの流体の物性値を表1に示す（比較のために水の物性値も併記している）。また、図1(b)に示すように磁性流体液柱長さが長くなった極限である磁性流体のみを作動流体とした場合の測定も行った。

図2に実験装置の概略を示す。液柱長さや液柱位置を設定値にした後、ファンクションジェネレータからのステップ状の信号を電源に送り、ソレノイドへ電流を供給して磁場を発生させる。そのステップ状磁場による磁気力が磁性流体液柱に作用し、液柱は運動を開始する。この運動をソレノイドの設置側とは反対側の管上部に取り付けられた超音波センサーによって感知し、超音波変位計を通してデータを波形解析装置に送り、諸特性を求めた。図3に本研究で用いたソレノイドの磁場分布を示す。図中の実線は、後述する式から求めた計算値である。

図4にはステップ状の磁気力が作用したときの液面位置変化の概略を示す。破線で示されるようなステップ状磁場の印加により、液面は急激に上昇し、次第に減衰しながら最終値に落ち着く。この最終値は変動磁

Fig. 2 Experimental setup

Fig. 3 Magnetic flux density

Fig. 4 Time variation of displacement and magnetic flux density

場を印加して磁性流体液柱の往復動を駆動させた場合の測定⁽⁶⁾⁽⁷⁾における定常磁場による液柱上面の初期位置に対応する。図中には後述の振動特性を求める際に用いたデータの読み取り値も示した。この測定結果を過渡応答波形からの振動特性推定に用いられる式で整理して、減衰比と減衰固有振動数を求めた。すなわち、ステップ応答波から推定された減衰比を ζ_1 、対数減衰率から求めた減衰比を ζ_2 とすると、それぞれ次式のように表される。

$$\zeta_1 = \left[\frac{\pi}{\log(h/H)} \right]^2 + 1 \Bigg]^{1/2} \quad (1)$$

ここで、 z_i ：初期位置、 a_1 ：最初の極大値、 z_f ：最終値、 $h=a_1-z_f$ ：行過ぎ量、 $H=z_f-z_i$

また、

$$\zeta_2 = \log(x_1/x_2)/(2\pi) \quad (2)$$

ここで、 b_1 ：最初の極小値、 a_2 ：2番目の極大値、 b_2 ：2番目の極小値、 $x_1=a_1-b_1$ 、 $x_2=a_2-b_2$

さらに、減衰固有振動数 f は減衰比 ζ に ζ_1 または ζ_2 を代入することにより、次式から求められる。

$$f = 1/(\tau\sqrt{1-\zeta^2}) \quad (3)$$

ここで、 τ ：周期

3. 理論的考察

今回実験を行ったU字管内の液柱運動の振動特性を理論的に求めるため、実験と同様な解析モデルを用いて数値計算を行った。管摩擦損失や曲がり部の影響を考慮すると、液柱運動を支配する基礎方程式は、次のようになる。

$$\begin{aligned} & (\rho_n l_n + \rho_m l_m) \frac{dv}{dt} + \lambda_s \frac{l_s}{d} \rho_n \frac{v^2}{2} + \lambda_c \frac{l_c}{d} \rho_n \frac{v^2}{2} \\ & + \lambda_m \frac{l_m}{d} \rho_m \frac{v^2}{2} + \rho_n g (2\Delta z - x) + \rho_m g l_m + p_0 - p_2 \\ & - \int_{z_1}^{z_2} I \frac{dH_z}{dz} dz = 0 \quad (4) \end{aligned}$$

なお、磁性流体のみを作動流体とした場合には、磁性流体液柱を磁場の影響を受ける部分と受けない部分に分けて考え、上式中の l_m を磁場の影響を受ける部分の長さ、 l_n を磁場の影響を受けない部分の磁性流体の長さとした。また、 l_n は直管部 l_s と曲がり管部 l_c に分けて考えた（したがって、 $l_n = l_s + l_c$ ）。同様に、 λ_s は直管部での管摩擦係数を表し、ここでは層流の式で置き換えた。さらに、 λ_c は曲がり部での管摩擦係数で、デイン数 $K < 13.5$ では直管の管摩擦係数に一致するものとし、 $K \geq 13.5$ の場合には次式で補正した。

$$\lambda_c / \lambda_s = 21.5K / (1.56 + \log_{10} K)^{5.73} \quad (5)$$

式(4)を初期条件等を用いて変形すると次式が得られる。

$$d^2 z / dt^2 + \alpha_A dz / dt + \alpha_B z = F \quad (6)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \alpha_A &= C_B / C_A, \quad \alpha_B = 2\rho_n g / C_A \\ F &= \left\{ \int_{z_1}^{z_2} I (dH_z / dz) dz - \int_{z_i}^{z_f} I (dH_z / dz) dz \right\} / C_A \\ C_A &= \rho_n l_n + \rho_m l_m \\ C_B &= \frac{32\eta_n}{d^2} \left[\{ l_s + G(v) l_c \} + \left(\frac{\eta_m}{\eta_n} \right) C_m l_m \right] \\ G(v) &= 21.5K / (1.56 + \log_{10} K)^{5.73} \end{aligned}$$

このようにして得られた式(6)の非線形常微分方程式を実験と同様な液柱長さ、液柱初期位置およびソレノイド供給電流などの設定条件の下に数値的に解くことにより液面の変位を求め、式(1)～式(3)より減衰比および減衰固有振動数を算出した。なお、本数値計算において、ソレノイドの磁場分布は、測定値とよい一致が得られた次式で近似した。

$$H_z = \sum_j \frac{n_0 i}{2} \left[\frac{L+z}{\{ a_j^2 + (L+z)^2 \}^{1/2}} + \frac{L-z}{\{ a_j^2 + (L-z)^2 \}^{1/2}} \right] \quad (7)$$

ここで、 a ：ソレノイド中心からコイルまでの半径、 L ：ソレノイドの長さの1/2、 n_0 ：単位長さ当たりの

コイルの巻数

式(7)を用いると磁場勾配は次式のようになる。

$$\frac{dH_z}{dz} = \sum_j \frac{n_j i a_j^2}{2} \left[\frac{1}{\{a_j^2 + (L+z)^2\}^{3/2}} + \frac{1}{\{a_j^2 + (L-z)^2\}^{3/2}} \right] \quad \dots\dots\dots(8)$$

また、磁性流体の磁化の強さ I は磁性粒子の粒径が対数正規分布であると仮定した式から求めた。

4. 結果と討議

4・1 磁性流体と非磁性流体を組み合わせた場合

測定はソレノイド中心からの磁性流体液柱上面の初期位置 z_{2i} を 20 mm から -20 mm まで 10 mm きざみで変化させて行った。液柱長さ $l_m=50$ mm と $l_n=160$ mm の場合について、式(1)から求めた減衰比 ζ_1 を磁性流体液柱上面の最終位置 z_{2f} について整理した結果を図5に示す。 ζ_1 はソレノイドへの供給電流 i の増加、すなわち磁場の増加とともに増加し、磁性流体液柱上

面の位置が下方になるにつれても増加した。また、 $i=4$ A で $z_{2i}=-20$ mm の場合には、液柱振動は急速に減衰し、 ζ_1 は大きな値となった。一方、減衰比 ζ_2 は図6に示されるように、液柱上面が下方になるにつれて増加するという点では ζ_1 と同様な傾向を示したが、 ζ_1 に比べて磁場の強さや液柱上面位置による変化の度合は小さく、ほぼ 0.1 前後であった。また、数値計算によって得られた ζ_1 と ζ_2 は、実験結果と定性的によく一致した。図7には減衰比に及ぼす磁性流体液柱長さの影響についての検討結果の一例として、 $i=3$ A の場合の ζ_1 を示す。 ζ_1 は l_m が 30 mm から 50 mm まで増加するにつれて大きくなった。また、 ζ_2 は ζ_1 に比べて変化の度合は小さいがほぼ同様の傾向を示した。

図5の ζ_1 から得られた減衰固有振動数 f_1 を z_{2f} について整理した結果を図8に示す。 f_1 は i が大きくなるにつれて高くなり、 z_{2f} が上方になるにつれて高い値を示した。また、計算結果は定性的にはよい一致を示

Fig. 5 Damping ratio ζ_1
(HC-50 and FC-40)

Fig. 7 Relationship between l_m and ζ_1
(HC-50 and FC-40)

Fig. 6 Damping ratio ζ_2
(HC-50 and FC-40)

Fig. 8 Natural frequency with damping f_1
(HC-50 and FC-40)

した。同様に、図6の ζ_2 に基づく減衰固有振動数 f_2 の結果を図9に示す。 ζ_1 と ζ_2 の値は図5および図6に示されるように、大きく異なったにもかかわらず、図9に示された f_2 の結果は図8の f_1 とほぼ一致した。このほか、 l_m の長さを変えた場合の減衰比から求めた減衰固有振動数は、 l_m が増加するにつれて低くなることを示した。

4・2 磁性流体のみの場合 磁性流体長さが長くなった極限である作動流体に磁性流体のみを用いた場合の測定では、初期位置 z_{2i} を 20 mm から -20 mm まで 5 mm きざみで変化させた。 l_m を 200 mm とした場合の ζ_1 の結果を図10に示す。磁性流体と非磁性流体を組み合わせた場合と同様に、 ζ_1 は i の増加とともに増加し、磁性流体液柱上面の位置が下方になるにつれて増加した。なお、 i が 4 A と 5 A で、磁性流体上面の初期位置 z_{2i} を -15 mm と -20 mm にした場合には、磁性流体が磁場によって安定な最終位置に捕捉されるかのように振動

は急速に減衰し、 ζ_1 も大きな値を示した。また、図11の ζ_2 についての結果は ζ_1 に比べて i による変化の度合いは小さいが、 ζ_1 とほぼ同様な傾向を示した。

減衰固有振動数 f_1 は、図12からも明らかのように非磁性流体を組み合わせた場合と同様の傾向を示し、 i が大きくなるにつれて高くなり、さらに液面の位置が上方になるにつれて高くなった。また、磁性流体のみの場合は磁場の影響を受ける液柱部分が長くなることを考慮し、磁場の影響を受ける液柱長さ l_m を 60 mm と仮定して計算を行った。計算結果も、これまでと同様に定性的にはよく一致した。さらに、 f_2 も非磁性流体を組み合わせた場合と同様に ζ_1 と ζ_2 の値が大きく異なったにもかかわらず、 f_1 とほぼ一致した。なお、 i が 4 A と 5 A で、 z_{2i} が -15 mm と -20 mm の場合には、減衰固有振動数は高い値を示した。この場合の過渡応答波は他の条件の場合とはやや異なっており、この条件で作動させる場合には変動磁場を印加してさらに詳細な振動

Fig. 9 Natural frequency with damping f_2 (HC-50 and FC-40)

Fig. 11 Damping ratio ζ_2 (HC-50)

Fig. 10 Damping ratio ζ_1 (HC-50)

Fig. 12 Natural frequency with damping f_1 (HC-50)

Fig. 13 Effect of working fluid on damping Ratio ζ_1

Fig. 14 Effect of working fluid on natural frequency with damping f_1

特性の検討が必要となると考えられる。このように、今回の方法は比較的簡便に振動特性が得られるだけでなく、特性の異なる実験条件を見出すのにも利用できる。

4・3 作動流体が特性に及ぼす影響 ソレノイドへの供給電流 i が 3A の場合について、非磁性流体を組み合わせた場合と磁性流体のみを作動流体として用いた場合の ζ_1 を比較した結果を図13に示す。ここで、液柱長さの合計は同じ値に設定した。図に示されるように、 ζ_1 は磁性流体のみの方が、組み合わせた場合よりも大きな値が得られた。この傾向は、 ζ_2 でも同様であった。

さらに、図14には f_1 の結果を示す。 f_1 は磁性流体のみの方が、組み合わせた場合よりも低い値となった。また、 f_2 についても f_1 とほぼ同様な結果が得られた。したがって、変動磁場による液柱運動の即応性を優先する場合には、適切な非磁性流体との組み合わせを用いた方がよいと考えられる。

5. 結 論

磁性流体に作用する動的な磁気力を利用した応用機器を開発するための基礎研究として、U字管内磁性流体液柱運動の振動特性について、過渡応答による検討を行った。作動流体には炭化水素ベース磁性流体とこれによって駆動されるフッ素系不活性液体を用いた。さらに、磁性流体長さが長くなった極限として、磁性流体のみの場合の検討も行った。得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) ステップ応答波から推定された減衰比は、磁場が強くなるにつれて増加し、磁場中心に対する磁性

流体液柱位置が下方になるにつれて増加した。この場合の数値計算結果は定性的によい一致を示した。

(2) 対数減衰率から求めた減衰比は、磁性流体液柱位置が下方になるにつれて増加する傾向を示したが、ステップ応答波から推定された減衰比に比べて変化の度合は小さかった。

(3) 減衰固有振動数は磁場が強くなるにつれて高くなり、磁性流体液柱位置が上方になるにつれて高くなった。また、数値計算結果は実験結果と定性的によく一致した。

(4) 磁性流体液柱長さが長くなると、減衰比は増加し、減衰固有振動数は低下した。同様に、その極限である作動流体に磁性流体のみを用いた場合の測定結果は、合計が同じ液柱長さの非磁性流体と組み合わせた場合に比べ減衰比が大きく、減衰固有振動数は低い値を示した。

文 献

- (1) Raj, K., Moskowitz, B., and Casciari, R., J. Magn. Magn. Mater., Vol. 149, (1995), 174-180.
- (2) 佐藤公男, トライボロジスト, **41-6** (1996), 458-463.
- (3) 新居勝敏・河野敬, トライボロジスト, **41-6** (1996), 464-469.
- (4) 島田邦雄, トライボロジスト, **41-6** (1996), 470-475.
- (5) 梅原徳次, トライボロジスト, **41-6** (1996), 476-481.
- (6) 佐藤彰・小山忠正・小池和雄・神山新一, 機論, **57-534**, B(1991), 520-525.
- (7) 小池和雄・後藤聡・佐藤彰, 機論, **61-581**, B(1995), 83-89.
- (8) 日本機械学会編, 機械工学便覧基礎編 A3 力学・機械力学, (1986), 69-70, 日本機械学会.