低マッハ数流れにおける流体共鳴音の数値解析法*

稲垣 昌英^{*1}, 村田 收^{*2}
安倍 賢一^{*3}, 近藤 継男^{*1}

Numerical Prediction of Fluid-Resonant Oscillations at Low Mach Number

Masahide INAGAKI^{*4}, Osamu MURATA, Ken-ichi ABE and Tsuguo KONDOH^{*4} Toyota Central R & D Labs., Inc., Nagakute, Aichi, 480-1192 Japan

Our objective is to predict the Fluid-Resonant Oscillation at low Mach number numerically. Because the compressible flow equations become stiff in low-Mach-number flows, we derive a new equation set that is suited for the simulation of such flows under assumption that the compressibility effect is weak. The derived equations are essentially the same as the incompressible Navier-Stokes equations except for an additional term. So we can apply almost the same numerical procedure as developed for the incompressible flow equations. Using the present method, a numerical analysis of flows over a three-dimensional open cavity is performed. The results show that strong pressure fluctuations occur at specific flow velocities. Also shown is that the frequency of the pressure fluctuations is locked-in at the Helmholtz resonant frequency of the cavity. Thus, it is confirmed that the present method is able to predict the Fluid-Resonant Oscillation in low-Mach-number flows.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Aerodynamic Acoustics, Unsteady Flow, Fluid-Resonant Oscillation, Wind-Throb, Helmholtz Resonator, Cavity Tone, Colocated Grids

1. 緒 言

乗用車がサンルーフやサイドウィンドを開けて走行した場合に、ある特定の車速域でウィンドスロップと呼ばれる低周波数(10~50Hz程度)で耳を圧迫するような空力騒音が発生し、しばしば問題となる。ウィンドスロップに関する研究はこれまでに幾つかなされており⁽¹⁾⁽²⁾、サンルーフなどの開口部で生じる周期的な渦放出と、車室が共鳴箱として作用するヘルムホルツ共鳴とが連成して発生する流体共鳴音(図1)と考えられ、Rockwell⁽³⁾らの定義に従えば、Fluid-Resonant Oscillationに分類される。このような現象は、流体機械をはじめとする工学のさまざまな分野でしばしば見られる現象であり、誘起された共鳴現象の影響で非常に大きな騒音となる。また、流れが空気ではなく水などの液体の場合には、音としてではなく振動として観測されることも多い。

流体共鳴音を Computational Fluid Dynamics (CFD) により予測する場合、非圧縮性流れ解析の手法を用いれば周期的な渦放出は捉えることができるが、ヘルム

ホルツ共鳴は微弱ながらも密度変動を伴う現象であるため捉えることができず、両者が連成した流体共鳴音を捉えることは原理的に不可能である。この点が、Lighthill-Curleの式などを用いて、非圧縮性流れ解析の結果から遠距離音場を予測することが可能な風切り音などの一般的な空力騒音と、本質的に異なる。一方で、圧縮性流れ解析の手法によれば、理論的にはこのような共鳴を含んだ現象を捉えることが可能ではあるが、乗用車の走行状態のような低マッハ数の条件においては問題が stiff となり、計算精度・収束性が悪化するといった問題が生じる。

そこで、本研究では、低マッハ数流れにおいて発生する流体共鳴音を精度良く捉えることを目的に、非圧縮性流れ解析の計算スキームを基本としながら弱い圧縮性を考慮することのできる数値解析手法を開発した。以下では、この手法の導出および計算スキームについて示すとともに、本手法を用いて3次元オープンキャビティにおいて発生する流体共鳴音の予測を行ない、実験結果と比較することによって予測精度を検証する。

2. 記 号

c : 音速
 C_p : 圧力係数

* 原稿受付 2000年2月17日。

^{*1} 正員, (株)豊田中央研究所 (〒480-1192 愛知県愛知郡長久手町大字長湫字横道41-1)。^{*2} (株)豊田中央研究所。^{*3} 正員, 九州大学大学院工学研究院 (〒812-8581 福岡県福岡市東区箱崎6-10-1)。

E-mail: masa@cfcd.tytlabs.co.jp

- Δt : 計算時間間隔
 Δx_i : i 方向格子間隔
 $(\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3) = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$
 f : 圧力変動の周波数
 L : 基準長さ
 M : マッハ数
 p : 圧力
 Re : レイノルズ数 $(= \bar{\rho}_0 L U_{ref} / \mu)$
 S : エントロピー
 t : 時間
 u_i : i 方向速度成分 $(u_1, u_2, u_3) = (u, v, w)$
 U_i : セル界面における i 方向速度成分
 U_0 : 基準速度
 x_i : i 方向座標 $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$
 μ : 粘性係数
 ρ, ρ' : 密度
 $()_0$: 基準値
 $()^n$: 時間ステップ数

Fig.1 Fluid-Resonant Oscillation

3. 計算方法

3.1 基礎方程式の導出 低マッハ数の条件で弱い圧縮性を考慮した流体運動の基礎方程式の導出を以下に示す。まず、一般的に用いられる圧縮性流れの連続の式および Navier-Stokes 方程式を以下に示す。

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial \bar{x}_j} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\bar{\tau}_{ij} = \bar{\mu} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_m}{\partial \bar{x}_m} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $(\bar{\cdot})$ は有次元量を意味する。次に、無次元化を下記のように行う。

$$\rho' = (\bar{\rho} - \bar{\rho}_0) / \bar{\rho}_0, \quad p = (\bar{p} - \bar{p}_0) / (\bar{\rho}_0 U_0^2)$$

$$u = \bar{u} / U_0, \quad x = \bar{x} / L, \quad t = \bar{t} U_0 / L$$

ここで、密度と圧力に関してはそれぞれ基準値を差し引いていることに注意されたい。さらに、両辺を $\bar{\rho}$ で

割るなどの変形をすると式 (1)~(3) は次のように書き換えられる。

$$\frac{1}{1 + \rho'} \left\{ \frac{\partial \rho'}{\partial t} + u_j \frac{\partial \rho'}{\partial x_j} \right\} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} - u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{1}{1 + \rho'} \left\{ - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau'_{ij}}{\partial x_j} \right\} \quad \dots\dots (5)$$

$$\tau'_{ij} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_m}{\partial x_m} \right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

式 (4)~(6) は厳密に成り立つ式である。

次に、以下の [A]~[C] に示す近似を行なう。

[A] 低マッハ数であるため基準密度に比べて密度変化が十分に小さい ($\rho' \ll 1$) と仮定し、 $1 / (1 + \rho') \approx 1$ とする。

[B] 式 (4)~(6) を閉じた方程式とするため、密度変化 ρ' に関して等エントロピー変化を仮定することにより、以下のモデル化を行なう。

$$\frac{D \rho'}{Dt} = M^2 \frac{D p}{Dt}, \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \quad \dots\dots (7)$$

$$M = \frac{U_0}{c}, \quad c^2 = \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{\rho}} \right)_s$$

[C] 式 (6) (粘性項) 中における $\partial u_m / \partial x_m$ の影響は相対的に小さいと考えられるため、 $\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i \gg \partial u_m / \partial x_m$ としてこの影響を無視する。以上の近似を施すことにより、最終的に以下に示す、低マッハ数流れにおいて弱い圧縮性を考慮した基礎方程式 (以下、弱圧縮性流れの基礎方程式) が得られる。

$$M^2 \left\{ \frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} \right\} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} - u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\tau_{ij} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

3.2 弱圧縮性流れの基礎方程式の特徴 式 (9) は、対流項を勾配型で表示した場合には、非圧縮性流れの Navier-Stokes 方程式と特に違いはない。また式 (8) は、左辺第一項を除くと非圧縮性流れの連続の式に一致する。したがって、本手法で考慮した圧縮性の効果は式 (8) の左辺第一項で表現されており、この項が与える非圧縮性流れにおける連続条件からのずれが非圧縮性流れ解析との違いを生じ得る唯一の要因である。マッハ数 $M = 0$ とすればこの項は零となり、式 (8)~(10) は非圧縮性流れの基礎方程式に一致する。

また、本手法における圧力 p は絶対圧力 $\bar{p}$ と基準圧力 $\bar{p}_0$ の差を扱っているため、マッハ数が低いという条件の下でその大きさを有次元で考えると、

$$|\bar{p} - \bar{p}_0| \approx O(\bar{\rho}_0 U_0^2) \approx O(M^2 \bar{p}_0) \approx O(M^2 \bar{p}) \quad \dots\dots (11)$$

と見積もられ、絶対圧力 $\bar{p}$ の M^2 倍程度の大きさとなる。本手法においては圧力 p に関係付けられている密度 ρ' も同様に、その有次元量の大きさを

$$|\bar{p} - \bar{p}_0| \approx O(M^2 \bar{p}_0) \approx O(M^2 \bar{p}) \dots \dots \dots (12)$$

と見積もることができ、やはり絶対密度 $\bar{\rho}$ の M^2 倍程度の大きさとなる。したがって、本手法は絶対密度 $\bar{\rho}$ および絶対圧力 $\bar{p}$ を基本変数とする通常の圧縮性流れ解析と比べて M^2 倍程度小さな物理量を基本変数としていることになり、その分だけ計算精度の上で有利といえる。例えば、乗用車の高速走行状態を仮定するとマッハ数 M はせいぜい 0.1 程度であり、 $M^2 = 1/100$ 程度通常よりも小さな値を直接に扱うことができる。

3.3 数値解法 式 (8)~(10) は、非圧縮性流れの基礎方程式に付加項が加わった形で表現されており、また基本変数も非圧縮性流れと同様 u_i, p のみであるため、数値解法には非圧縮性流れ解析の手法を一部拡張して用いることができる。ただし、圧縮性の効果は式 (8) において非圧縮性流れにおける連続条件からの微小なずれとして考慮されるため、連続条件の満足度が高い数値解法が必要といえる。

本研究では、非圧縮性流れ解析において連続条件を十分に満たすことが確かめられており、また一般座標系への拡張も容易なコロケーション格子⁽⁴⁾⁽⁵⁾による方法を用いる。ただし、以下の説明では、簡単のためデカルト座標系を仮定する(図2)。コロケーション格子では、速度成分 u_i および圧力 p をセル中心に定義するとともに、セル界面においても速度成分 U_i を与える。Navier-Stokes 方程式は u_i に対して解かれるが、連続の式はセル中心において U_i を用いて評価される。さらに、この連続条件を満足する速度成分 U_i は、Navier-Stokes 方程式の対流項における対流速度つまり式 (9) の左辺第2項中の u_j としても用いられる。本研究ではこれに整合させるため、弱圧縮性流れの基礎方程式で現れる式 (9) の左辺第3項中の u_j にも、セル界面上の速度成分 U_i を用いた。この結果、対流項を勾配型で表示した場合、つまり左辺第2項と左辺第3項を合せて $u_j \partial u_i / \partial x_j$ と表現して差分化する場合と同じ解が得られるという、互換性⁽⁴⁾が保証される。なお、本計算では空間は二次精度の中心差分により離散化するが、対流項(式(9)左辺第2項)には QUICK スキームを用いるため、QUICK スキームと二次精度中心差分との差に由来する部分は上記互換性の議論からは外れる。

時間積分は、Navier-Stokes 方程式(式(9))に関しては Crank-Nicolson 法(圧力項のみ Backward Euler 法)を用い、連続の式(式(8))は時刻 $n+1$ に対するものと

Fig.2 Colocated grid in x_1 - x_2 plane

考え、左辺第1項は、

$$\frac{\partial p}{\partial t} \Big|^{n+1} \approx \frac{3p^{n+1} - 4p^n + p^{n-1}}{2\Delta t} \dots \dots \dots (13)$$

$$u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} \Big|^{n+1} \approx u_j^n \frac{\delta_j p^{n+1}}{\delta_j x_j} \dots \dots \dots (14)$$

と差分化している。ここで、 $\delta_j / \delta_j x_j$ は二次中心差分による空間微分を示す。左辺第2項には非圧縮性流れ解析の場合と同様に SMAC 法に準じた手続きを適用することにより、式 (8), (9) をカップリングさせる。計算手順は以下の通りである。

- (1) セル中心での中間速度 u_i^* を求める。

$$u_i^* + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{\partial U_j^n u_i^*}{\partial x_j} - u_i^* \frac{\partial U_j^n}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}^*}{\partial x_j} \right\} = u_i^n - \Delta t \frac{\partial p^n}{\partial x_i} - \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{\partial U_j^n u_i^n}{\partial x_j} - u_i^n \frac{\partial U_j^n}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}^n}{\partial x_j} \right\} \quad (15)$$

- (2) 中間速度 u_i^* から圧力項の影響を取り除いた u_i^{**} を求める。

$$u_i^{**} = u_i^* + \Delta t \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \dots \dots \dots (16)$$

- (3) セル界面での中間速度 U_i^{**} を、 u_i^{**} から補間により求める⁽⁶⁾。

- (4) 圧力 p^{n+1} に関する次式を解く。

$$\frac{\partial p}{\partial t} \Big|^{n+1} + u_j^n \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_j} = \frac{\Delta t}{M^2} \frac{\partial^2 p^{n+1}}{\partial x_j^2} - \frac{1}{M^2} \frac{\partial U_j^{**}}{\partial x_j} \quad (17)$$

- (5) 得られた圧力 p^{n+1} から、時刻 $n+1$ での速度を求める。

$$u_i^{n+1} = u_i^{**} - \Delta t \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \dots \dots \dots (18)$$

$$U_i^{n+1} = U_i^{**} - \Delta t \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \dots \dots \dots (19)$$

以上の手続きにより1時間ステップが更新される。一般座標系への拡張は、文献⁽⁴⁾と同様な方法によって可能となる。また、式 (17) において $M \rightarrow 0$ とすると、

$$\frac{\partial^2 p^{n+1}}{\partial x_j^2} = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial U_j^{**}}{\partial x_j} \dots \dots \dots (20)$$

となり、これは非圧縮性流れ解析でしばしば用いられる圧力のポアソン方程式に一致することがわかる。

4. 解析モデル

4.1 模型実験 実験は、吹出口 $400\text{mm} \times 400\text{mm}$ 、長さ 1000mm の開放式の測定部を持つ小型風洞に、図

Fig.3 Three-dimensional open cavity

3に示す3次元オープンキャビティを設置して実施した。開口部はキャビティ中央に位置している。流速 U_0 を $6\text{m/s} \sim 54\text{m/s}$ の範囲で変え、それに伴う流体共鳴音の変化を、キャビティ底面中央部での圧力変動を圧力計により計測することによって調べた。

4.2 計算条件 流れ場のレイノルズ数依存性は小さいと考えられるので、レイノルズ数 Re は 2×10^5 (基準長はキャビティ開口長さ l_c , 基準速度は 30m/s に相当) に固定し、マッハ数 M のみを実験流速に対応して変化させた計算を行なった。ここで、音速は $c = 343\text{m/s}$ と与えている。このような条件下では、流速による計算結果の違いは式(8)の付加項である第1項の効果だけから生じる。

計算領域を図4に示す。境界条件は次のように設定した。

- (1) 流入境界：一様流 ($u = 1, v = 0, w = 0, p = 0$)
- (2) 流出境界：勾配零 ($\partial u_i / \partial x = 0$)
- (3) 壁面境界：人工的壁面境界条件 (下記)
- (4) 上方境界：スリップ壁 ($v = 0, \partial u_i / \partial y = 0$)
- (5) スパン方向：周期条件

計算領域は、実験模型の大きさとほぼ同じになるような領域とし、上方境界は開口部長さ l_c の10倍上方に設けた。スパン方向は周期条件としたため、その長さは実験模型の大きさと若干異なる。人工的壁面境界条件としては、Werner-Wengle⁽⁷⁾ による2層モデルを以下のような3層モデルに拡張して用いた。

$$u^+ = y^+ \quad (y^+ \leq y_{c1}^+) \quad (21)$$

$$u^+ = A1 y^{+B1} \quad (y_{c1}^+ < y^+ \leq y_{c2}^+) \quad (22)$$

$$u^+ = A2 y^{+B2} \quad (y_{c2}^+ < y^+) \quad (23)$$

$$y_{c1}^+ = A1^{1/(1-B1)}, \quad y_{c2}^+ = (A2/A1)^{1/(B1-B2)}$$

$$u^+ = u_p / \tau_w^{1/2}, \quad y^+ = Re \tau_w^{1/2} y_p$$

$$A1 = 2.7, \quad A2 = 8.6, \quad B1 = 1/2, \quad B2 = 1/7$$

ここで、 u_p は壁面に平行な方向の速度成分、 y_p は壁面からの距離、 τ_w は壁面摩擦応力である。この壁面

Fig.4 Computational domain

Fig.5 Overlaid grid system

Fig.6 Computational grid

境界条件は、十分に細かい計算格子を用いた場合には no-slip 条件に帰着し、粗い計算格子を用いた場合にはそれによる計算精度の低下を抑える働きが期待できる⁽⁸⁾。本計算では、計算結果にあまり影響を与えないと考えられるキャビティ内部の z 方向の計算格子を若干粗くし、その上でこの境界条件を適用している。それ以外の部分では十分に細かい計算格子を用いているため、no-slip 条件を用いた場合と同等である。また、弱圧縮性流れの基礎方程式には、非圧縮性流れの基礎方程式にはない圧力の時間微分項が含まれるため、流入境界において $p = 0$ を課している。

計算格子は重合格子法⁽⁹⁾を用い、図5に示す三つの計算格子により全計算領域を形成している。各格子点数を表1に、計算格子を図6示す。総格子点数は約43万点である。最小格子間隔は $1 \times 10^{-3} l_c$ 、時間刻みは $1 \times 10^{-3} l_c / U_0$ とした。なお、計算は初めに $M = 0$ とした非圧縮性流れの計算を実施し、それを各流速での計算の初期条件として用いている。

Table 1 Computational grid points

	Grid Points
Grid 1	$76 \times 51 \times 52 = 201,552$
Grid 2	$66 \times 50 \times 28 = 92,400$
Grid 3	$100 \times 44 \times 30 = 132,000$

Fig.7 Sound pressure levels

Fig.8 Root mean square of non-dimensional pressure fluctuations

5. 結果および考察

図7にキャビティ下面中央部での圧力変動の大きさの流速 U_0 に対する変化を、音圧レベル (SPL 値) に換算して示す。図中、一点鎖線は非圧縮性流れ解析の結果を示す。この図から、特定の流速で音圧レベルが極大値をとるといった流体共鳴音特有の現象が捉えられていることがわかる。これは図8に示す動圧で無次元化した圧力変動の実効値 $Cp'_{r.m.s.}$ としてみた場合に一層明確となり、流速 $U_0 = 9, 14, 34$ m/s の三箇所で極大値をとっている。この極大値をとる流速は実験結果とも非常に良く一致している。また、流速に対する圧力変動量 $Cp'_{r.m.s.}$ の変化も定性的には非常に良く一致している。定量的にみた場合、流速 20 m/s 以下ではおおそ実験結果と一致しているが、それ以上の流速では実験とのずれが大きくなり、流速 34 m/s では約 35 % 強の違いがみられる。図7に示される音圧レベルと

(1) Calculation

(2) Experiment

Fig.9 Time history of pressure for $U_0 = 34$ m/s

Fig.10 Dominant frequencies of pressure fluctuations

してみた場合は、その最大値について約 5dB 強の違いとなる。

これらの違いの原因としては、一般に計算精度の問題とともに流入境界層の影響も考慮に入れる必要がある。流入境界層の影響は文献 (3)(10) などに調べられた例があり、その影響が大きい事例が報告されているが、マッハ数、キャビティ形状、共鳴との連成の有無などの条件に依ってその程度は異なると考えられ、本解析対象において流入境界層の影響がどの程度であるかは明確ではない。ただし、本計算では境界層厚さが 3mm 程度と薄いため、Gharib ら (10) が言うところの Wake mode (3次元性の強いケース) となっており、共鳴現象の影響がなければ特定の周波数の卓越した圧力変動は発生しない。このような Wake mode において、共鳴によって大きな音が誘起される場合、境界層の影響は他の場合よりも比較的小さいと考えられる。実験においても、境界層は厚さ 10mm 程度の乱流境界層となっ

(1) Incompressible flow calculation

(2) $U_0 = 14$ m/s (3) $U_0 = 18$ m/s (4) $U_0 = 34$ m/s

Fig.11 Distributions of root mean square of non-dimensional pressure fluctuations in $z = 0$ plane . ($Cp'_{r.m.s} = 0$ [white]~0.5 [black])

(1) Time A

(2) Time B

(3) Time C

(4) Time D

Fig.12 Distributions of divergence of instantaneous velocity vectors in $z = 0$ plane (bold line: positive value, thin line: negative value)

ているが排除厚さは本計算と同程度であり、同様に Wake mode となっている。以上から、圧力変動量あるいは音圧レベルに対する定量的な予測精度について厳密に言及するには、流入境界層の影響に関してさらなる詳細な調査を必要とするが、おおよそ本計算結果にみられる程度の予測精度は有していると考えられる。一方で非圧縮性流れ解析の結果をみると、流速 34 m/s における弱圧縮性流れ解析の結果の 20 分の 1 程度の圧力変動量となっており、本手法がヘルムホルツ共鳴との連成に起因した現象の変化を十分に反映した結果を与えていると言える。

図 9 に、圧力変動量 $Cp'_{r.m.s.}$ が最大となる流速 34 m/s のケースにおける圧力の時系列データを示す。実験結果から、圧力変動はほぼ正弦波状の周期性の強い変動であり、いわゆる狭帯域騒音に分類されるものであることが確認できる。計算結果は、この特徴を正しく捉えている。

図 10 に支配的な圧力変動の周波数 f の流速 U_0 に対する変化を示す。本計算条件の場合、ヘルムホルツ共鳴の影響がなければ周波数 f は流速 U_0 に比例するが、図 10 をみると流速の増加に対して鋸歯状に変化しており、ヘルムホルツ共鳴の影響を受けた結果と解釈できる。図中、一点鎖線は Rossiter⁽¹¹⁾ による周期的な渦放出の周波数に対する実験式

$$f_c = \frac{n - 0.25}{M + 1.75} \frac{U_0}{l_c} \quad \dots\dots\dots (24)$$

を表しており、鋸歯状の変化は $n = 3$ から $n = 1$ までのモードの変化を示していることがわかる。実験で測定された周波数との違いは 5 % 程度であり、非常に良く一致している。また、式 (25) による共鳴周波数の予測値⁽¹²⁾ を図中に細い実線で示すが、これとも良く一致しており、ヘルムホルツ共鳴周波数にロックインされた現象であることがはっきりと分かる。

$$f_a = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{(h_c + 0.82\sqrt{A})V}} \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここで、 A は開口部の面積、 V はキャビティの容積である。周波数の不連続的な変化が起きる流速には 10 % 程度の違いがあるが、これは前述した境界層特性の違いの影響も考えられる。なお、不連続的な変化が起きるのは、圧力変動量が極小値をとる条件とほぼ一致している。

図 11 に代表的な流速における中央断面 $z = 0$ での圧力変動量分布を示す。ここで、表示範囲は 0 (白) $\leq Cp'_{r.m.s.} \leq 0.5$ (黒) であり、等値線は 0.05 間隔で太い線は $Cp'_{r.m.s.} \geq 0.2$ であることを表す。図 11 から、非圧縮性流れ解析の結果では開口部近傍にのみ大きな圧力

変動が発生していることがわかる。これは開口部における非定常な渦放出に対応した変動と考えられる。一方、弱圧縮性流れ解析では、圧力変動量が極大値をとる $U_0 = 14$ m/s および $U_0 = 34$ m/s のケースで、非圧縮性流れ解析の結果ではみられないキャビティ内部での強い圧力変動が生じており、共鳴現象の発生が確認できる。圧力変動量が極小となる $U_0 = 18$ m/s のケースにおいてもキャビティ内部で圧力変動がみられるが、その大きさは比較的小さく、共鳴現象はあまり発生していないといえる。 $U_0 = 34$ m/s のケースでは、開口部前縁後方および開口部後縁前方付近で圧力変動が大きくなるのに対し、 $U_0 = 14$ m/s のケースではさらに開口部中央付近においても圧力変動が大きくなっている。このことは、前述した渦放出のモード変化に伴う波長の変化を表していると考えられる。

図 12 に $U_0 = 34$ m/s のケースにおける中央断面 $z = 0$ での瞬時の速度場の発散 ($\text{div} \cdot \vec{u}$) の分布を示す。前述したように本計算では式 (8) の左辺第一項によって速度場の発散が零とならず、これによって圧縮性の効果が考慮されているため、計算において速度場の発散が適切に見積もられているかどうかを調べることは、計算の妥当性を評価する上で意味がある。図中、細い線は負値、太い線は正值を表し、 -0.01 から 0.01 まで 10 等分した等値線が示されている。値が正の部分では密度の減少 (膨張)、負の部分では密度の増加 (収縮) が起こっている。時刻 A ~ 時刻 D は、図 9 に示したものに对应している。図 12 から、各時刻における速度場の発散は滑らかに分布していることがわかる。キャビティ内部においては速度の大きさが比較的小さいため、式 (8) から速度場の発散はおおよそ圧力の時間微分に比例する。ちょうど圧力が最大あるいは最小となる時刻 A および時刻 C でキャビティ内部における速度場の発散が零に近くなり、時刻 B でキャビティ内部における速度の発散が 0.08 程度の正值、時刻 D で -0.08 程度の負値となっており、この変化は圧力の時系列データと整合している。また、本計算における式 (8) に対する残差は、 $\text{div} \cdot \vec{u}$ のレベルで考えてキャビティ内部では最大でも 10^{-4} のオーダーであり、本計算で得られた速度場の発散は計算上の数値誤差の影響ではない。以上から、本計算結果は速度場の発散の値が適切に見積もられ、それが反映された結果であるといえる。

6. 結 言

低マッハ数流れにおいて発生する流体共鳴音を精度良く捉えることができる数値解析法を開発した。本手法は、ここで提案した弱圧縮性流れの基礎方程式に基

づく。この基礎方程式は非圧縮性流れの基礎方程式に付加項を加えた形式で表現されており、また解くべき基本変数も各速度成分と圧力のみであるため、従来の非圧縮性流れ解析で蓄積された高精度な離散化手法を、一部分拡張するだけでほぼそのまま適用することができる。3次元オープンキャビティにおいて発生する流体共鳴音の解析結果から、本手法の妥当性や本計算の予測精度について、次のようにまとめることができる。

- (1) 本手法は、特定の流速域で音圧レベルが増加し、またその周波数が共鳴箱のもつ共鳴周波数に一致するように周波数モードが変化するといった、流体共鳴音独特の現象を捉えることができる。なお、このような流速に対する変化は、非圧縮性流れの連続条件からのずれを与える付加項のみの影響から生じており、この項を正しく考慮できる計算手法を用いることが流体共鳴音の解析において重要である。
- (2) 本計算では、高次精度を有する差分法は特に使用せず、二次精度差分に基づく計算手法を用いたが、その場合においても本手法によって、動圧で無次元化した圧力変動が極大値をとる流速、および圧力変動の周波数は誤差5%程度で予測できた。また、最大音圧レベルは約5dB強の誤差を伴うものの、流速に対する音圧レベルの変化もおおむね正しく捉えることができた。

文 献

- (1) 小池・片岡 他, 自動車技術会論文集 **24-2** (1993), 71-75.
- (2) 知名・浮田 他, 可視化情報 **14-2** (1994).
- (3) Rockwell, D. and Naudascher, E., *J. Fluids Engineering*, **100** (1978), 152-165.
- (4) 梶島・太田 他, 日本機械学会論文集, **63-614 B**(1997), 3247-3254.
- (5) 稲垣・安倍, 日本機械学会論文集, **64-623, B**(1998), 1981-1988.
- (6) Rhie, C.M. and Chow, W.L., *AIAA J.*, **21** (1983), 1525-1532.
- (7) Werner, H. and Wengle, H., *Proc. 8th Symp. on Turbulent Shear Flows*, 19-4 (1991).
- (8) 稲垣・堀之内, 第10回数値流体力学シンポジウム講演論文集 (1996), 410-411.
- (9) Horinouchi, N., Kato, Y., Shinano, S., Kondoh, T. and Tagayashi, U., *SAE Paper*, 950628 (1995).
- (10) Gharib, M. and Roshko, A., *J. Fluid Mech.*, **177** (1987), 501-529.
- (11) Rossiter, J.E., *Aeronautical Research Council Reports and Memoranda*, No.3438 (1966).
- (12) 望月・丸田, 流体音工学入門, (1996), 朝倉書店 など.